Ukázka konkrétní přípravy do hodiny na vyšším gymnáziu (včetně komentářů k uvedenému)

Téma: Využití doplnění na čtverec kvadratického trojčlenu (cvičení - tzn. dělená hodima s polovinou třídy)

Situace

- Jedná se o hodinu v prvním ročníku vzššího gymnázia.
- Studenti mají od vyučujícího k dispozici studijní materiál s názvem *Kvadratické trojčleny* (viz příloha).
- Studenti již mají probrány pasáže učiva o rozkladech kvadratického trojčlenu na součin a jeho doplnění na čtverec.
- Ze zmíněného studijního materiálu byla na tuto hodinu zadána úloha - doplnění 4 výrazů na čtverec (konec strany 1).

Úvodní část hodiny (administrativa a kontrola DÚ - cca 5 minut)

Studenti mají možnost položit dotaz, pokud s něčím v domácí úloze měli problém. Namátkou učitel zkontroluje několik žáků, že mají úlohu vypracovánu. Pokud ne, je dotyčný student přednostně ústně vyzkoušen.

Ústní zkoušení (2 žáci paralelně - cca 10 - 15 minut)

Dva žáci vyvoláni k tabuli. Píší ze zadní části tabule, aby na sebe vzájemně neviděli. Úlohy si nejprve rozmyslí, poté tabule otočí a ukáží je třídě a učiteli a vysvětlí či okomentují svůj postup. Dostávají následující úlohy.

Žák A Rozložte zpaměti na součin následující trojčleny $x^2 - 3x - 10$ a $3x^2 + 4x + 1$. Doplňte na čtverec výraz $-x^2 + 4x - 5$.

Řešení

$$x^2 - 3x - 10 = (x-5)(x+2)\ , \quad 3x^2 + 4x + 1 = (3x+1)(x+1)\ ,$$
$$-x^2 + 4x - 5 = -\left(x^2 - 4x + 4\right) + 4 - 5 = -(x-2)^2 - 1\,.$$

Žák B Rozložte zpaměti na součin následující trojčleny $x^2 + 6x + 8$ a $2x^2 - 3x + 1$. Doplňte na čtverec výraz $-x^2 + 6x - 7$.

Řešení

$$x^2 + 6x + 8 = (x+4)(x+2)\ , \quad 2x^2 - 3x + 1 = (2x-1)(x-1)\ ,$$
$$-x^2 + 6x - 7 = -\left(x^2 - 6x + 9\right) + 9 - 7 = -(x-3)^2 + 2\,.$$

Třída počítá samostatně do sešitu. Žáci, kteří budou mít správné výpočty v lavicích jsou odměněni malými jedničkami (2 malé jedničky - bezchybné řešení obou variant, jedna při jediné chybě).

Nový typ úlohy s následujícím rozkladem na součin (cca 10 - 15 minut)

Učitel nejprve připomene vzorec $a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$ a s jeho využitím vzorově pomocí doplnění na čtverec rozloží na tabuli na součin trojčlen

$$4x^2 + 8x - 12 = 4\left(x^2 + 2x - 3\right) = 4\left[\left(x^2 + 2x + 1\right) - 1 - 3\right] = 4\left[(x+1)^2 - 2^2\right] =$$
$$= 4(x+1-2)(x+1+2) = 4(x-1)(x+3)\ .$$

Všechny použité kroky studenti již znají. Nejde tedy o zcela nové učivo, jen o novou aplikaci. Proto lze tento postup zařadit do cvičení.

Následně učitel zadá vzorově vyřešený příklad ze studijního materiálu a následující dvě úlohy k procvičení jako samostatnou práci studentům. Mají tedy za úkol nejprve řešit příklad, který mají vzorově vyřešen, takže mají kontrolu nejen výsledku ale i postupu. K dalším dvěma úlohám mají pro kontrolu výsledky. Učitel je k dispozici žákům a reaguje na jejich dotazy.

Učitel žákům sdělí, že zbývající dvě úlohy ze studijního materiálu budou za cvičení domů. Kdo počítá rychleji, může na domácí úloze začít pracovat již v hodině.

Po vypršení časového limitu tato činnost končí a studenti věnují pozornost druhému typu úlohy, kterou učitel předvede opět na tabuli. Žáci, kteří ve stanoveném čase samostatně a správně vyřešili všechny tři zadané úlohy, dostávají malou jedničku.

Nový typ úlohy s následujícím určením extrému (cca 15 minut)

Učitel nejprve zdůrazní myšlenku postupu, tedy

$$(\text{„cokoliv“})^2 \geq 0\,,\ \text{zatímco}\ -(\text{„cokoliv“})^2 \leq 0\,,\ \text{přičemž rovnost nastává, když „cokoliv“} = 0$$

a provede a okomentuje na tabuli výpočet

$$V\,(x) = x^2 + 2x - 2 = \left(x^2 + 2x + 1\right) - 1 - 2 = (x+1)^2 - 3 \quad \Rightarrow \quad V^{min}\,(-1) = -3\,.$$

Podobně jako v předchozí části dostanou žáci za úkol samostatně vyřešit 3 úlohy ze studijního materiálu - první je v něm vzorově vyřešená, další dvě mají uveden výsledek. Práce probíhá naprosto analogicky předchozímu (včetně zadání DÚ a možnosti zisku malé jedničky). Časovým limitem je v tomto případě konec hodiny.

Závěrečné poznámky

- Při popsaném způsobu práce je možné vlastně všechny studenty stále zaměstnávat.
- Popsaný postup je ale relativně náročný na organizaci i koordinaci jednotlivých aktivit a k jeho úspěšnému zvládání se učitel obvykle propracuje postupně. Shledá-li budoucí učitel popsané metody práce jako inspirativní, je možné na jejich postupném začleňování do své výuky začít pracovat od začátku své pedagogické kariéry. Například pro začínajícího pedagoga bývá obtížné paralelní zkoušení dvou studentů.
- Hodina byla naplánována relativně pestře tak, aby se aktivity střídaly a žáci neztráceli pozornost. Ke zvládnutí hodiny popsaným způsobem (se všemi částmi) je třeba dostatečně zkušeného učitele (a taky na hodinu dobře připraveného) a docela šikovné studenty zvyklé na popsaný způsob práce. Toto vše je třeba cvičit.
- Uvedené časy jsou orientační a není třeba za každou cenu trvat na jejich dodržení.
- Domnívám se, že obecně je lépe být připraven do hodiny tak, aby učiteli nedošla náplň (a nemusel nějakou činnost uměle prodlužovat) v případě, že vše půjde hladce. Realita je často jiná. Z nejrůznějších důvodů se leckdy nějaká původně plánovaná část nestihne. To však nemusí znamenat žádný problém a žáci tuto situaci vůbec nemusí zaznamenat.
- Přípravy se není nutné držet absolutně. Učitel má být schopen zareagovat na studijní potřeby a případné dotazy svých studentů. Vidí-li, že mají s učivem potíže, je dobré zvolnit tempo a pořádněji vše vysvětlit. V popsaném případě klidně za cenu toho, že část naplánované činnosti přesune do následující hodiny.
- Vždy záleží na jaké škole daný učitel působí, jaké má studenty, jaké množství učiva a do jaké hloubky má probrat, jakou hodinovou dotaci má k dispozici, jaké zázemí, výukové prostředky a technické možnosti jsou k dispozici. Od těchto parametrů se odvíjí způsob práce a též vedení příprav do hodin.
- Obecnými cíli je smysluplně a efektivně využít čas, který je učiteli pro práci se třídou svěřen a snaha co nejlépe svým žákům studovanou problematiku vyložit a matematiku je naučit. :-)