Zadání vánočního domácího úkolu – podzimní semestr 2016

1. Vyjděte z řešení domácí úlohy č. 3, ve které jste zkonstruovali model společenstva nejméně čtyř druhů v maticovém tvaru.
2. Předpokládejte 4 stabilní druhy nacházející se v prostředí a 5. druh, kterým se budeme podrobněji zabývat a který bude podléhat náhodným mutacím.
3. Označme nyní vliv j-tého druhu na i-tý druh (na jeho koeficient růstu) $\beta_{i,j}$ a vnitřní koeficient růstu i-tého druhu α_i.
4. Předpokládejme, že pro všechna i=1, 2, 3, … platí α_i=0,9.
5. Nejprve nalezněte libovolné takové řešení (tj. hodnoty koeficientů $\beta_{i,j}$) společenstva pro všech 5 druhů, ve kterém dojde k oscilacím, ale všechny druhy budou z dlouhodobého pohledu koexistovat a nedojde k jejich vyhynutí.
6. Vyjádřete graficky výsledek modelu pro 1000 časových jednotek. Pro řešení (simulaci) modelu použijte možnosti superpočítače nabízeného prostřednictvím Metacentra.
7. Dále budeme měnit koeficienty pátého druhu podle následujících pravidel.
    a. Předpokládejme, že každý druh má pouze omezenou možnost investovat svoji energii a schopnosti na přizpůsobení se prostředí a podmínkám daným ostatními druhy ve společenstvu.
    b. V průběhu náhodných mutací tedy může dojít ke změnám koeficientů $\beta_{5,j}$, tedy ovlivnění našeho 5. druhu ostatními druhy ve společenství, ale součet koeficientů $\beta_{5,j}$ musí zůstat konstantní:
    $$\sum_{j=1}^{4} \beta_{5,j} = konst.$$
    c. Každá mutace se projeví vznikem „nového poddruhu" počínaje číslem 6 a dále, jehož populace bude mít na počátku velikost 1 jedince. Takový poddruh bude v matici vystupovat jako samostatný nový druh.
    d. Hodnoty koeficientů $\beta_{i,j}$ pro i > 4 budou určeny libovolným (náhodným) způsobem tak, aby byla dodržena podmínka z odstavce 7 b.
    e. Protože nově vzniklé poddruhy budou mít velmi podobné parametry jako původní 5. druh ve společenstvu, budeme předpokládat, že jejich vztah bude silně kompetitivní. Stanovme proto pro všechna $\beta_{i,j}$, kde i > 4 a j > 4 pravidlo $\beta_{i,j}$ = c pro všechna i > 4 a j > 4. Konstantu volte jako velmi nízkou (tj. zápornou) s přihlédnutím k ostatním hodnotám $\beta_{i,j}$ (navrhuji např. -0,05 pokud se budete pohybovat v řádově podobných hodnotách, jaké jsme měli v modelech ze skript). To by mělo zajistit, aby z dlouhodobého pohledu přežívala ve společenství vždy jen jedna ze zmutovaných variant 5. populace.
8. Zajistěte v náhodných časových okamžicích vznik mutací – tj. objevení se nového n-tého poddruhu s náhodnými koeficienty $\beta_{n,1}$, $\beta_{n,2}$, $\beta_{n,3}$ a $\beta_{n,4}$ a velikostí populace 1.
9. Předpokládejte (a v modelu zajistěte), že (pod)druh, jehož populace klesne pod méně než 1 jedince, vyhyne a ze společenství definitivně zmizí.
10. Při správné konstrukci celého modelu by mělo docházet k tomu, že pokud bude nově se objevivší poddruh mít „lepší" koeficienty (které ovšem neumíme analyticky určit) než předchozí poddruhy (tj. z pohledu modelu druhy s pořadovými čísly i > 5), postupně dojde k tomu, že vytlačí předchozí zmutované poddruhy a zaujme stabilní pozici v modelu. Pokud naopak mutace povede ke vzniku (v daném společenství) méně životaschopného poddruhu, ten po nějaké době vyhyne.

11. Pokuste se zajistit vizualizaci modelu s mutacemi pomocí grafu velikostí populací v čase, kde jednotlivé (pod)druhy zobrazíte různými barvami.
12. Navrhněte stručnou interpretaci modelu a pokuste se zodpovědět otázku, jak vypadá mutacemi vzniklý poddruh 5. druhu, který v systému zaujme nejstabilnější pozici (výsledek evoluce za zjednodušujícího předpokladu, že prostředí ani ostatní druhy se v čase nemění).

Hinty

Rozšíření matice 5 × 5 na matici 6 × 6 v Maple:

> $Matice := Matrix(5, 5, 0);$

$$Matice := \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

> $Matice2 := \langle\langle \mathrm{Matice} | \langle 1, 1, 1, 1, 1\rangle\rangle, \langle 2|2|2|2|2|2\rangle\rangle;$

$$Matice2 := \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 2 & 2 & 2 & 2 & 2 & 2 \end{bmatrix}$$

Graf pro více funkcí v Maple:

> $with(plots);$

$[animate, animate3d, animatecurve, arrow, changecoords, complexplot, complexplot3d, conformal, conformal3d, contourplot, contourplot3d, coordplot, coordplot3d, densityplot, display, dualaxisplot, fieldplot, fieldplot3d, gradplot, gradplot3d, implicitplot, implicitplot3d, inequal, interactive, interactiveparams, intersectplot, listcontplot, listcontplot3d, listdensityplot, listplot, listplot3d, loglogplot, logplot, matrixplot, multiple, odeplot, pareto, plotcompare, pointplot, pointplot3d, polarplot, polygonplot, polygonplot3d, polyhedra\_supported, polyhedraplot, rootlocus, semilogplot, setcolors, setoptions, setoptions3d, shadebetween, spacecurve, sparsematrixplot, surfdata, textplot, textplot3d, tubeplot]$

> $funkce[1] := x \to piecewise\left(x \le 5, 0, 5 < x \le 10, 5 - \sqrt{25 - (x-5)^2}, 10 < x \le 20, 5 + \sqrt{25 - (x-15)^2}, 20 < x \le 25, 5 - \sqrt{25 - (x-25)^2}, 0\right);$

$$funkce_1 := x \to piecewise\left(x \le 5, 0, 5 < x \textbf{ and } x \le 10, 5 - \sqrt{25 - (x-5)^2}, 10 < x \textbf{ and } x \le 20, 5 + \sqrt{25 - (x-15)^2}, 20 < x \textbf{ and } x \le 25, 5 - \sqrt{25 - (x-25)^2}, 0\right)$$

> $funkce[2] := x \to piecewise\left(x \le 10, 0, 10 < x \le 15, 5 - \sqrt{25 - (x-10)^2}, 15 < x \le 25, 5 + \sqrt{25 - (x-20)^2}, 25 < x \le 30, 5 - \sqrt{25 - (x-30)^2}, 0\right);$

$funkce_2 := x \to piecewise\left(x \le 10, 0, 10 < x \textbf{ and } x \le 15, 5 - \sqrt{25 - (x-10)^2}, 15 < x \textbf{ and } x \le 25, 5 + \sqrt{25 - (x-20)^2}, 25 < x \textbf{ and } x \le 30, 5 - \sqrt{25 - (x-30)^2}, 0\right)$

> $funkce[3] := x \to piecewise\left(x \le 17, 0, 17 < x \le 21, 4 - \sqrt{16 - (x-17)^2}, 21 < x \le 29, 4 + \sqrt{16 - (x-25)^2}, 29 < x \le 33, 4 - \sqrt{16 - (x-33)^2}, 0\right);$

$funkce_3 := x \to piecewise\left(x \le 17, 0, 17 < x \textbf{ and } x \le 21, 4 - \sqrt{16 - (x-17)^2}, 21 < x \textbf{ and } x \le 29, 4 + \sqrt{16 - (x-25)^2}, 29 < x \textbf{ and } x \le 33, 4 - \sqrt{16 - (x-33)^2}, 0\right)$

> *barva* := ["red", "gold", "brown"];

barva := ["red", "gold", "brown"]

> **for** *i* **from** 1 **to** 3 **do**
graf[*i*] := *plot*(*funkce*[*i*], 0 ..40, *color* = *barva*[*i*], *thickness* = 5) :
end do:

> *display*(*seq*(*graf*[*i*], *i* = 1 ..3));