# ČASOVÉ ŘADY
## (SIGNÁLY A LINEÁRNÍ SYSTÉMY)


prof. Ing. Jiří Holčík, CSc.

holcik@iba.muni.cz,



EVROPSKÁ UNIE

MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ, MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY

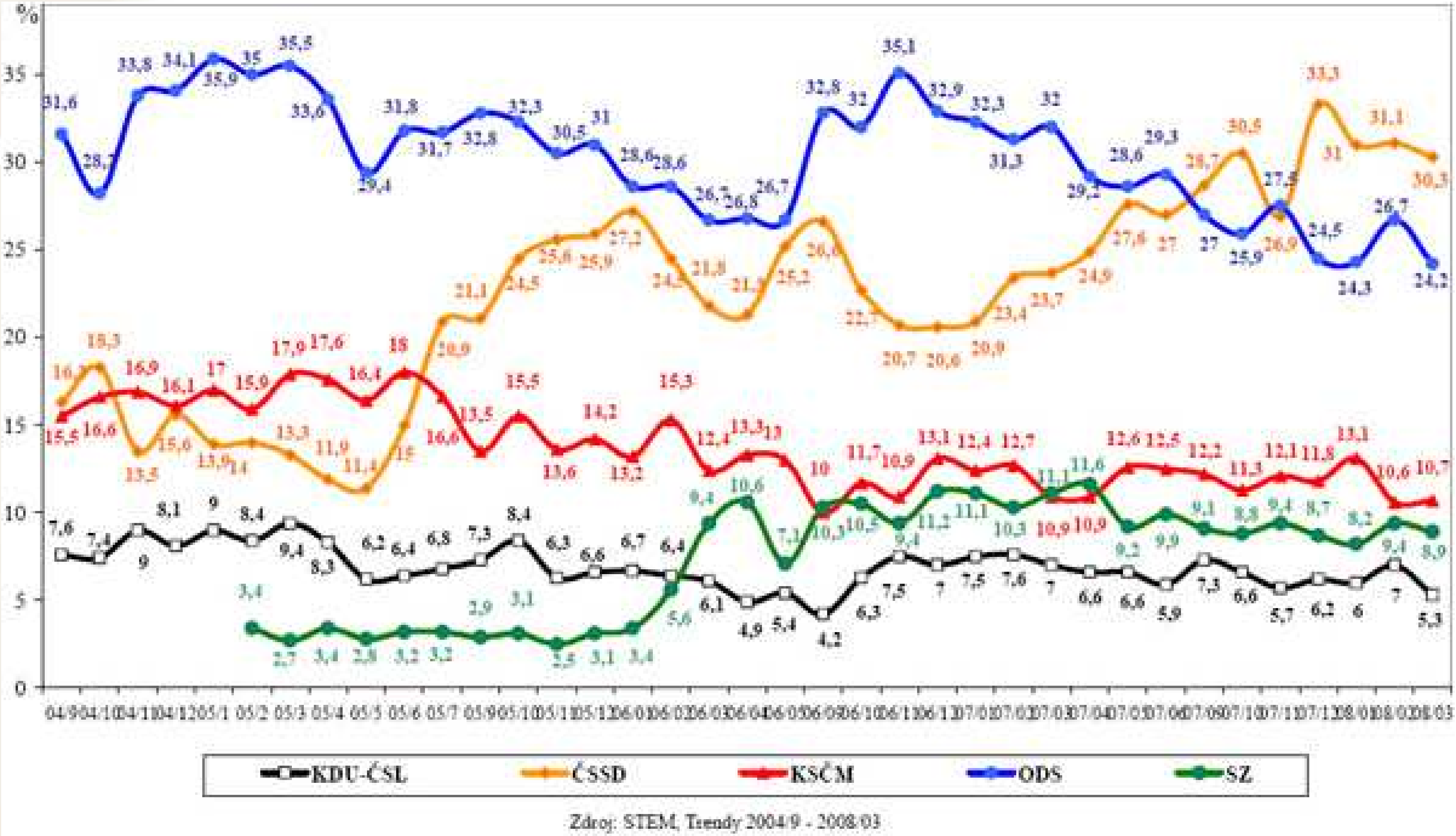
OP Vzdělávání pro konkurenceschopnost

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

# VII. FREKVENČNÍ TRASFORMACE

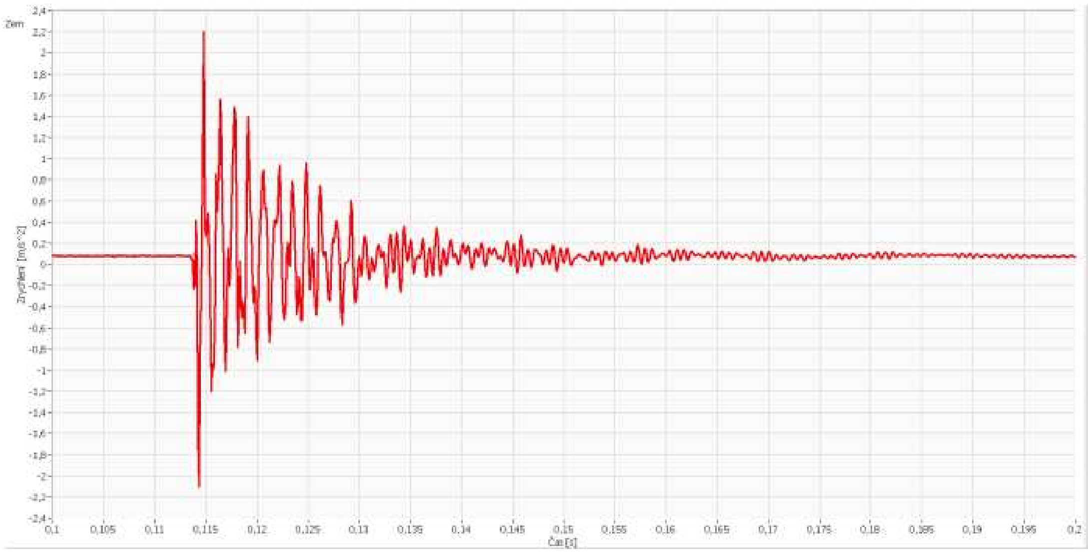
## FUNKCE SPOJITÉ V ČASE

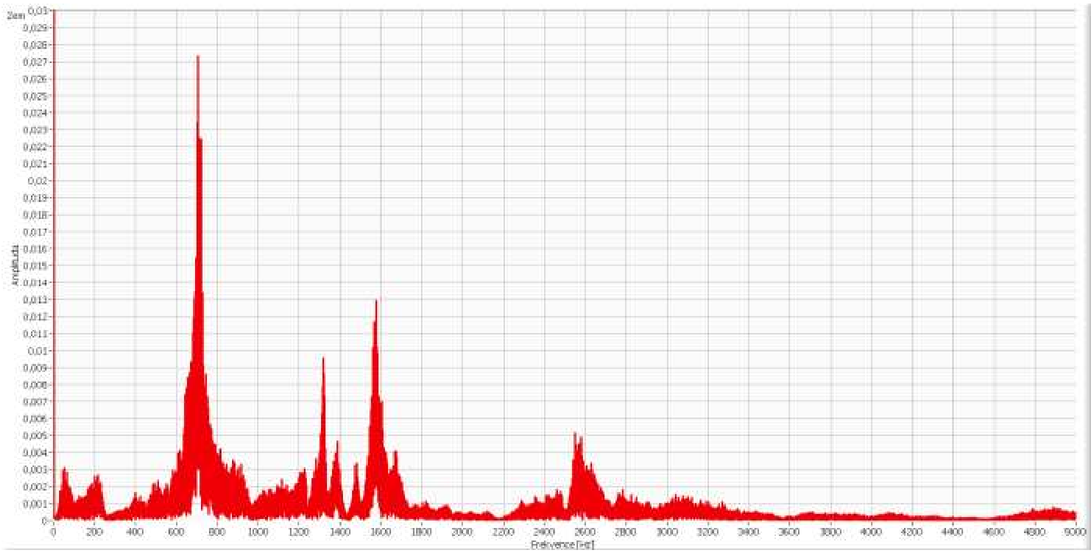
# ČASOVÁ ŘADA




**Preference politických stran v ČR v období od 8/2004 do 3/2008**

# OSCILACE

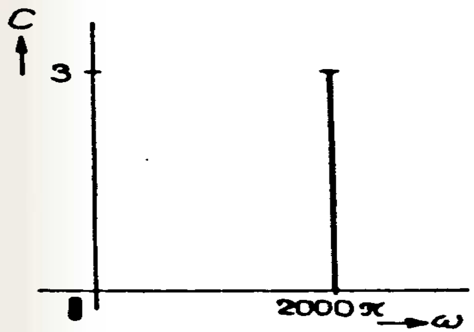




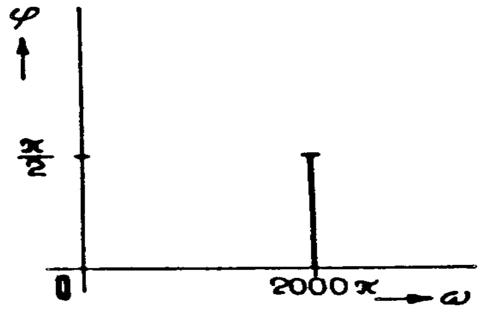
# HARMONICKÁ FUNKCE

- třiparametrickou harmonickou funkci lze graficky vyjádřit pomocí dvou bodů v rovinách
  amplituda x úhlový kmitočet a počáteční fáze x úhlový kmitočet:

$$C_1 = C_1(\omega) \quad \text{a} \quad \varphi_1 = \varphi_1(\omega);$$



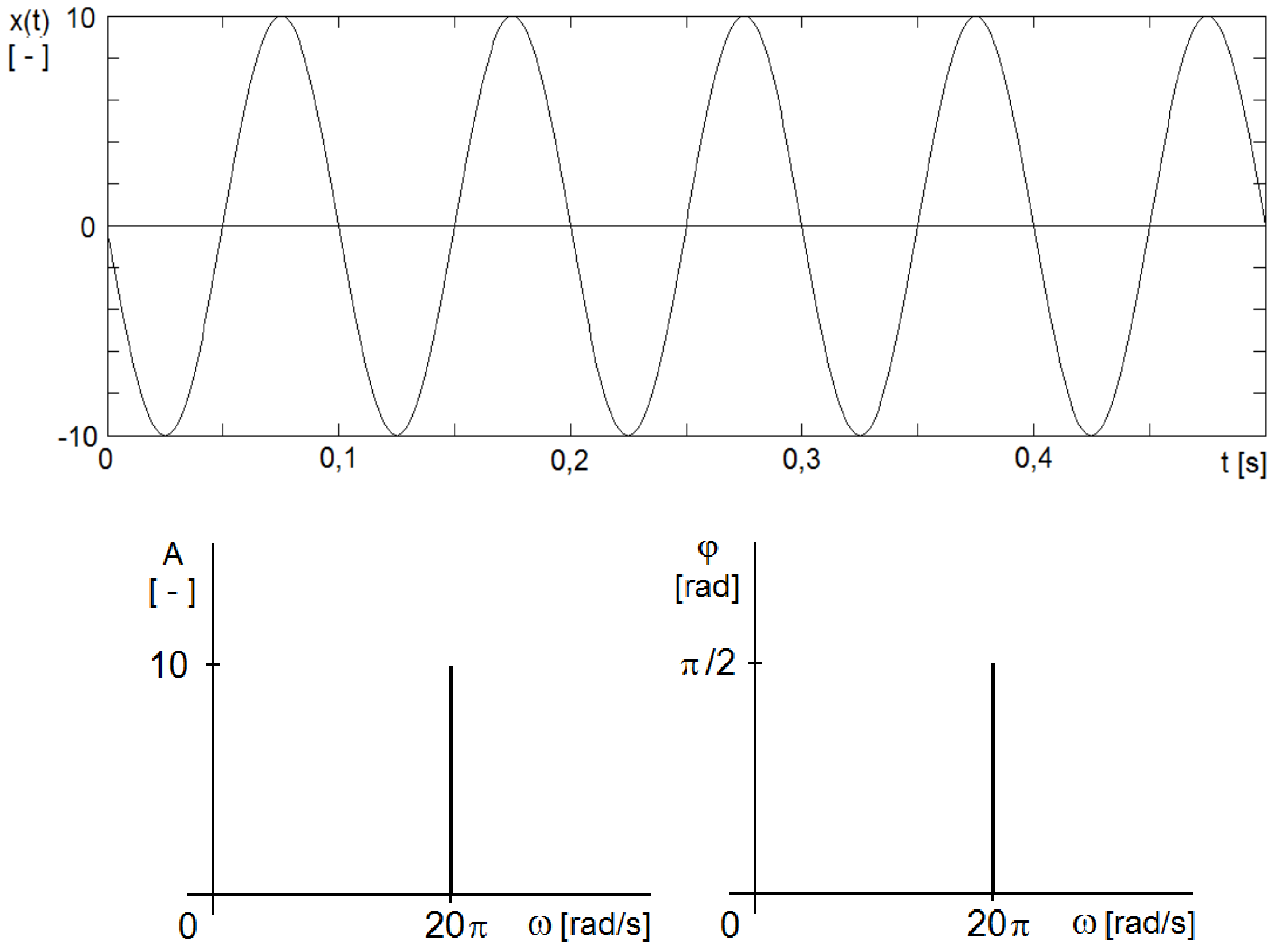

**spektrum** amplitud




**spektrum** počátečních fází

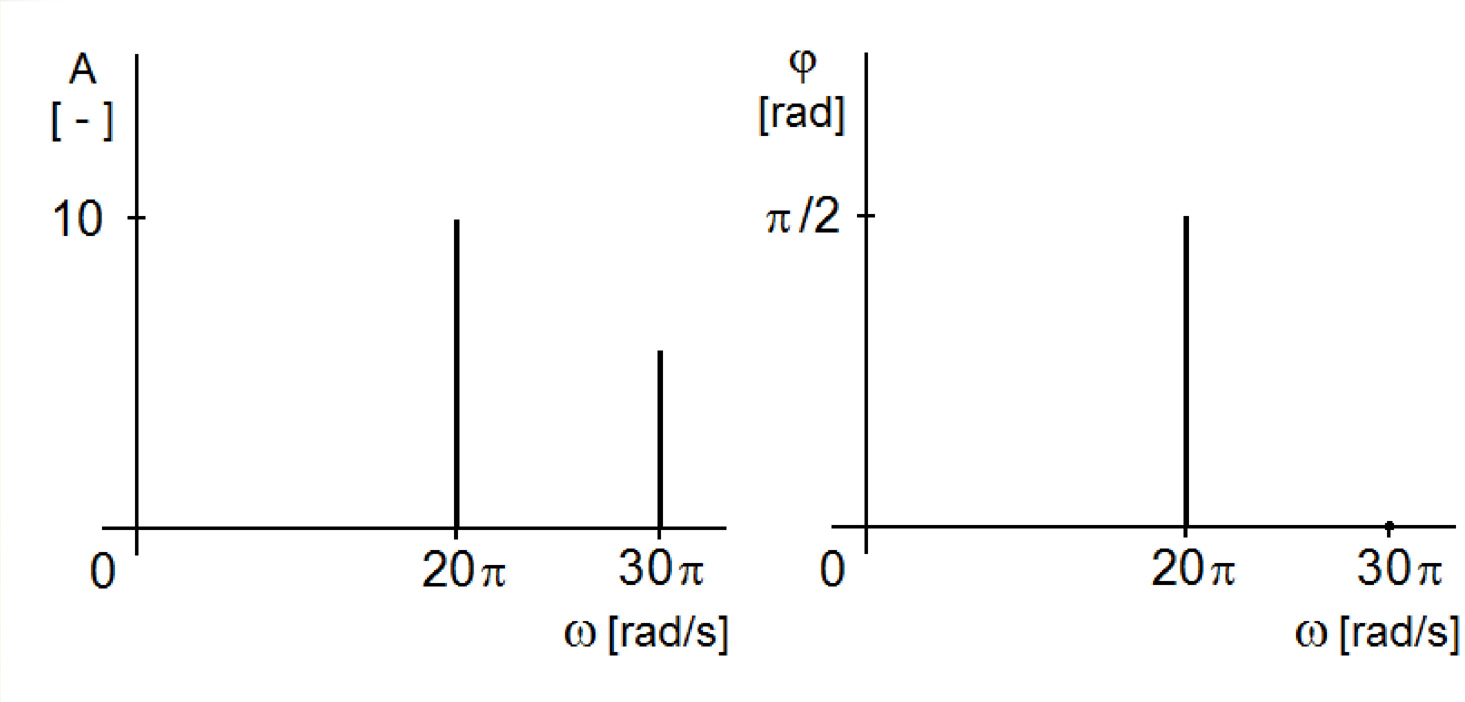
# HARMONICKÁ FUNKCE

$$x(t) = 10.\cos(2\pi.10t + \pi/2).$$



# HARMONICKÁ FUNKCE

$$x(t) = 10.\cos(2\pi.10t + \pi/2) + 5.\cos(2\pi.15t)$$



# !!! FREKVENČNÍ SPEKTRUM !!!

**Frekvenční spektrum** funkce je vyjádření rozložení amplitud a počátečních fází jednotlivých harmonických složek, ze kterých se funkce skládá, v závislosti na frekvenci.

**! ZAPAMATOVAT NA VĚKY !**

# ZVOLNA DO FOURIEROVY ANALÝZY

- ☑ Fourierova analýza – snaha vyjádřit (rozložit, rozvinout) funkci jako součet jednoduchých funkcí (harmonických funkcí, složek).
- ☑ počty těchto harmonických složek, jejich amplitudy, frekvence a fázové posuny jednoznačně charakterizují analyzovanou funkci.
- ☑ Fourierova řada
- ☑ Fourierův integrál, Fourierova transformace
- ☑ Fourierovy řady mohou být vyjádřeny buď v klasickém, trigonometrickém nebo komplexním tvaru.
- ☑ zpracovávat můžeme spojité i diskrétní signály.

# TAYLORŮV ROZVOJ

Nechť funkce f(x) má v okolí $U(x_0)$ bodu $x_0$ derivace až do řádu n+1 včetně

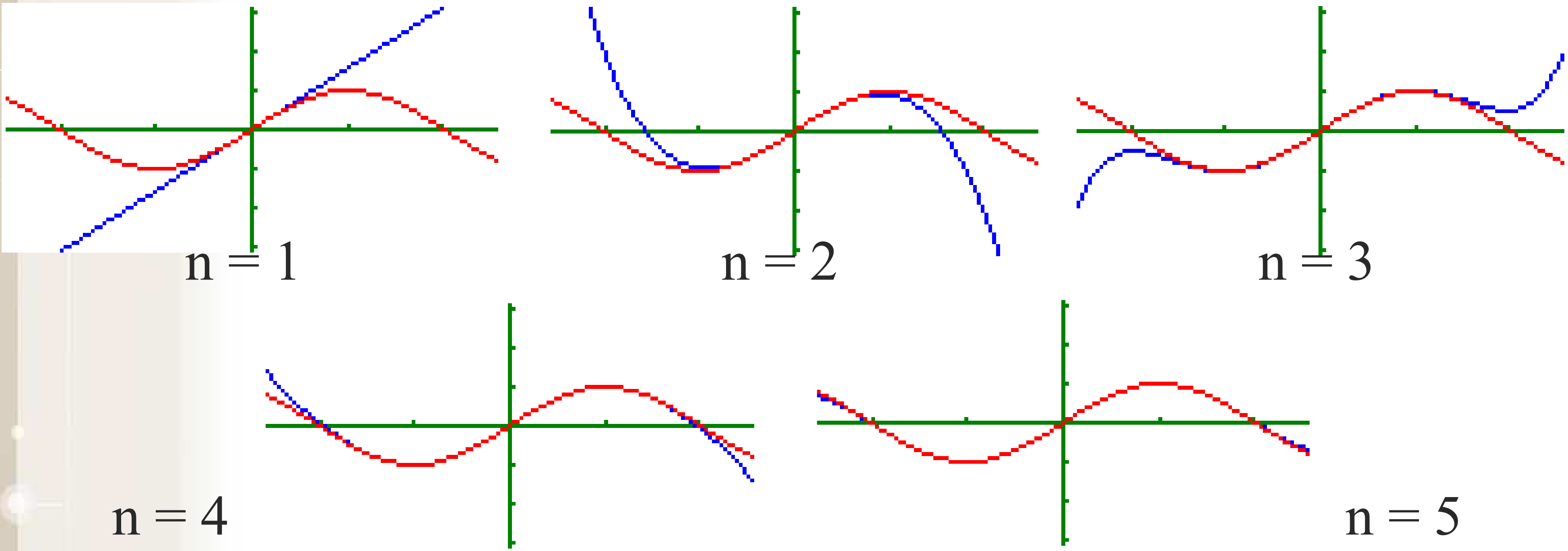
Taylorova řada

$$f(x) = f(x_0) + \frac{f'(x_0)}{1!}(x - x_0) + \ldots + \frac{f^{(n)}(x_0)}{n!}(x - x_0)^n + R_n(x)$$

Maclaurinova řada, tj. Taylorova řada pro $x_0 = 0$

$$f(x) = f(0) + \frac{f'(0)}{1!}x + \ldots + \frac{f^{(n)}(0)}{n!}x^n + R_n(x)$$

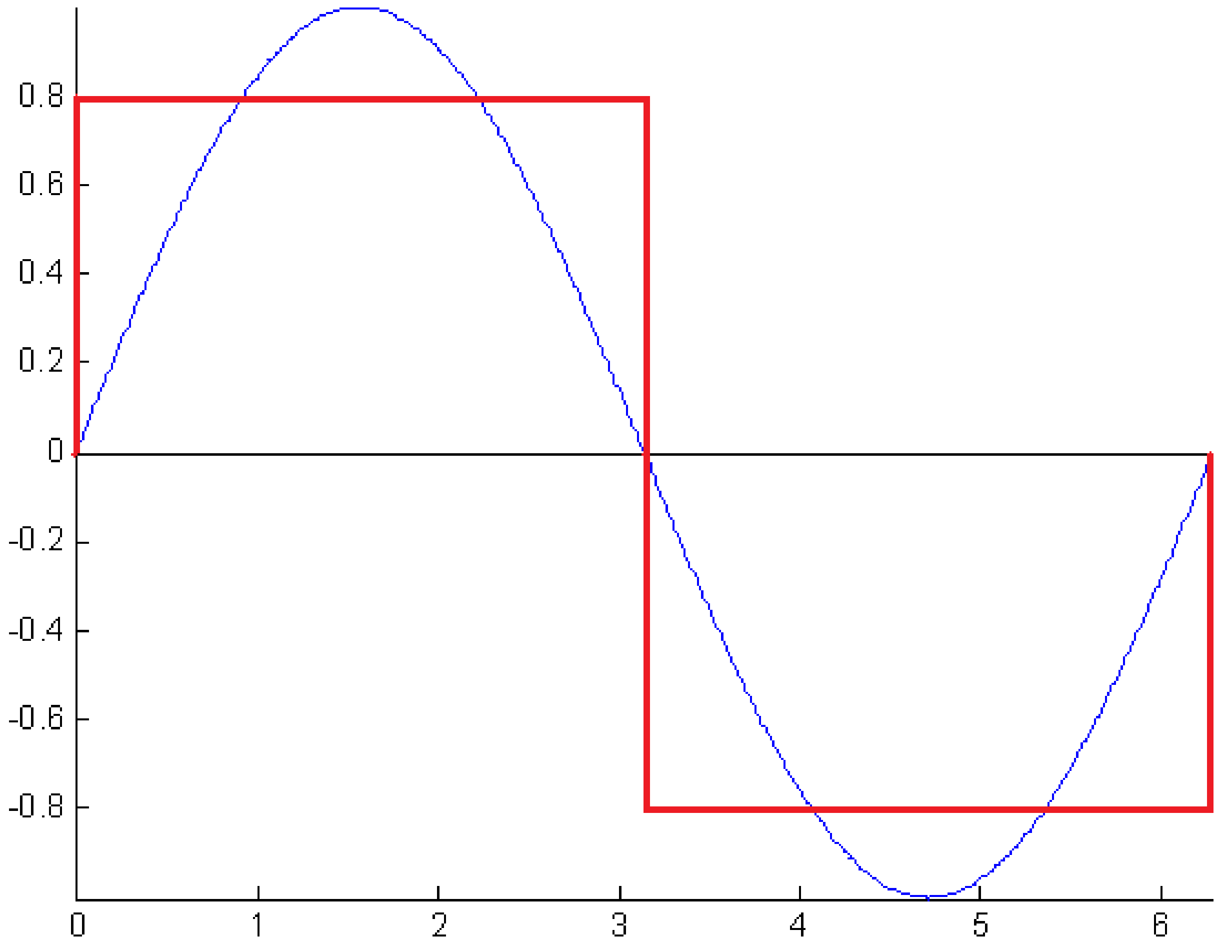
# TAYLORŮV ROZVOJ FUNKCE y = sin(x) PRO x = 0

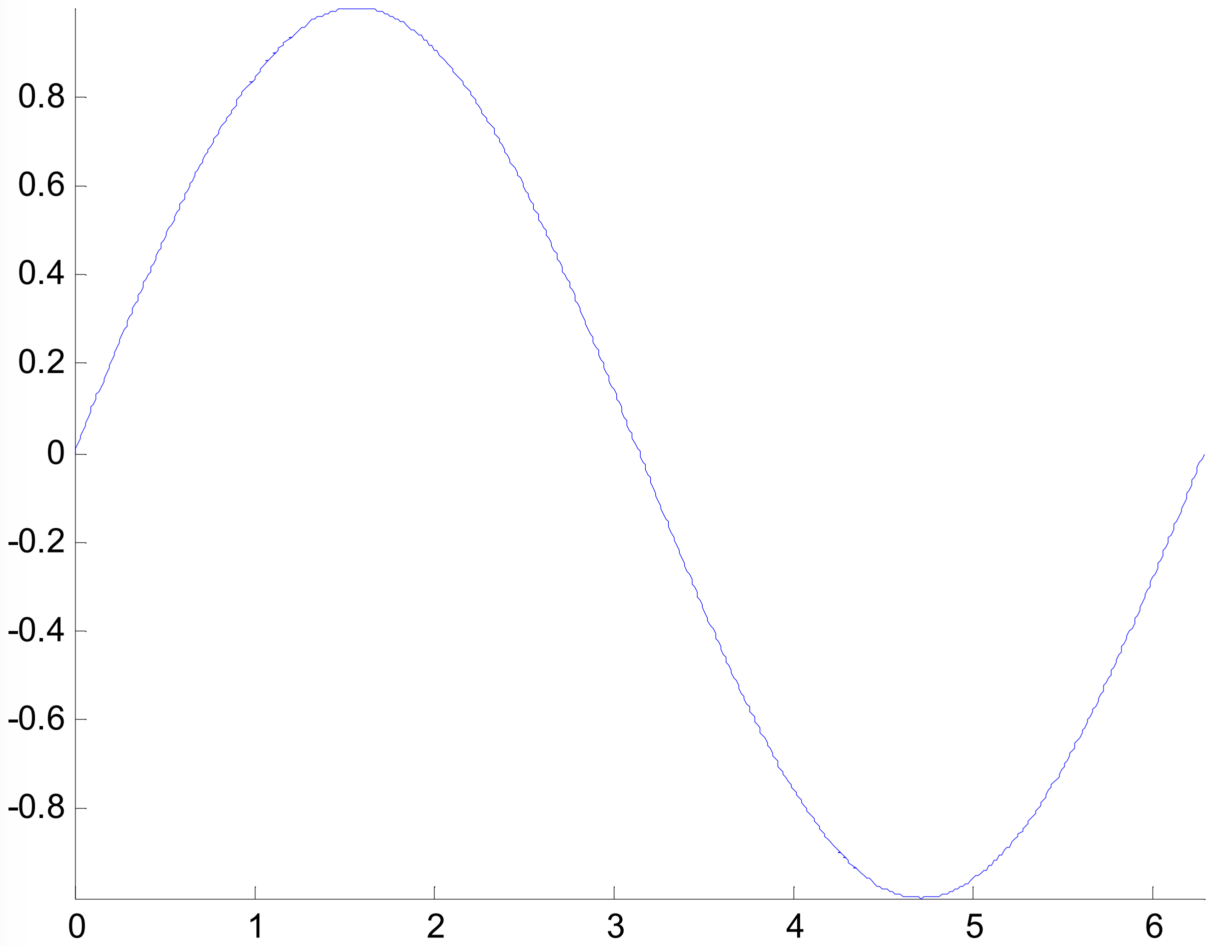


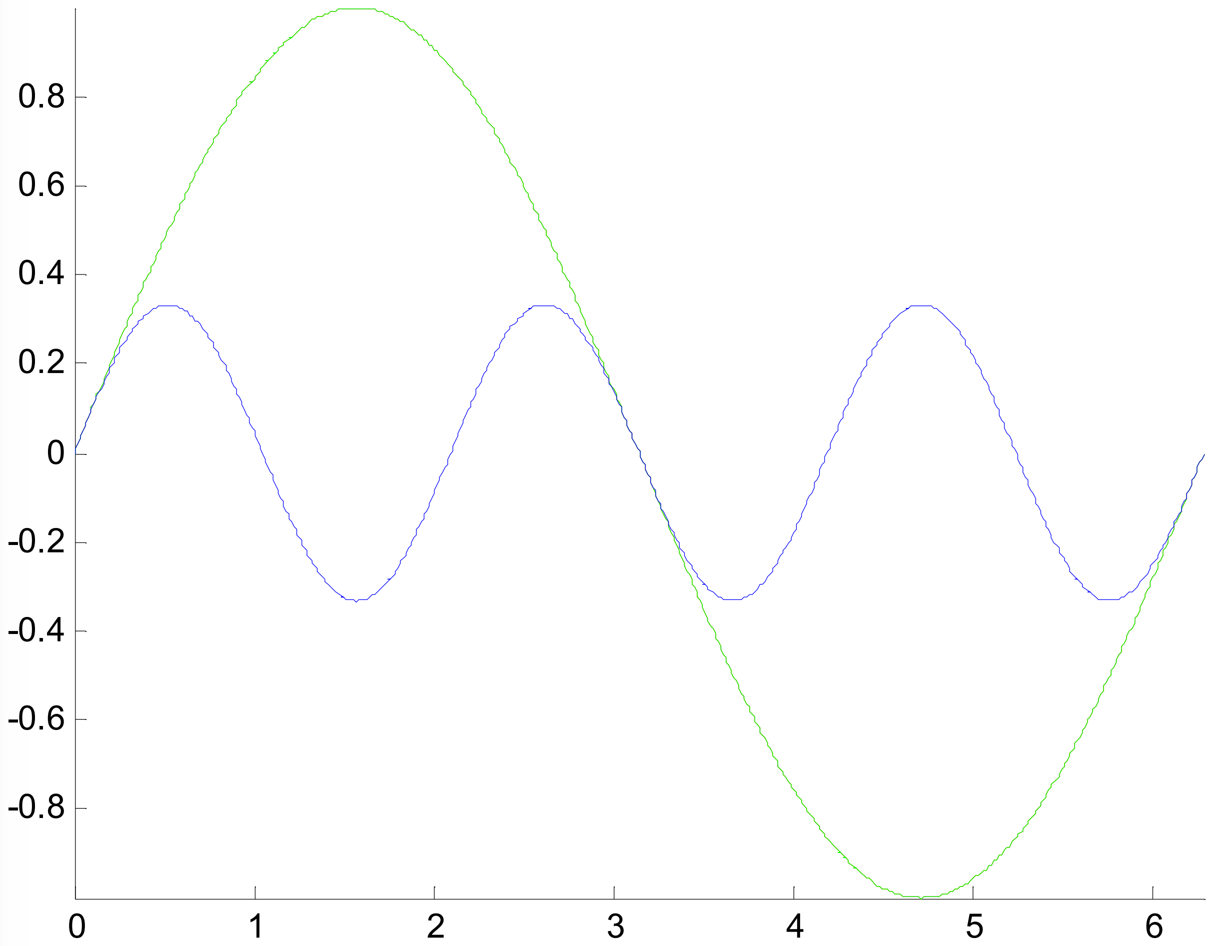

$$\sin x = x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \frac{x^7}{7!} + \ldots = \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \cdot \frac{x^{2n-1}}{(2n-1)!}$$

# ZVOLNA DO FOURIEROVY ANALÝZY FOURIEROVY ŘADY

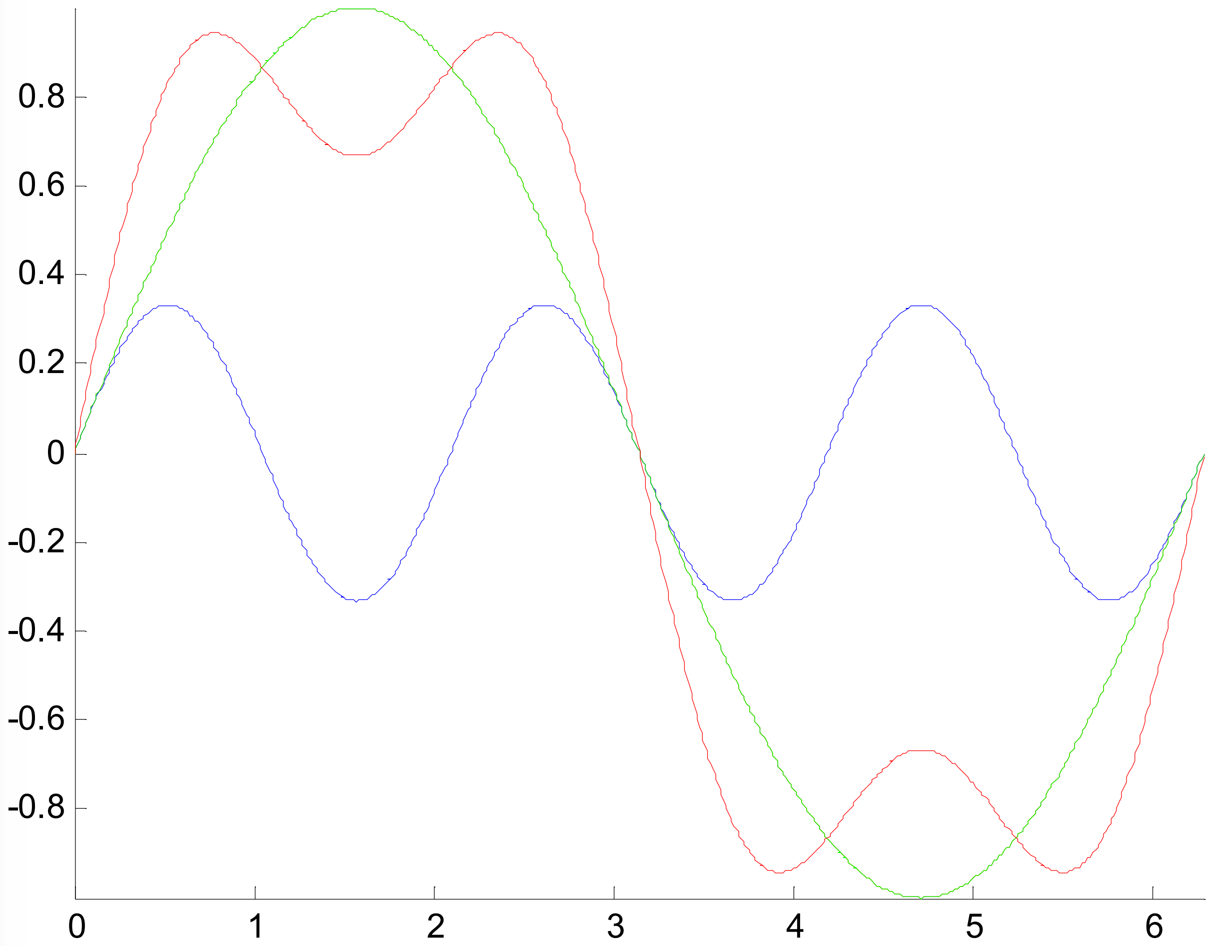
- ☑ poznali jsme, že funkci je možné vyjádřit jako mocninou řadu
- jinou možností je vyjádřit funkci jako trigonometrickou řadu (tj. jako součet harmonických funkcí (signálů)).
- pomocí trigonometrických řad lze vyjádřit obsáhlejší třídu funkcí než mocninnými řadami.

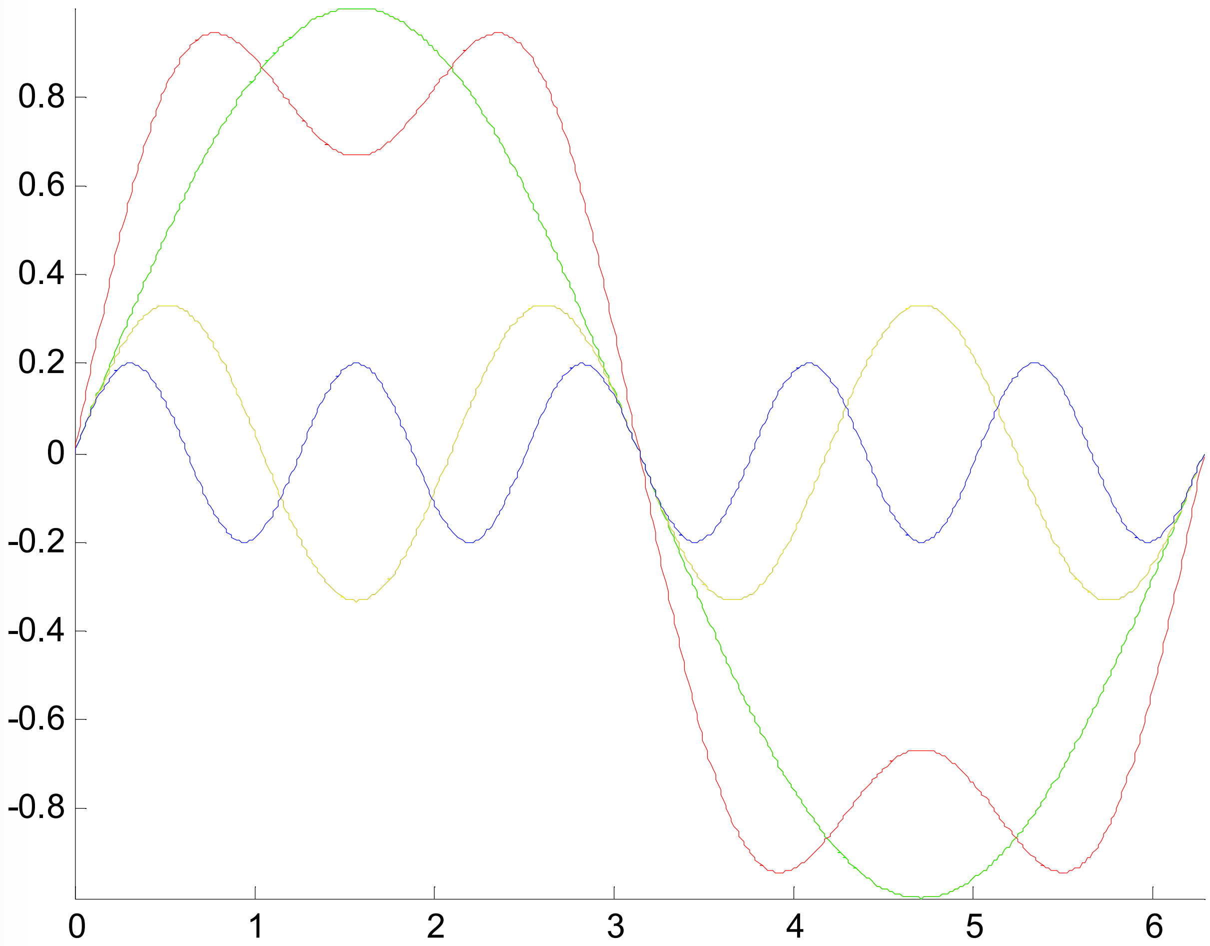

0.8
0.6
0.4
0.2
0
-0.2
-0.4
-0.6
-0.8
0
1
2
3
4
5
6

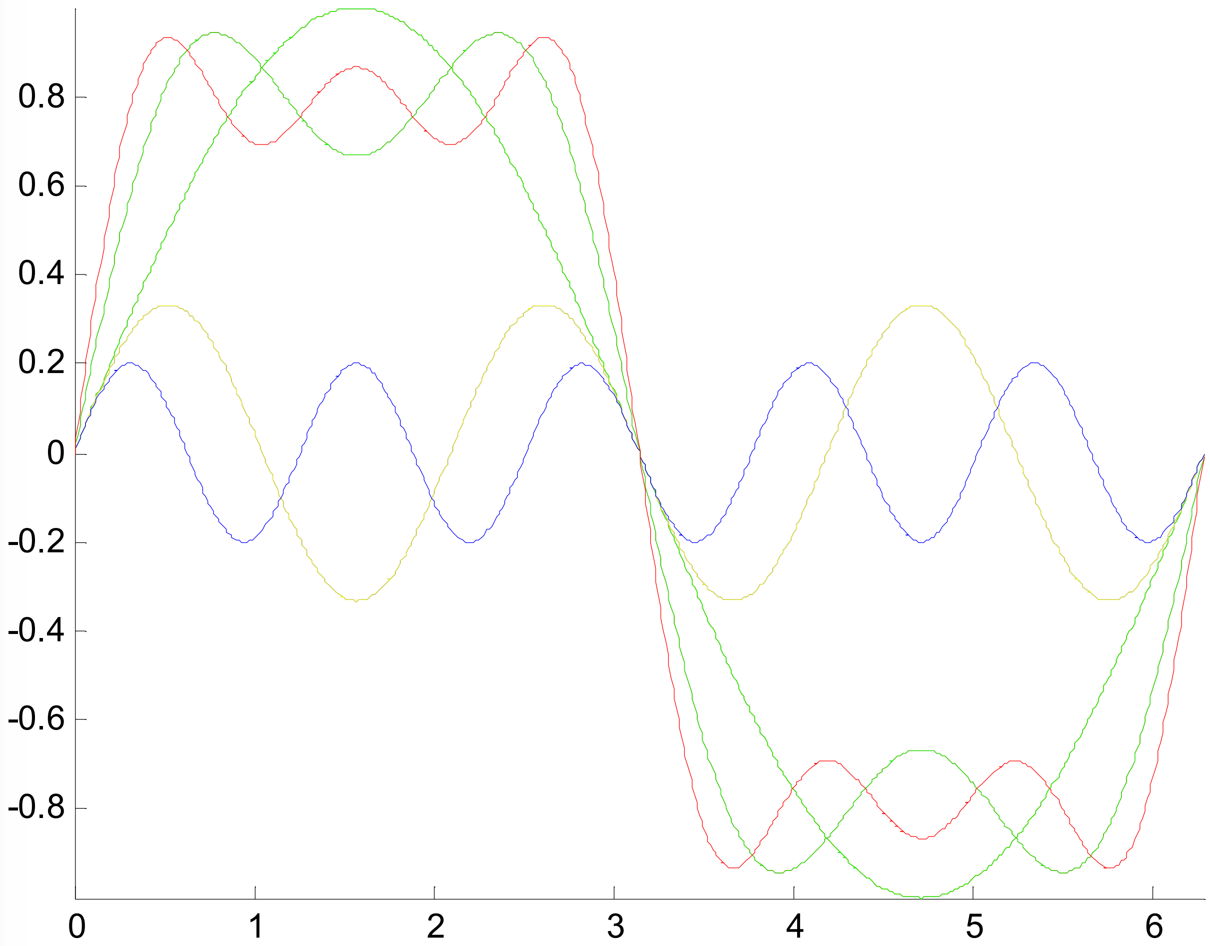

0.8
0.6
0.4
0.2
0
-0.2
-0.4
-0.6
-0.8
0
1
2
3
4
5
6



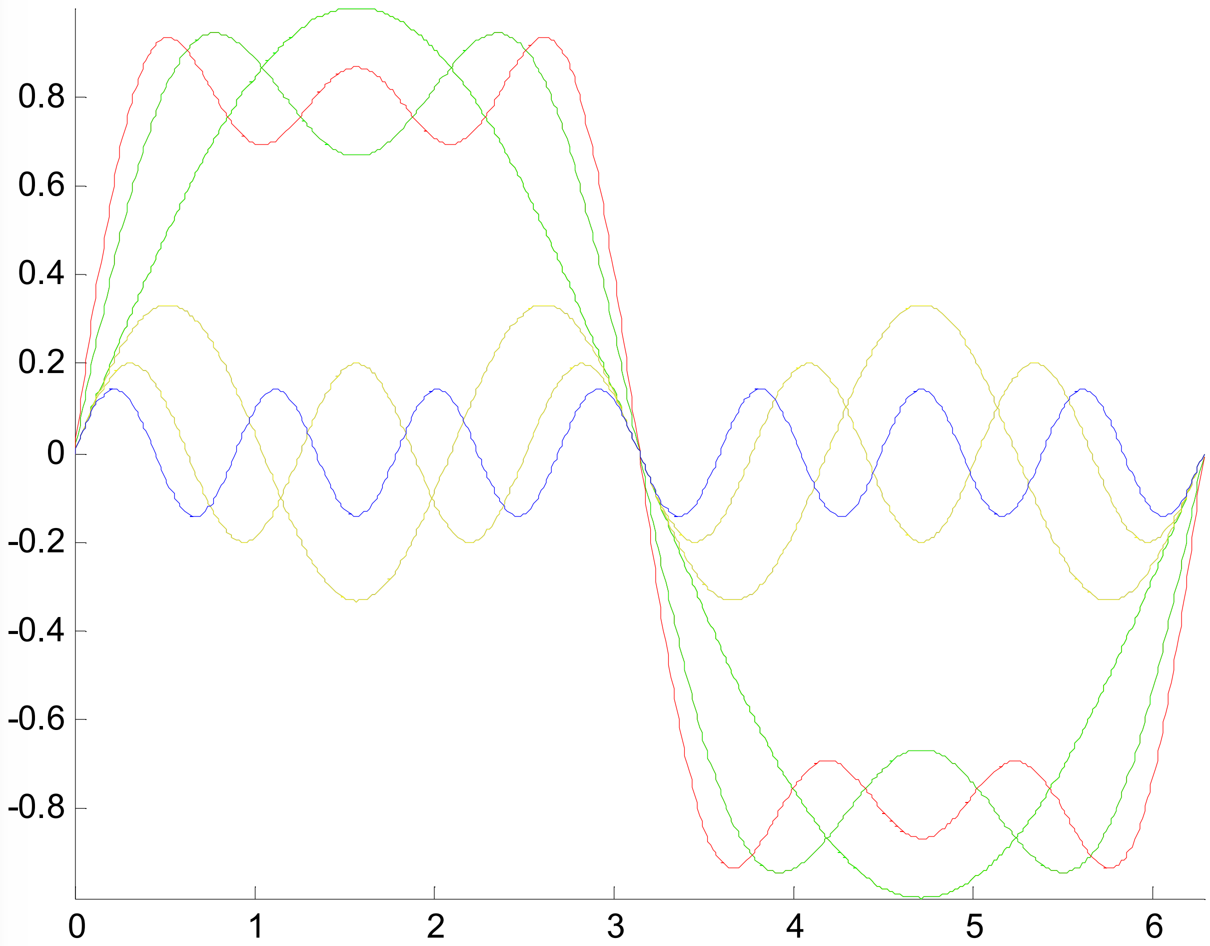
0.8
0.6
0.4
0.2
0
-0.2
-0.4
-0.6
-0.8
0
1
2
3
4
5
6

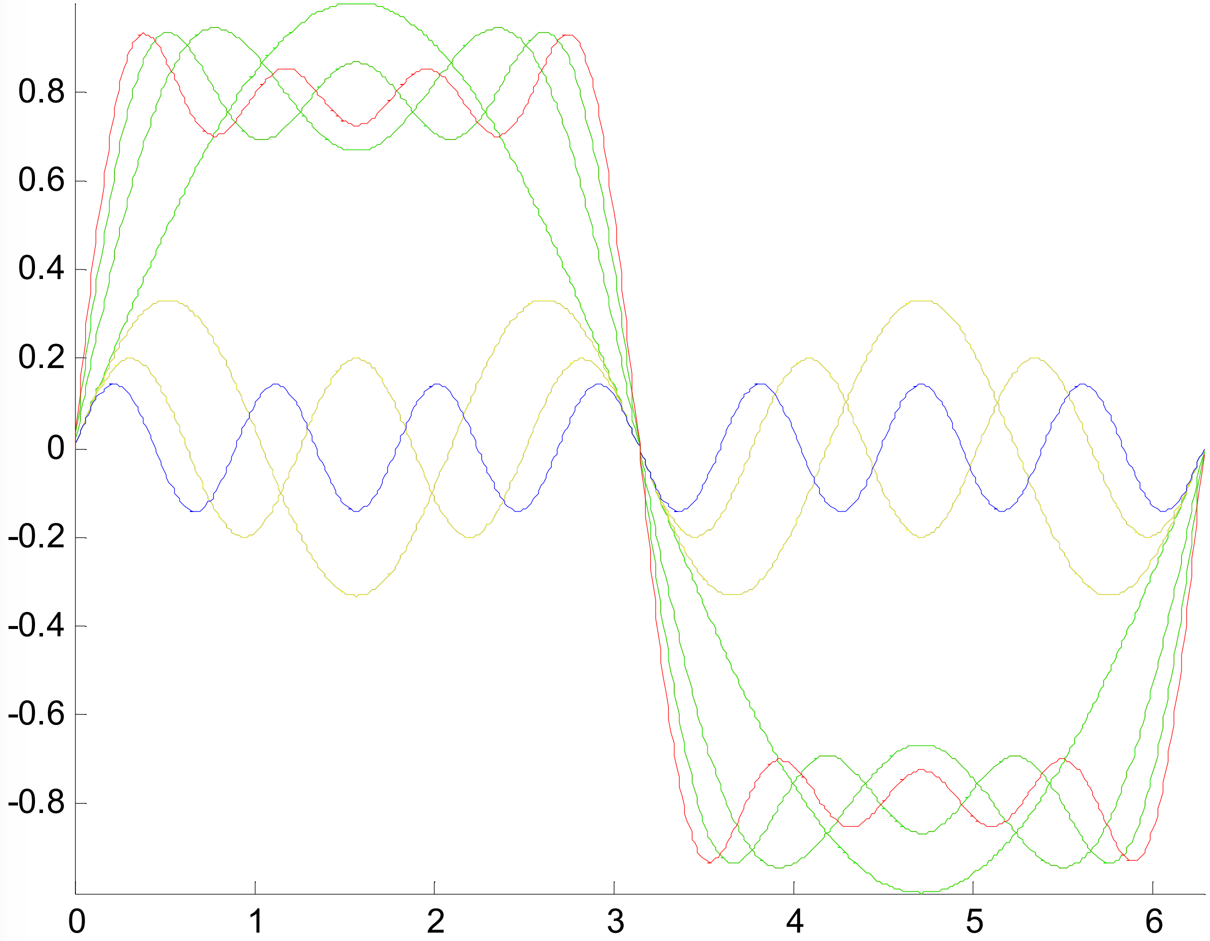

0.8
0.6
0.4
0.2
0
-0.2
-0.4
-0.6
-0.8
0
1
2
3
4
5
6

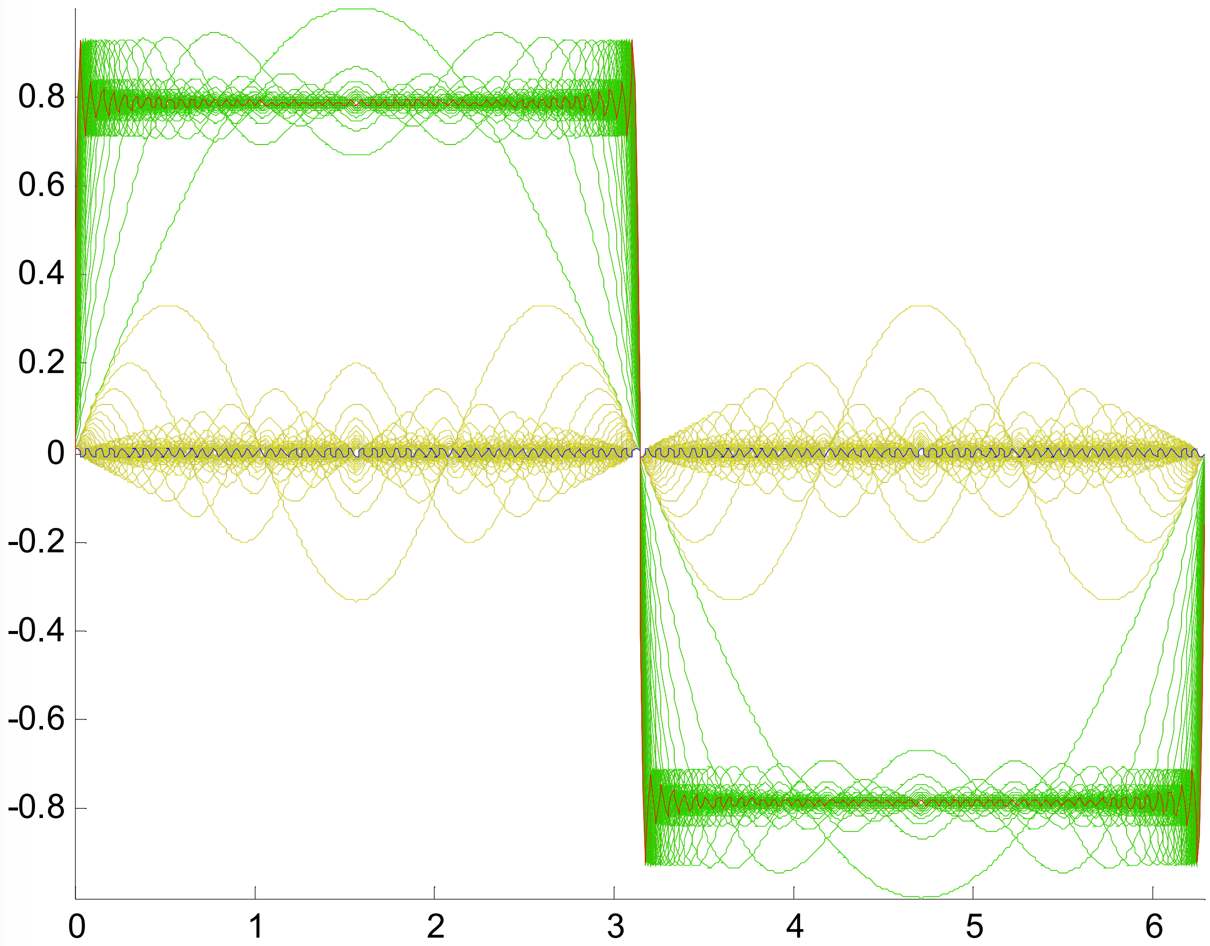

0.8
0.6
0.4
0.2
0
-0.2
-0.4
-0.6
-0.8
0
1
2
3
4
5
6



0.8
0.6
0.4
0.2
0
-0.2
-0.4
-0.6
-0.8
0
1
2
3
4
5
6


0.8
0.6
0.4
0.2
0
-0.2
-0.4
-0.6
-0.8
0
1
2
3
4
5
6


0.8
0.6
0.4
0.2
0
-0.2
-0.4
-0.6
-0.8
0
1
2
3
4
5
6


0.8
0.6
0.4
0.2
0
-0.2
-0.4
-0.6
-0.8
0
1
2
3
4
5
6

# ZVOLNA DO FOURIEROVY ANALÝZY
# FOURIEROVY ŘADY

## Trigonometrická řada

$$f(x) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos nx + b_n \sin nx)$$

- uvedený vztah můžeme psát pouze tehdy, jestliže řada na pravé straně konverguje.
- konverguje-li řada, potom je její součet periodickou funkcí proměnné *x* s periodou $2\pi$.

# ZVOLNA DO FOURIEROVY ANALÝZY
# FOURIEROVY ŘADY

- ☑ každou periodickou funkci f(x) = f(x+kX), která splňuje tzv. Dirichletovy podmínky lze vyjádřit uvedenou trigonometrickou řadou, kde se koeficienty (amplitudy) $a_n$, $b_n$ vypočítají ze vztahů

$$a_n = \frac{1}{\pi}\int_{-\pi}^{\pi} f(x)\cos nx\,dx, \quad n = 0, 1, 2, \ldots$$

$$b_n = \frac{1}{\pi}\int_{-\pi}^{\pi} f(x)\sin nx\,dx, \quad n = 1, 2, 3, \ldots$$

# ZVOLNA DO FOURIEROVY ANALÝZY
# FOURIEROVY ŘADY

- ☑ každou periodickou funkci f(x) = f(x+kX), která splňuje tzv. Dirichletovy podmínky lze vyjádřit uvedenou trigonometrickou řadou, kde se koeficienty (amplitudy) $a_n$, $b_n$ vypočítají ze vztahů

$$a_n = \frac{1}{\pi}\int_{-\pi}^{\pi} f(x)\cos nx\,dx, \quad n = 0, 1, 2, \dots$$

$$b_n = \frac{1}{\pi}\int_{-\pi}^{\pi} f(x)\sin nx\,dx, \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

**co tyhle vztahy znamenají?**

**jak je interpretovat?**

## Dirichletovy podmínky

- Funkce musí být absolutně integrovatelná přes jednu periodu X tj.

$$\int_{x}^{x+X} |f(\xi)|\, d\xi < \infty \, ;$$

- Funkce musí mít na intervalu $(x; x + X)$ konečný počet nespojitostí a konečný počet maxim i minim.

- Dirichletovy podmínky jsou postačující, nikoliv nutné.
- Všechny fyzikálně realizovatelné funkce splňují D.p.

# ZVOLNA DO FOURIEROVY ANALÝZY FOURIEROVY ŘADY

- uvedená trigonometrická řada s koeficienty určenými z výše uvedených vztahů se nazývá (trigonometrická) Fourierova řada (příslušná k funkci f).

- Fourierova řada se zjednoduší, je-li funkce f lichá nebo sudá.

- Pro lichou funkci platí

$$a_n = 0 \qquad b_n = \frac{2}{\pi}\int_0^{\pi} f(x)\sin nx \, dx$$

$$f(x) = b_1 \sin x + b_2 \sin 2x + b_3 \sin 3x + \ldots$$

# ZVOLNA DO FOURIEROVY ANALÝZY FOURIEROVY ŘADY

- Pro sudou funkci platí

$$a_n = \frac{2}{\pi}\int_0^{\pi} f(x)\cos nx\, dx \qquad b_n = 0$$

$$f(x) = \frac{a_0}{2} + a_1 \cos x + a_2 \cos 2x + a_3 \cos 3x + \ldots$$

# ZVOLNA DO FOURIEROVY ANALÝZY FOURIEROVY ŘADY

*Příklad 1*: Rozviňme funkci $f(x) = x$ ve Fourierovu řadu.

Funkce $f(x)$ je lichá, a proto $a_n = 0$. Koeficienty $b_n$ spočítáme ze vztahu

$$b_n = \frac{2}{\pi}\int_0^{\pi} x \sin nx \, dx$$

Integrací per partes dostaneme

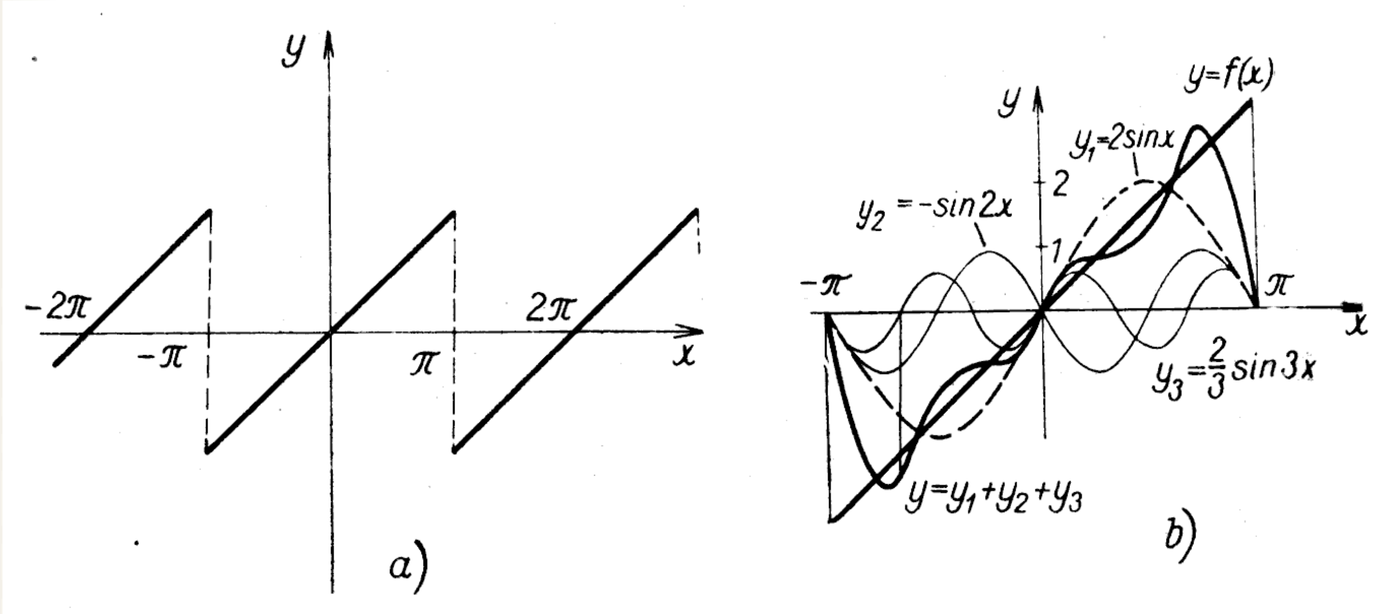
$$\int_0^{\pi} x \sin nx \, dx = \left[-\frac{x}{n}\cos nx\right]_0^{\pi} + \frac{1}{n}\int_0^{\pi} \cos nx \, dx = (-1)^{n+1}\frac{\pi}{n}$$

# ZVOLNA DO FOURIEROVY ANALÝZY FOURIEROVY ŘADY

Koeficient $b_n$ je tedy $b_n = (-1)^{n+1}\dfrac{2}{n}$

Výsledná Fourierova řada má tvar

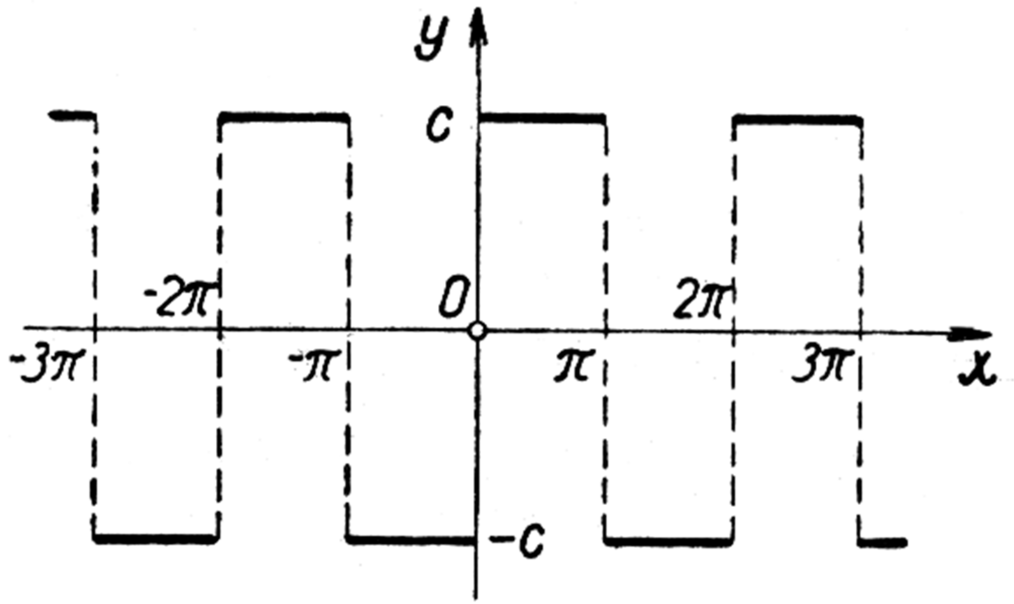
$$f(x) = x = 2\left(\sin x - \frac{1}{2}\sin 2x + \frac{1}{3}\sin 3x - \ldots\right)$$



# ZVOLNA DO FOURIEROVY ANALÝZY
# FOURIEROVY ŘADY

*Příklad 2*: Rozviňme ve Fourierovu řadu funkci

$$f(x) = \begin{cases} -c & \text{pro} \quad -\pi < x < 0 \\ c & \text{pro} \quad 0 < x < \pi \end{cases}$$



# ZVOLNA DO FOURIEROVY ANALÝZY FOURIEROVY ŘADY

- Funkce $f(x)$ je lichá, a proto $a_n = 0$. Koeficienty $b_n$ spočítáme takto

$$b_n = -\frac{c}{\pi}\left(\int_{-\pi}^{0} \sin nx \, dx - \int_{0}^{\pi} \sin nx \, dx\right) = -\frac{2c}{n\pi}\left[\cos nx\right]_0^{\pi}$$

- Pro $n$ sudé je $b_n = 0$, pro n liché je

$$b_n = \frac{4c}{n\pi}$$

- Výsledná Fourierova řada má tvar

$$f(x) = \frac{4c}{\pi}\left(\sin x + \frac{1}{3}\sin 3x + \frac{1}{5}\sin 5x + \dots\right)$$

# ZVOLNA DO FOURIEROVY ANALÝZY
# FOURIEROVY ŘADY

- Zobecnění pro funkce s periodou *T*.

Fourierova řada (příslušná k funkci *f*) má tvar

$$f(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty}\left(a_n \cos n\frac{2\pi}{T}t + b_n \sin n\frac{2\pi}{T}t\right)$$

$$a_n = \frac{2}{T}\int_0^T f(t)\cos n\frac{2\pi}{T}t\,dt, \quad n = 0, 1, 2, \ldots$$

$$b_n = \frac{2}{T}\int_0^T f(t)\sin n\frac{2\pi}{T}t\,dt, \quad n = 1, 2, 3, \ldots$$

# HARMONICKÁ FOURIEROVA ŘADA

$$s(t) = c_0 + \sum_{n=1}^{\infty} \left( c_n \cos(n\Omega t + \varphi_n) \right)$$

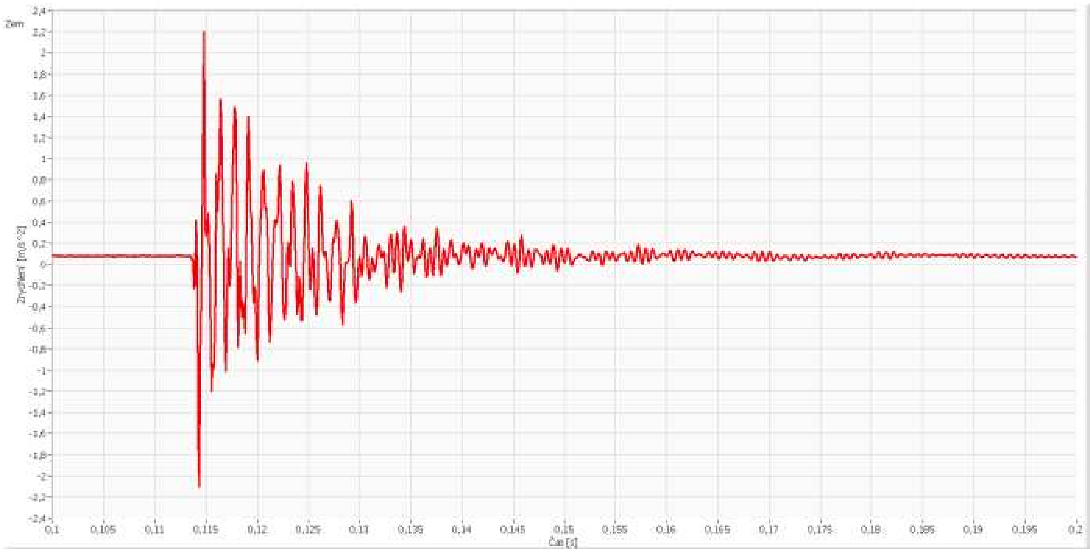
kde výraz

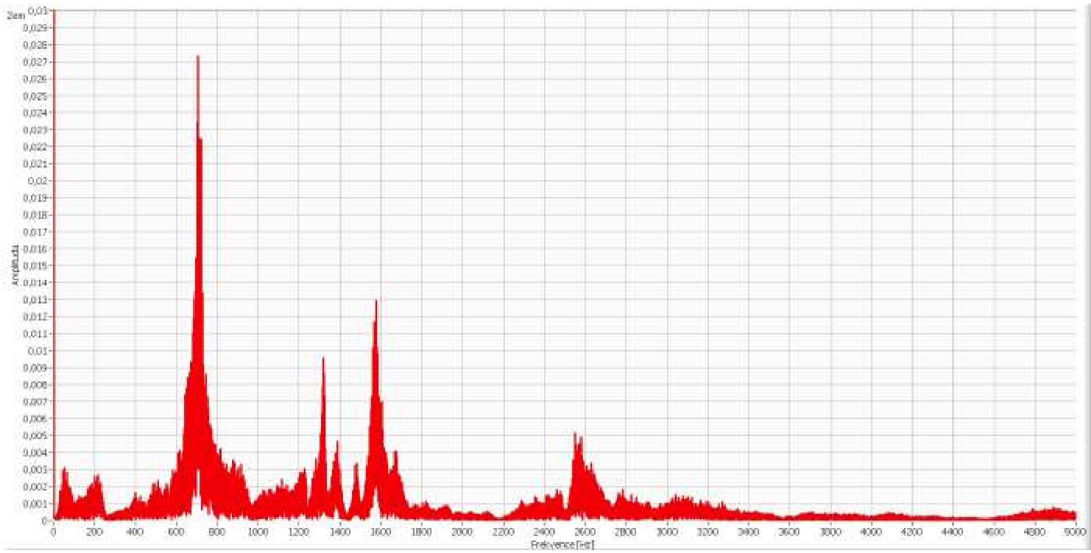
$$c_n \cos(n\Omega t + \varphi_n)$$

nazýváme n-tou harmonickou složkou funkce s(t)

$$c_n = \sqrt{a_n^2 + b_n^2}, \quad \varphi_n = \operatorname{arctg} \frac{b_n}{a_n}$$

# OSCILACE


Zem
2,4
2,2
2
1,8
1,6
1,4
1,2
1
0,8
0,6
0,4
0,2
0
-0,2
-0,4
-0,6
-0,8
-1
-1,2
-1,4
-1,6
-1,8
-2
-2,2
-2,4
0,1
0,105
0,11
0,115
0,12
0,125
0,13
0,135


Zem
0,03
0,029
0
0
200
400
600
800
1000
1200
1400
1600
1800
2000
2200
2400
2600
2800
3000
3200
3400
3600
3800
4000
4200
4400
4600
4800
5000

# FOURIEROVA ŘADA V KOMPLEXNÍM TVARU

- ☑ každou periodickou funkci f(t+kT)=f(t), (která vyhovuje Dirichletovým podmínkám), můžeme rozložit ve Fourierovu řadu

$$f(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \dot{c}_n e^{jn\Omega t} \qquad \Omega = 2\pi / T$$

kde $c_n$ jsou komplexní Fourierovy koeficienty

$$\dot{c}_n = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} f(t).e^{-jn\Omega t} dt$$

Ω – úhlový kmitočet základní harmonické složky (základní harmonická);

# FOURIEROVA ŘADA V KOMPLEXNÍM TVARU

$$\dot{c}_n = \frac{1}{T}\int_{-T/2}^{T/2} f(t).e^{-jn\Omega t}dt$$

pro n = 0 je

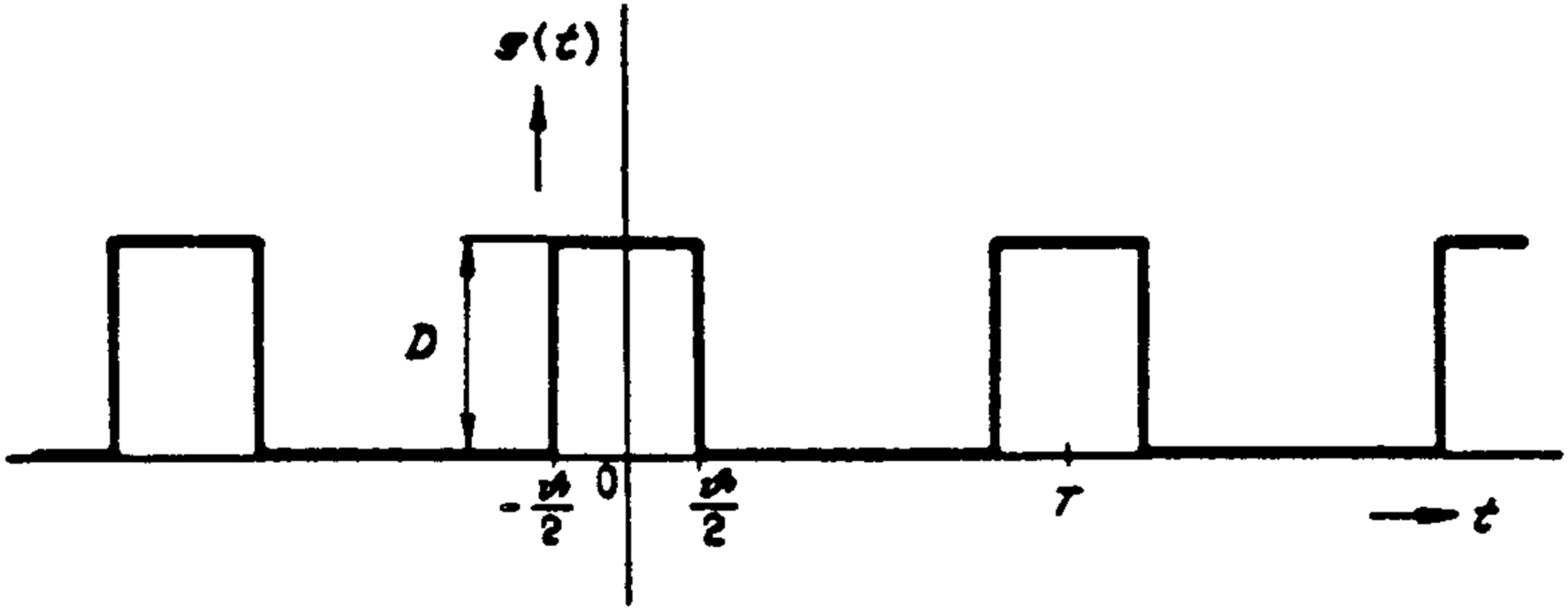
$$\dot{c}_0 = \frac{1}{T}\int_{-T/2}^{T/2} f(t).dt \quad ,$$

což je střední hodnota funkce f(t).

Pro reálné funkce f(t) je $\dot{c}_{-n} = \dot{c}^*_n$.

# PŘÍKLADY

## SPEKTRUM OBDÉLNÍKOVÉHO PULSU



# PŘÍKLADY

## SPEKTRUM OBDÉLNÍKOVÉHO PULSU

Pomocný výpočet:

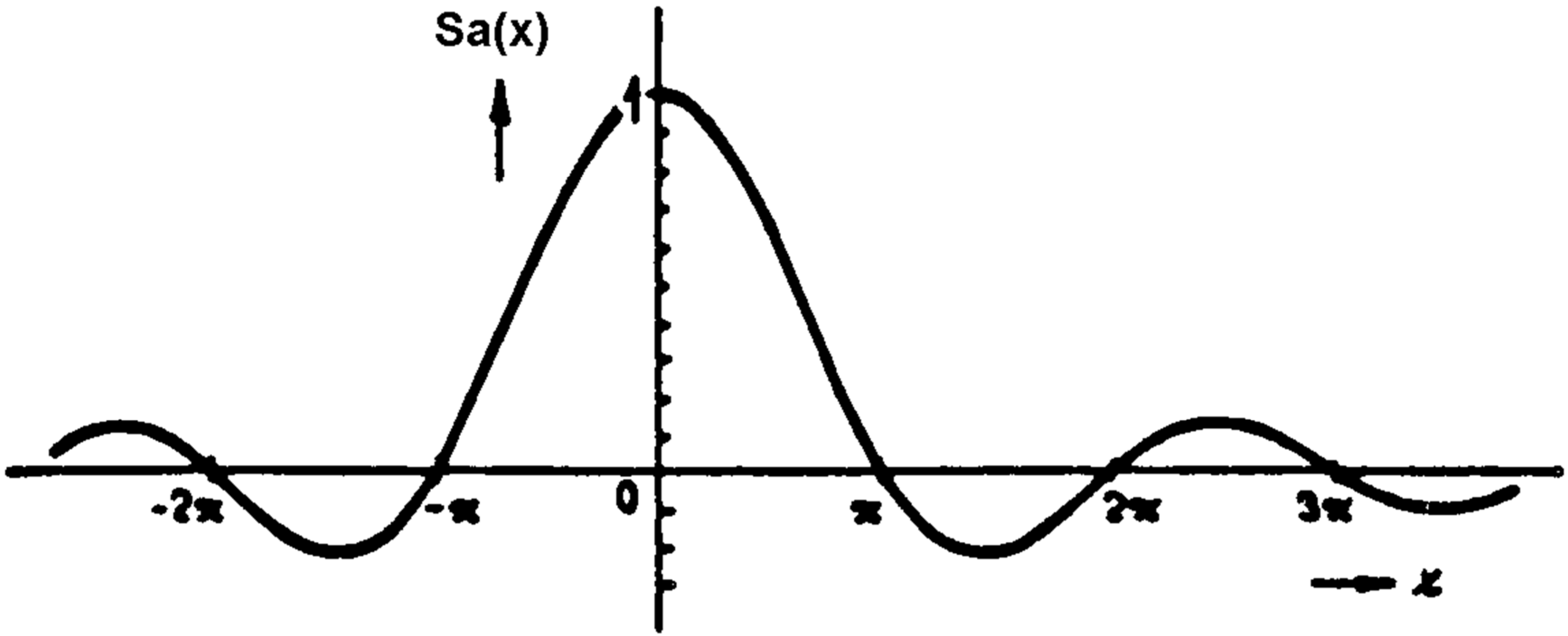
$$I(n\omega) = \int_{-a}^{a} e^{\pm jn\omega t} dt$$

Pro n = 0 je $I(0) = 2a$

Pro $n \neq 0$

$$I(n\omega) = \left[\frac{e^{\pm jn\omega t}}{\pm jn\omega}\right]_{-a}^{a} = \frac{e^{jn\omega a} - e^{-jn\omega a}}{jn\omega} = \frac{2}{n\omega} \cdot \frac{e^{jn\omega a} - e^{-jn\omega a}}{2j} = 2a.\frac{\sin n\omega a}{n\omega . a}$$

# PŘÍKLADY
## SPEKTRUM OBDÉLNÍKOVÉHO PULSU



# PŘÍKLADY

## SPEKTRUM OBDÉLNÍKOVÉHO PULSU

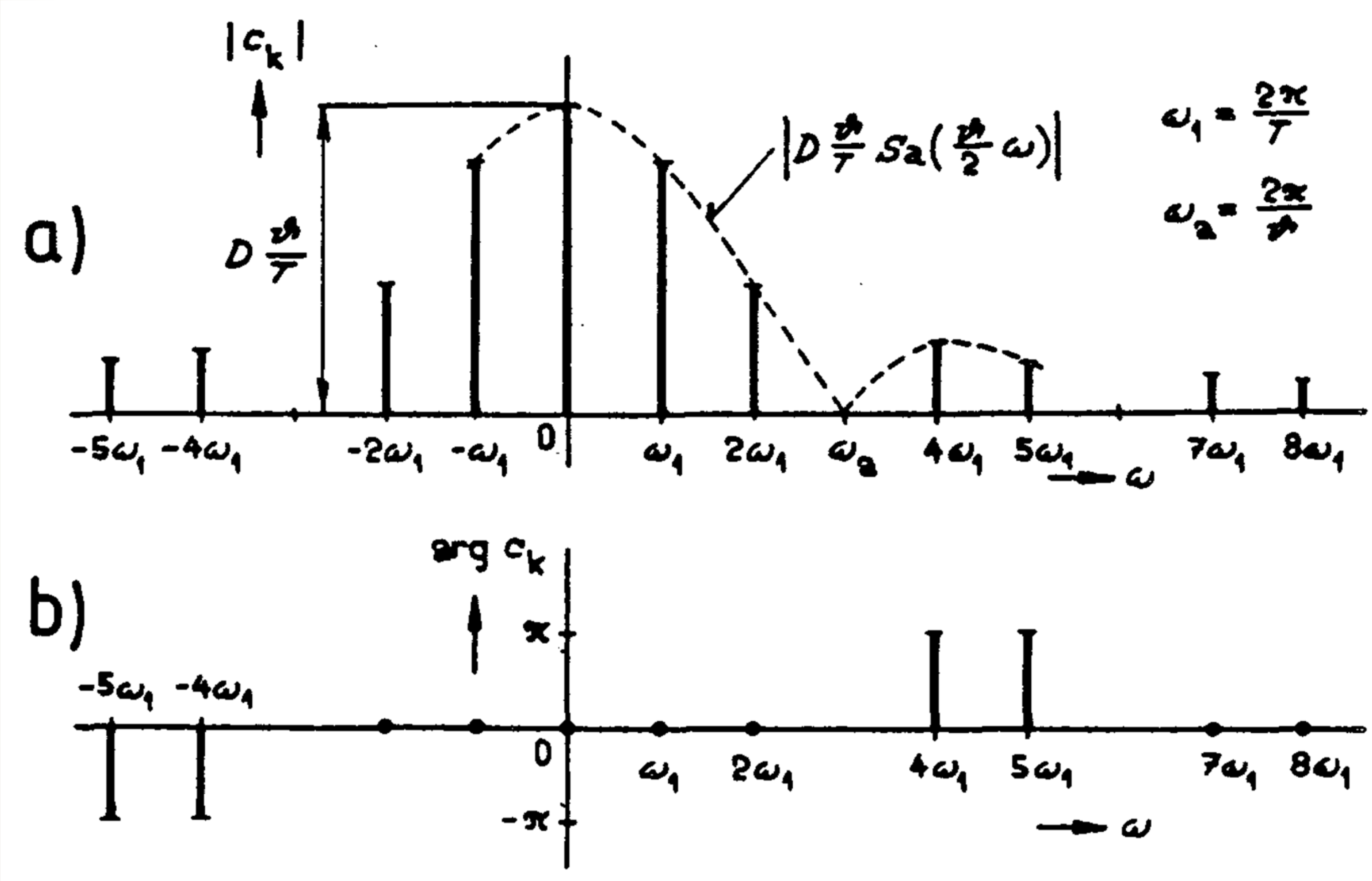
Šířka impulsů – $\vartheta$,výška – D, perioda T

$$c_n = \frac{1}{T}\int_{-T/2}^{T/2} s(t).e^{-jn\Omega t}dt = \frac{1}{T}\int_{-\vartheta/2}^{\vartheta/2} D.e^{-jn\Omega t}dt = \frac{D}{T}\int_{-\vartheta/2}^{\vartheta/2} e^{-jn\Omega t}dt =$$

$$= \ldots = \frac{D}{T}.2.\frac{\vartheta}{2}.Sa\left(\frac{\vartheta}{2}n\Omega\right) = D.\frac{\vartheta}{T}.Sa\left(\frac{\vartheta}{2}n\Omega\right)$$

# PŘÍKLADY

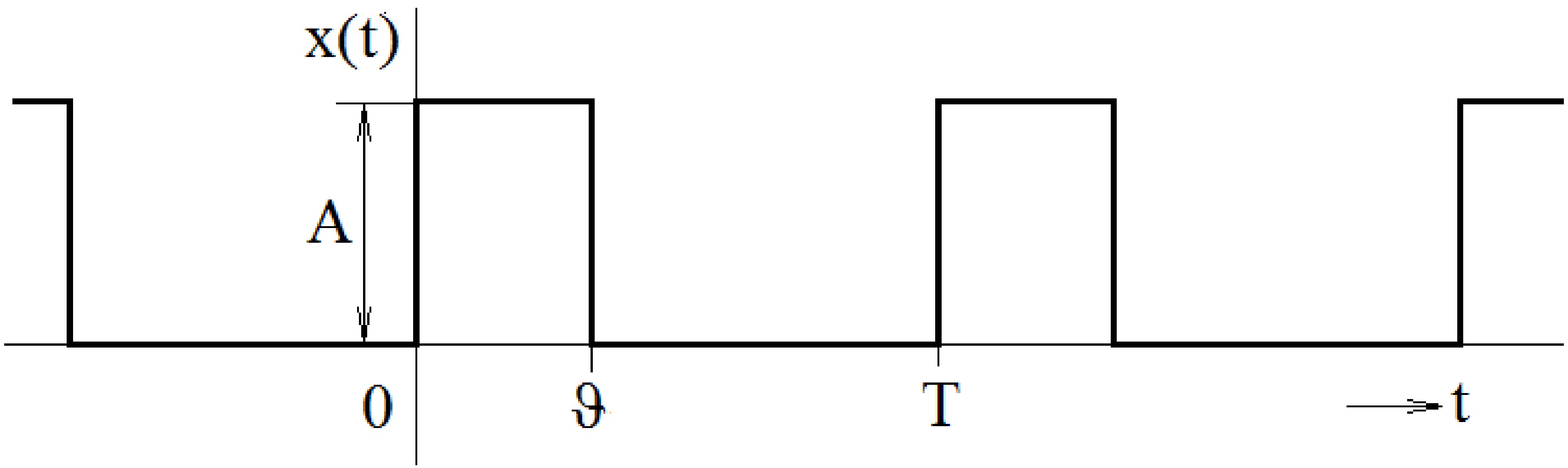
## SPEKTRUM OBDÉLNÍKOVÉHO PULSU



# PŘÍKLADY

## SPEKTRUM OBDÉLNÍKOVÉHO PULSU

Co se stane, když posuneme obdélníkový pulz z předešlého příkladu tak, aby nástupná hrana obdélníka byla v počátku časové osy?



# PŘÍKLADY

## SPEKTRUM OBDÉLNÍKOVÉHO PULSU

Co se stane, když posuneme obdélníkový pulz z předešlého příkladu tak, aby nástupná hrana obdélníka byla v počátku časové osy?

$$\dot{c}_n = \frac{1}{T}\int_0^T s(t).e^{-jn\Omega t}dt = \frac{1}{T}\int_0^{\vartheta} A.e^{-jn\Omega t}dt = \frac{A}{T}\int_0^{\vartheta} e^{-jn\Omega t}dt = \frac{A}{T}\left[-\frac{1}{jn\Omega}e^{-jn\Omega t}\right]_0^{\vartheta} =$$

$$= \frac{A}{T}.\left(-\frac{1}{jn\Omega}.e^{-jn\Omega\vartheta} + \frac{1}{jn\Omega}\right) = \frac{A}{T}.\frac{1}{jn\Omega}.\left(1 - e^{-jn\Omega\vartheta}\right) =$$

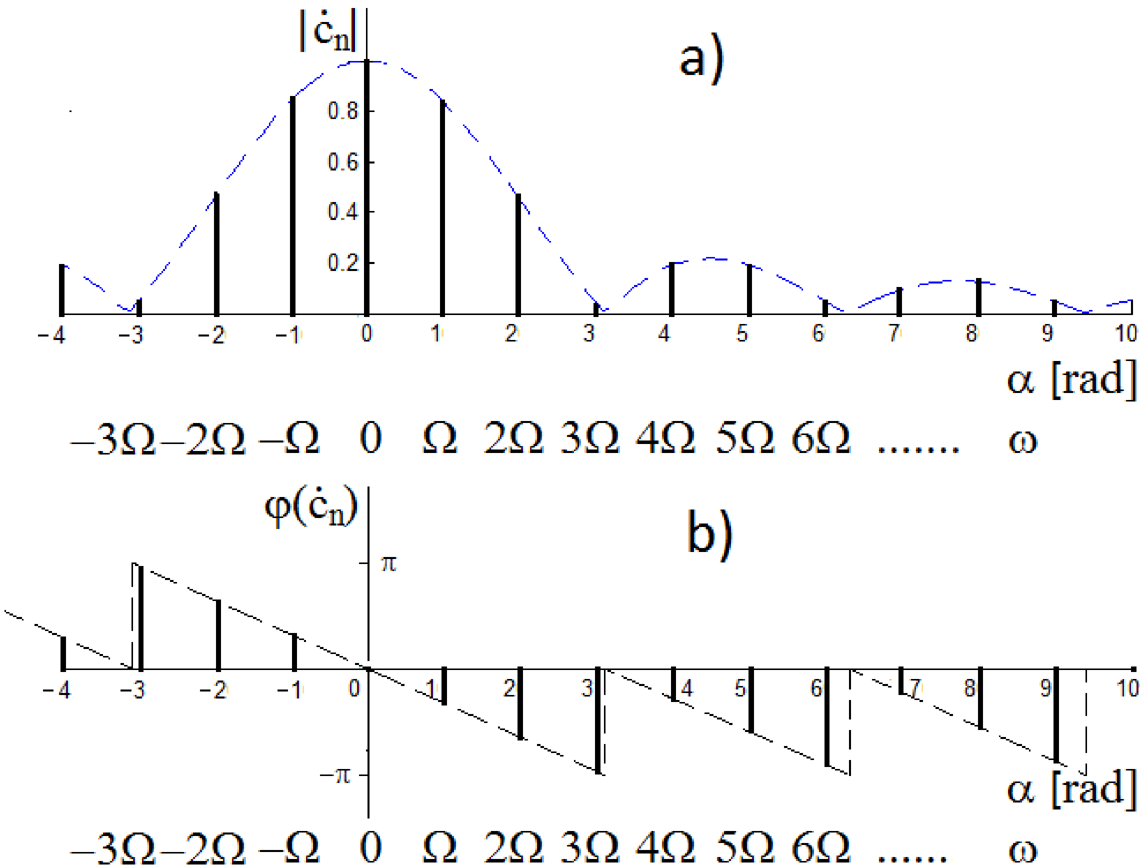
$$= \frac{A}{T}.\frac{2}{jn\Omega}.\frac{e^{jn\Omega\vartheta/2}.e^{-jn\Omega\vartheta/2} - e^{-jn\Omega\vartheta/2}.e^{-jn\Omega\vartheta/2}}{2} = \frac{A}{T}.\frac{2}{n\Omega}.\frac{e^{jn\Omega\vartheta/2} - e^{-jn\Omega\vartheta/2}}{2j}.e^{-jn\Omega\vartheta/2} =$$

$$= \frac{A}{T}.\frac{2\vartheta}{n\Omega\vartheta}.\sin(n\Omega\vartheta/2).e^{-jn\Omega\vartheta/2} = \frac{A\vartheta}{T}.\frac{\sin(n\Omega\vartheta/2)}{n\Omega\vartheta/2}.e^{-jn\Omega\vartheta/2} = A.\frac{\vartheta}{T}.Sa\left(n\Omega\frac{\vartheta}{2}\right).e^{-jn\Omega\frac{\vartheta}{2}}.$$

# PŘÍKLADY

## SPEKTRUM OBDÉLNÍKOVÉHO PULSU

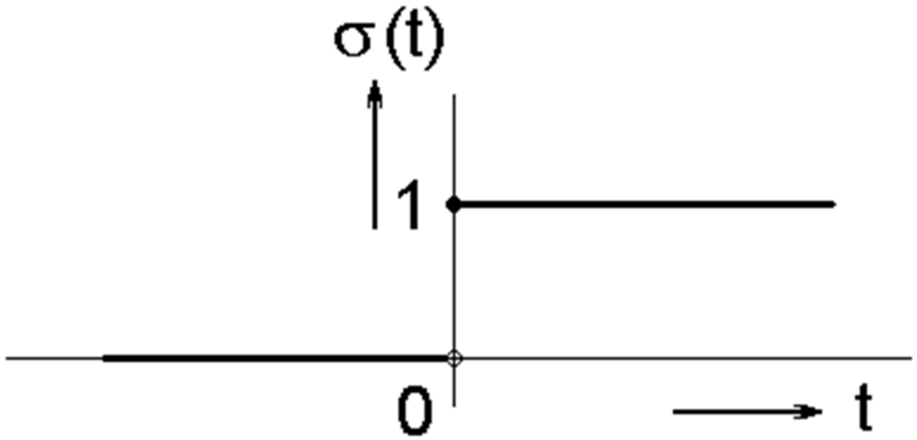
Co se stane, když posuneme obdélníkový pulz z předešlého příkladu tak, aby nástupná hrana obdélníka byla v počátku časové osy?



# JEDNORÁZOVÉ SIGNÁLY

- ☑ jednotkový skok (Heavisidova funkce)

$$\sigma(t) = \begin{cases} 0, & \text{pro } t < 0; \\ 1, & \text{pro } t \geq 0. \end{cases}$$

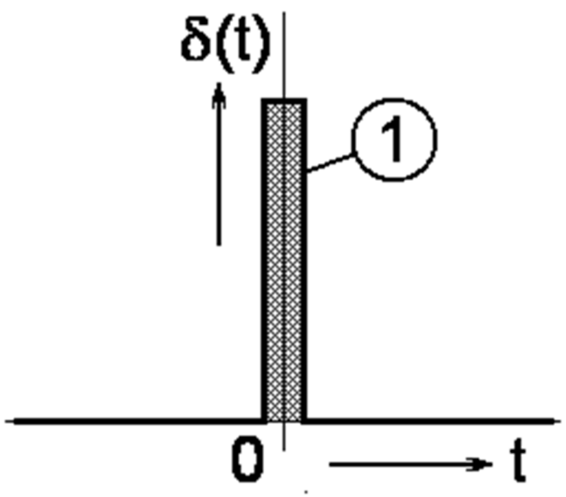


# JEDNORÁZOVÉ SIGNÁLY

- ☑ jednotkový impuls (Diracův impuls) - δ(t)

splňuje vztah

$$\int_{-\infty}^{\infty} s(t).\delta(t-\tau)dt = s(\tau)$$

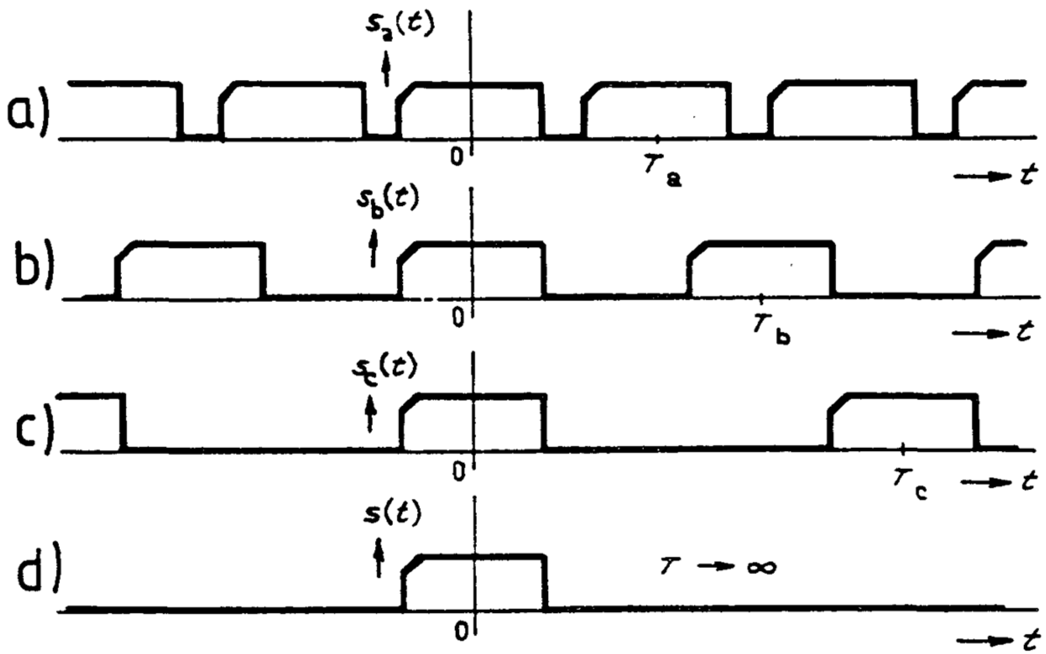



zjednodušeně:

jednotkový impulz δ(t) je velice úzký (limitně s nulovou šířkou) a velice (limitně nekonečně) vysoký obdélníkový impulz, jehož výška je rovna převrácené hodnotě šířky $\Rightarrow$ mohutnost je jednotková

# FOURIEROVA TRANSFORMACE

- ☑ zavádí spektrální popis jednorázových (aperiodických) veličin – můžeme jej získat z Fourierovy řady limitním prodloužením periody signálu T→∞



# FOURIEROVA TRANSFORMACE

- ☑ kmitočet základní harmonické složky

$$\Omega = 2\pi/T$$

když $T \to \infty$, pak $\Omega \to d\omega \to 0$

Graficky to představuje zhušťování spektrálních čar s prodlužující se periodou až v limitním případě je vzdálenost mezi spektrálními čarami nulová. Pro aperiodický funkci budou spektrální čáry na sebe navazovat - $n\Omega \to \omega$

$$s(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n . e^{jn\Omega t}$$

Suma ve výše uvedeném vztahu přechází v integrál s mezemi od - ∞ do ∞.

# FOURIEROVA TRANSFORMACE

$$c_n = \frac{1}{T}\int_{-T/2}^{T/2} s(t).e^{-jn\Omega t}dt$$

pro T→∞ je T= 2π/dω, meze integrálu budou pro nekonečně trvající veličinu od - ∞ do ∞. Pro T →∞ budou rovněž amplitudy spojitého spektra jednorázového impulsu nekonečně malé. Dosaďme za $c_n$ do vztahu na předchozím obrázku

# FOURIEROVA TRANSFORMACE

$$s(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\omega}{2\pi} \left( \int_{-\infty}^{\infty} s(t).e^{-j\omega t} dt \right) .e^{j\omega t}$$

Označme

$$S(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} s(t).e^{-j\omega t} dt$$

**Fourierova transformace**

Funkci S(ω) nazveme spektrální funkcí dané veličiny. Ta už nevyjadřuje skutečné zastoupení jednotlivých harmonických složek, nýbrž jen jejich poměrné zastoupení.

Fourierova transformace převádí funkci s(t) z časové domény na funkci S(ω) v kmitočtové oblasti.

# FOURIEROVA TRANSFORMACE

Pro časovou funkci můžeme psát vztah

$$s(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} S(\omega).e^{j\omega t}.d\omega$$

**zpětná Fourierova transformace**

# FOURIEROVA TRANSFORMACE

## VLASTNOSTI

Princip superpozice ( ! podmínka linearity ! )

$$s_1(t) + s_2(t) \sim S_1(\omega) + S_2(\omega)$$

$$a.s(t) \sim a.S(\omega)$$

Lineární kombinaci funkcí odpovídá lineární kombinace jejich spekter

Změna znaménka

$$s(-t) \sim S^*(\omega)$$

Změna měřítka

$$s(t/a) \sim a.S(a\omega), \text{ kde } a > 0$$

# FOURIEROVA TRANSFORMACE
## VLASTNOSTI

Translace funkce

$$s(t-\tau) \sim S(\omega).e^{-j\omega\tau}$$

Transpozice spektra

$$S(\omega-\Omega) \sim s(t).e^{j\Omega t}$$

Konvoluce funkcí

$$s_1(t) * s_2(t) = \int_{-\infty}^{t} s_1(x).s_2(t-x).dx \approx S_1(\omega).S_2(\omega)$$

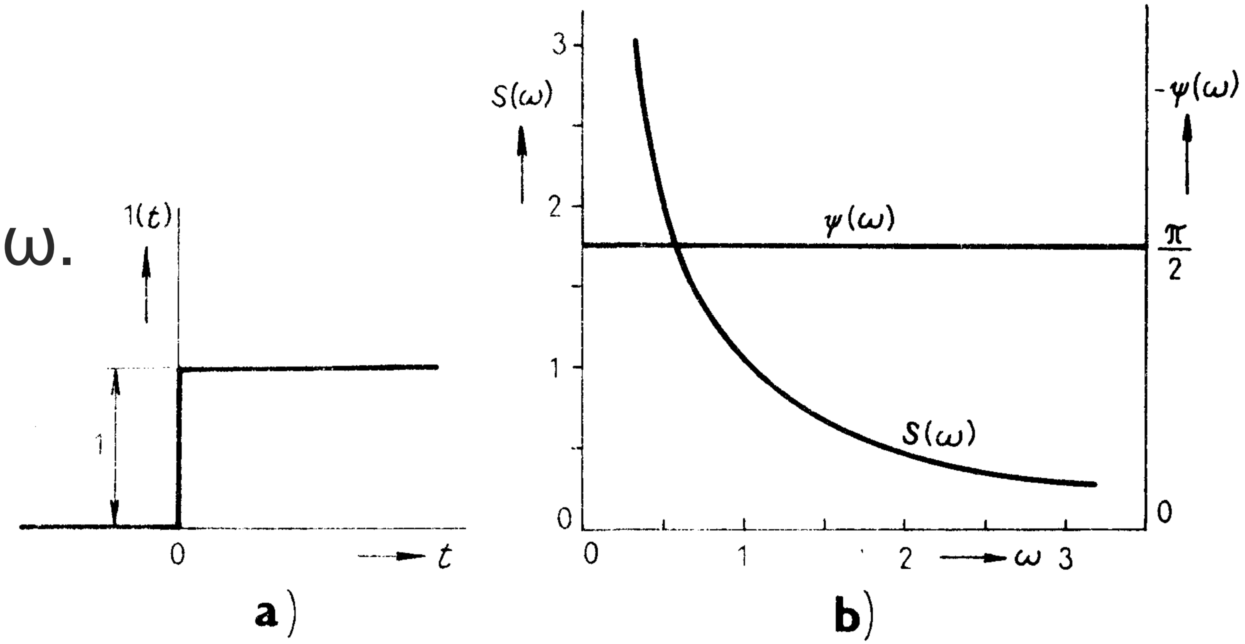
# PŘÍKLADY
## SPEKTRUM JEDNOTKOVÉHO SKOKU

Jednotkový skok σ(t) nevyhovuje podmínce absolutní integrovatelnosti, nemá Fourierův integrál.

Pomůžeme si pomocí funkce $A.e^{-\beta t}$.

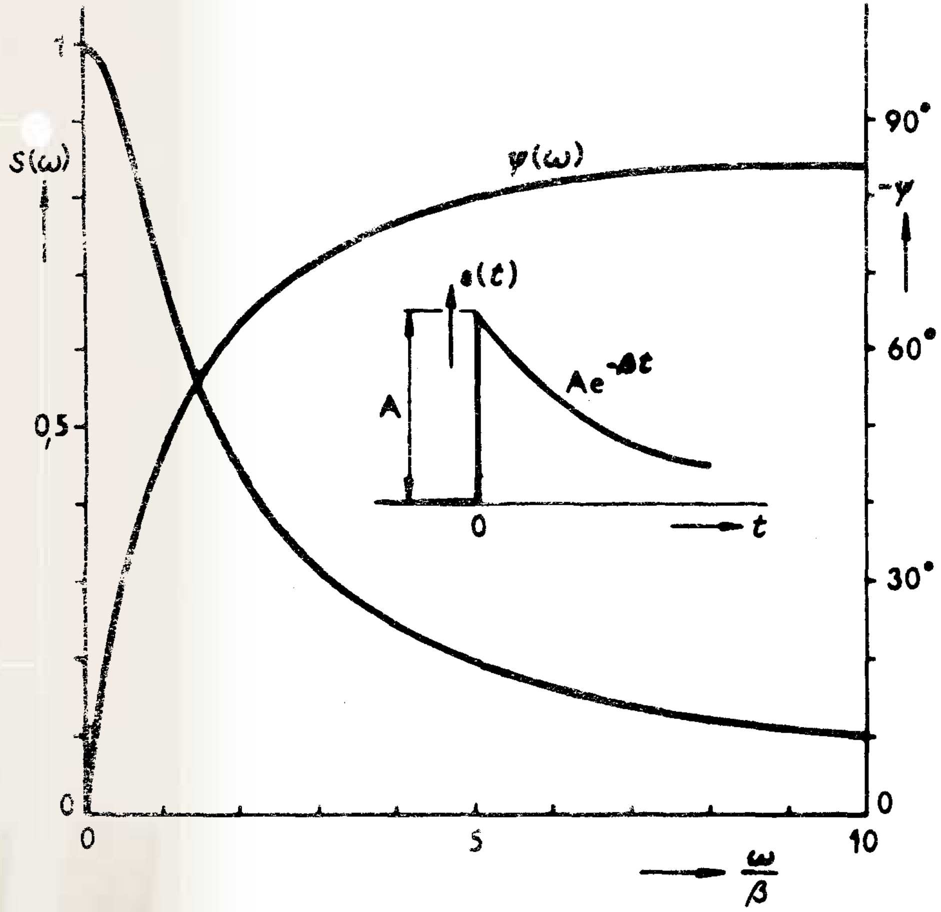
Pro A=1 a β=0 je tato funkce ekvivalentní jednotkovému skoku.

Platí tedy, že $S(\omega)=1/j\omega$.



# PŘÍKLADY

## SPEKTRUM JEDNOTKOVÉHO SKOKU




$$s(t) = A.e^{-\beta t} \quad \text{pro } t \geq 0$$

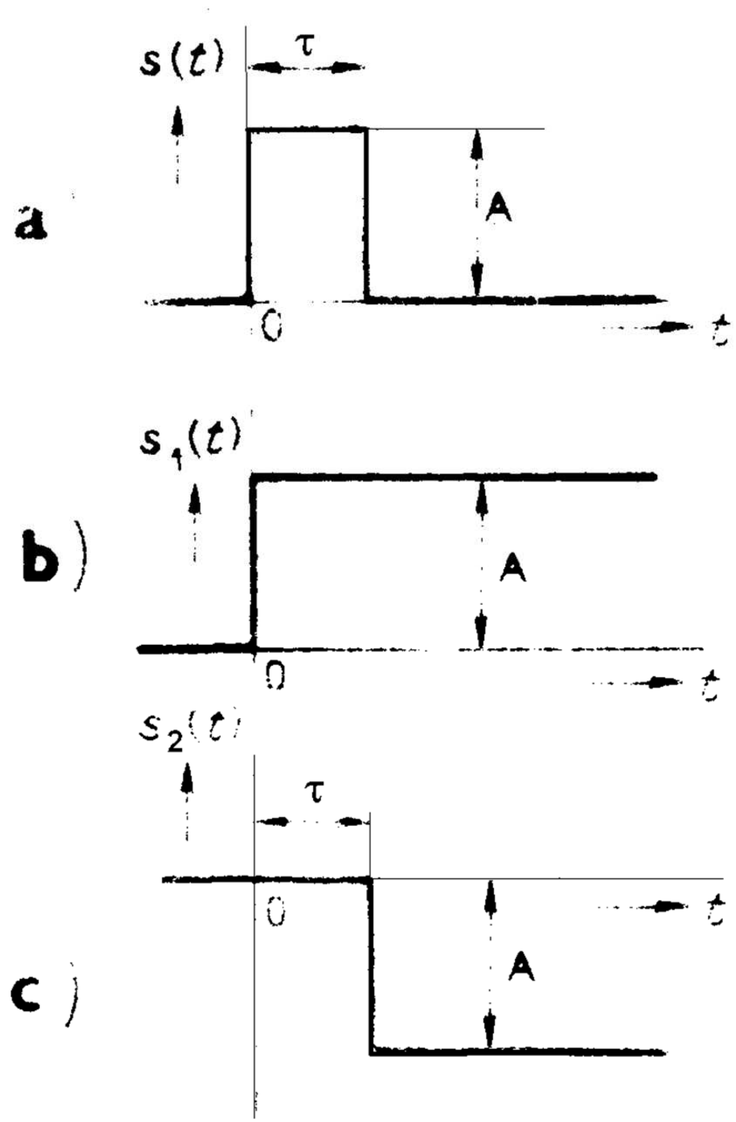
$$s(t) = 0 \quad \text{pro } t < 0$$

$$S(\omega) = \int_0^\infty A.e^{-\beta t}.e^{-j\omega t}dt =$$

$$= \frac{A}{\beta + j\omega}$$

# PŘÍKLADY

## SPEKTRUM OBDÉLNÍKOVÉHO IMPULSU




$$s(t) = A.\sigma(t) - A.\ \sigma(t\text{-}\tau)$$

$$S(\omega) = A.\left(\frac{1}{j\omega} - \frac{1}{j\omega}.e^{-j\omega\tau}\right) =$$

$$= A.\frac{e^{j\omega\tau/2} - e^{-j\omega\tau/2}}{j\omega}.e^{-j\omega\tau/2} =$$

$$= \frac{2A}{\omega}.\sin\frac{\omega\tau}{2}.e^{-j\omega\tau/2} =$$

$$= A.\tau.\frac{\sin\frac{\omega\tau}{2}}{\frac{\omega\tau}{2}}.e^{-j\omega\tau/2}$$

# PŘÍKLADY
## SPEKTRUM OBDÉLNÍKOVÉHO IMPULSU

$$|S(\omega)| = A.\tau.\left|Sa\left(\frac{\omega\tau}{2}\right)\right|$$

Průchody nulou pro

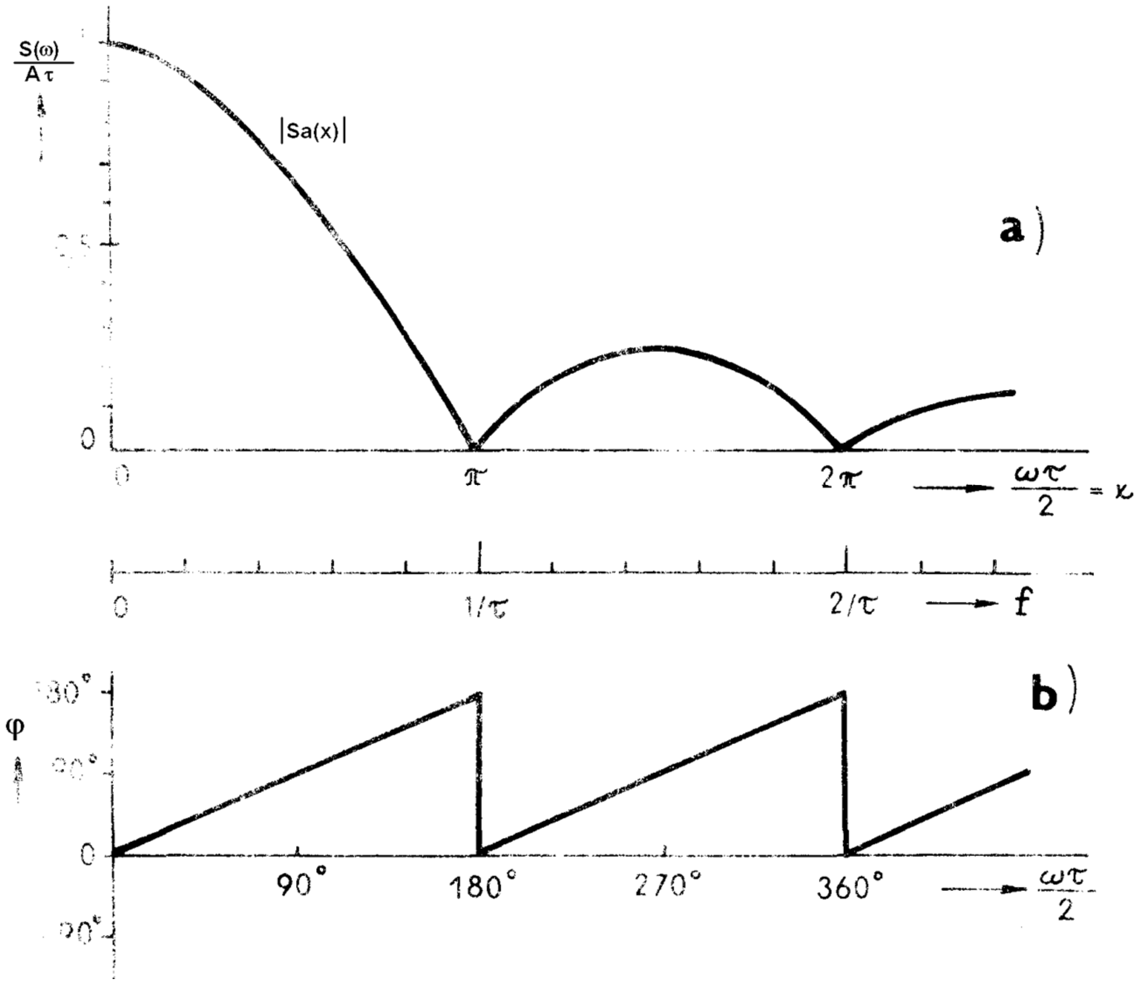
$\omega\tau/2 = k\pi,\ k=1,2,\dots,$

resp.

$2\pi f\tau/2 = k\pi$

a tedy

$f = k/\tau$



# ! SHRNUTÍ !

## ! URČITĚ SI ZAPAMATOVAT !

- ☑ **spojitá** **periodická** **funkce** má **diskrétní** frekvenční spektrum – pro rozklad jsme použili Fourierovu řadu;
- ☑ **spojitá** **jednorázová** **funkce** má **spojité** frekvenční spektrum– pro rozklad jsme použili Fourierovu transformaci.

## ! A VĚDĚT PROČ !