

Domáca úloha M5858 č. 1

1. Nakreslite integrálne krivky diferenciálnych rovníc

$$y' = \frac{x}{y}, \quad y' = xy.$$

2. Overte (determinantom) separovateľnosť diferenciálnej rovnice

$$x(y^3 - y^2 + y - 1)dx - y^3dy = 0,$$

v prípade, že je separovateľná, vyriešte ju.

3. Nájdite partikulárne riešenie dif. rovnice

$$y(x) = \sqrt{1 - \left(\frac{y'(x)}{\sin^2 x}\right)^2}, \quad y(0) = 1.$$

HINT: pri $\int \sin^2 x dx$ si pomôžte trigonometrickým vzorcom

$$\cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x.$$

4. Nájdite všeobecné riešenie dif. rovníc

- $y' = y(1 + e^x)$,
- $y' = x \ln(y^y)$,
- $2y - x^3 y' = 0$.

5. Uvažujme $N(t)$... populáciu rádioaktívnych atómov izotopu uhlíka C^{14} . Nech je na začiatku (v čase $t_0 = 0$) množstvo rádioaktívneho izotopu uhlíka $N_0 > 0$. Stanovte čas t , za ktorý sa pôvodné množstvo C^{14} rozpadne na štvrtinu svojej pôvodnej hmotnosti keď vieme, že polčas rozpadu pre C^{14} je cca $T = 5650$ rokov.

HINT: použite rovnaký algoritmus ako pri výpočte $Ra - 226$ (na cvičeniach)!