GONIOMETRICKÉ VÝRAZY

(Seminář z matematiky I - M1130/02 2015)

(1) Zjednodušte výrazy (uvažujte $x, y \in \mathbb{R}$, pro něž jsou výrazy definovány)

(a) $\dfrac{1-\sin x-\cos 2x+\sin 3x}{\sin 2x+2\cos x\cos 2x}$ $[\operatorname{tg} x]$

(b) $\dfrac{\sin x+\sin 3x+\sin 5x+\sin 7x}{\cos x+\cos 3x+\cos 5x+\cos 7x}$ $[\operatorname{tg} 4x]$

(c) $\cos^4 x-\sin^4 x$ $[\cos 2x]$

(d) $\sin x\cdot\cos x\,(\operatorname{tg} x+\operatorname{cotg} x)$ $[1]$

(e) $\dfrac{1-\operatorname{tg}^2 x}{\cos 2x}$ $\left[\dfrac{1}{\cos^2 x}\right]$

(f) $\cos 2x+\sin 2x\cdot\operatorname{tg} x$ $[1]$

(g) $\dfrac{\cos^2 x\cdot\operatorname{tg} x}{1-\cos^2 x}$ $[\operatorname{cotg} x]$

(h) $\dfrac{\sin x+\sin y}{\cos x+\cos y}$ $\left[\operatorname{tg}\dfrac{x+y}{2}\right]$

(2) Dokažte, že pro všechna $x \in \mathbb{R}$, pro něž jsou následující výrazy definovány, platí:

(a) $2\left(\sin^6 x+\cos^6 x\right)-3\left(\sin^4 x+\cos^4 x\right)+1=0$

(b) $2\cos^2 x+\cos x-1=2\cos\dfrac{3x}{2}\cos\dfrac{x}{2}$

(c) $\dfrac{2\sin 2x-\sin 4x}{2\sin 2x+\sin 4x}=\operatorname{tg}^2 x$

(d) $1-\left(\sin^6 x+\cos^6 x\right)=3\sin^2 x\cdot\cos^2 x$

(e) $\dfrac{\sin^4 x-\cos^4 x+\cos^2 x}{2(1-\cos x)}=\cos^2\dfrac{1}{2}x$

(f) $\dfrac{1+\operatorname{tg} x}{1-\operatorname{tg} x}=\operatorname{tg}\left(\dfrac{\pi}{4}+x\right)$