

Domáca úloha M5858 č. 3

Lineárna diferenciálna rovnica I. rádu (LDR I.)

Nájdite riešenie LDR I. V prípade, ak je zadaná počiatková úloha, nájdite partikulárne riešenie, navyiac určte pre každú rovnicu interval na ktorom je zaručená existencia a jednoznačnosť riešenia.

1.

$$y'\sqrt{1-x^2} + y = \arcsin x, \quad y(0) = 0.$$

2.

$$y' + y \cos x = \cos x, \quad y(0) = 1.$$

3.

$$y' - \frac{y}{x \ln x} = x \ln x, \quad y(e) = \frac{e^2}{2}.$$

3.

$$y' + \frac{2y}{x} = \frac{1}{x \exp(x^2)}.$$

4.

$$y' + y = 2x^2 - 2x + 1.$$

5.

$$y' - \frac{2}{x+1}y = (x+1)^3.$$

6.

$$y' + \frac{4xy}{x^2+1} = (x^2+1)^{-3}.$$

7. Odvodte všeobecné riešenie Newtonovho tepelného zákona spĺňajúceho počiatkovú podmienku $\theta(0) = \theta_0$ keď viete, že

$$\theta'(t) = -k [\theta(t) - T]$$

kde $\theta(t)$ predstavuje teplotu telesa v čase t , T je teplota okolného prostredia a k je konštanta úmernosti.

Riešenie:

pre integračný faktor $\exp(kt)$ je partikulárne riešenie tvaru

$$\theta(t) = T + (\theta_0 - T) \exp[-kt].$$

Bernoulliho diferenciálna rovnica

Nájdite riešenie Bernoulliho diferenciálnej rovnice. V prípade, ak je zadaná počiatočná úloha, nájdite partikulárne riešenie tejto rovnice.

1.

$$y' + y = 2y^2, \quad y(0) = 2.$$

2.

$$y' - \frac{xy}{2(x^2 - 1)} = \frac{x}{2y}, \quad y(0) = 1.$$

3.

$$y' + xy = xy^3.$$

3.

$$y' + \frac{y}{x} = y^2 \ln x.$$

4.

$$2y' \ln x + \frac{y}{x} = \frac{\cos x}{y}.$$

5.

$$y' - \frac{1}{3}y \sin x = -y^4 \sin x.$$