Domáca úloha M5858 č. 7

Riešte homogénne/nehomogénne systémy lineárnych diferenciálnych rovníc s konštantnými koeficientmi (LDs):

$$\mathbf{x}' = \mathcal{A}\mathbf{x} + \mathbf{b}; \quad \mathbf{x}, \mathbf{b} \in \mathbb{R}^n.$$

1.
$$\begin{aligned} x_1' &= \phantom{12x_1 - {}} x_2 \\ x_2' &= 12x_1 - x_2, \end{aligned}$$

čo je možné ekvivalentne prepísať v maticovej notácii

$$\begin{pmatrix} x_1' \\ x_2' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 12 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}, \quad \text{tj. } \mathcal{A} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 12 & -1 \end{pmatrix} \quad \text{a} \quad \mathbf{b} = \overline{0}.$$

2.
$$\mathcal{A} = \begin{pmatrix} 3 & -1 & 1 \\ -1 & 5 & -1 \\ 1 & -1 & 3 \end{pmatrix}$$

3.
$$\mathcal{A} = \begin{pmatrix} -7 & 9 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}$$

4.
$$\mathcal{A} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}, \quad x_1(0) = -2, \quad x_2(0) = 4, \quad x_3(0) = 2$$

5.
$$\mathcal{A} = \begin{pmatrix} 1 & -5 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$$

6.
$$\mathcal{A} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{b} = \begin{pmatrix} 2e^t \\ t^2 \end{pmatrix}$$

7.
$$\mathcal{A} = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{b} = \begin{pmatrix} e^t \\ e^t \end{pmatrix}, \quad x_1(0) = 1 = x_2(0)$$

Mgr. Milan Bačík
doc. RNDr. Zdeněk Pospíšil, Dr.