TOTÁLNÍ DIFERENCIÁL

$dz = xdy + ydx$ je totální difernciál protože $\int_p^k (xdy + ydx)$ závisí jen na p a k;

důkaz 1: $\int_p^k (xdy + ydx) = \int_p^k dxy = x_k y_k - x_p y_p$;

důkaz 2: $x = \frac{\partial xy}{\partial y}$ a $y = \frac{\partial xy}{\partial x}$; $\frac{\partial^2 xy}{\partial x \partial y} = \frac{\partial^2 xy}{\partial y \partial x} = 1$;

$dz = xdy - ydx$ není totální difernciál protože $\int_p^k (xdy - ydx)$ závisí také na cestě

neboť: $\int_p^k (xdy - ydx) = x\int_p^k dy - y\int_p^k dx = x(y_k - y_p) - y(x_k - x_p) = f(x, y, p, k)$;

nebo: $x = \frac{\partial z}{\partial y}$ a $-y = \frac{\partial z}{\partial x}$; $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = \frac{\partial x}{\partial x} = 1 \neq \frac{\partial^2 z}{\partial y \partial x} = \frac{\partial(-y)}{\partial y} = -1$;

---

integrační faktory pro $dz = xdy - ydx$ jsou např.: $\frac{1}{x^2}; \frac{1}{y^2}; \frac{1}{xy}$;

$dz = \frac{xdy - ydx}{x^2} = d\left(\frac{y}{x}\right)$ je totální difernciál funkce $z = \frac{y}{x}$;

$dz = \frac{xdy - ydx}{y^2} = d\left(-\frac{x}{y}\right)$ je totální difernciál funkce $z = -\frac{x}{y}$;

$dz = \frac{xdy - ydx}{xy} = \frac{dy}{y} - \frac{dx}{x} = d\left(\ln\frac{y}{x}\right)$ je totální difernciál funkce $z = \ln\frac{y}{x}$;