Vybrané kapitoly z astrofyziky:

PŘÍČKY, PRSTENCE A VZPLANUTÍ TVORBY HVĚZD V DYNAMICE A VÝVOJI DISKOVÝCH GALAXIÍ

Bruno Jungwiert

Astronomický ústav AV ČR
oddělení: Dynamická astronomie
pracovní skupina: Dynamika galaxií
Praha

listopad 2001

I. Úvod

Přibližně u dvou třetin diskových (tj. spirálních a čočkovitých) galaxií je v optickém oboru v jejich centrálních částech pozorován oválný útvar, nazývaný **příčka (*bar*)**.[1), 2)] Infračervená pozorování v posledním desetiletí odhalila příčky i v mnoha galaxiích dříve klasifikovaných jako „normální“, tj. bez příčky.[3)]

N-částicové simulace hvězdných disků galaxií, provedené na přelomu 60. a 70. let 20. století s cílem studovat spirální strukturu, vedly k překvapivému zjištění, že vzniku příčky v realistickém modelu diskové galaxie je téměř nemožné se vyhnout.[4)] Následné simulace i teoretické práce v 70. a 80. letech ukázaly, že **příčková nestabilita (*bar instability* nebo *bar forming instability*)** je přirozenou gravitační nestabilitou v rotujících hvězdných discích, v nichž je většina kinetické energie hvězd soustředěna v systematické rotaci kolem galaktického středu a jen menší část v náhodných pohybech. Po vzniku nestability samotné, k němuž z hlediska života galaxie dochází relativně rychle (10^8 – 10^9 let), je hvězdná příčka velmi stabilním útvarem, který na škále 10^{10} let (Hubbleův čas) nezaniká a vyvíjí se (slábne) jen zvolna. To však neplatí, je-li v galaxii přítomno větší množství plynu. Za těchto okolností může příčka zaniknout, případně může k jejímu vzniku a zániku docházet opakovaně.

Přes vysokou frekvenci svého výskytu stály příčky po několik desetiletí, až do provedení výše uvedených simulací, na okraji zájmu a pozornost se soustředila především na galaktická spirální ramena. Dnes je zřejmé, že z hlediska morfologie je u diskové galaxie „normální“ příčku mít, spíše než nemít. Příčka je zjevně přítomna i v naší Galaxii[5)] a v nejbližších spirálních galaxiích: Messier 31 (M 31), Velké a Malé Magellanovo mračno (LMC, SMC).

Přinejmenším v jedné pětině diskových galaxiích lze pozorovat útvary nazývané **prstence (*rings*)**, v další třetině pak **pseudo-prstence** (neúplné prstence).[6)] Jejich výskyt je ve většině případů spojen s existencí příčky a zároveň s přítomností plynu. Podle polohy v galaxii se prstence (pod tímto označením jsou v dalším zahrnuty i pseudo-prstence) klasifikují na **vnější** (***outer rings***; průměrný poloměr 10 kpc), **vnitřní** (***inner rings***; 5 kpc) a **nukleární** (***nuclear rings***; 500 pc). Jsou známy i případy, kdy jsou v jedné galaxii čtyři prstence najednou. Prstence jsou speciálním problémem morfologie, dynamiky a vývoje galaxií. Ve většině z nich probíhá intenzivní tvorba hvězd, přičemž v některých galaxiích jsou prstence jedinými oblastmi, kde hvězdy v současné době vznikají. Některé z prstenců jsou místem neobvykle silných **vzplanutí tvorby hvězd (*starburst*)**.

V dalším bude ukázáno, že vznik prstenců je přirozeným důsledku kinematiky plynu v příčkovém (tj. osově nesymetrickém) potenciálu. S pohybem plynu v příčce je zřejmě úzce spjata i **aktivita galaktických jader (*activity of galactic nuclei*)**, ať již jde o intenzivní tvorbu hvězd nebo o aktivitu spojenou s akrecí plynu na centrální masivní černou díru. Nutnou podmínkou pro obě tyto aktivity je totiž přísun dostatečného množství plynu. Jeho přesun do centrálních galaktických partií ovšem naráží na tzv. **problém momentu hybnosti (*angular momentum problem*)**: aby bylo možné přesunout plyn z galaktocentrické vzdálenosti několika kiloparseků do centrálního parseku, je nutno zredukovat jeho moment hybnosti typicky o šest řádů. Takové snížení momentu hybnosti není samozřejmostí a je centrální otázkou problému **„tankování“ galaktických jader (*fuelling of galactic nuclei*)**.

Ukazuje se, že nejúčinnějším mechanismem pro přenos momentu hybnosti plynu v galaktických discích jsou právě osově nesymetrické poruchy gravitačního pole, především příčky (v menší míře též spirální ramena). Osová nesymetrie potenciálu dává vznik tangenciální složce gravitační síly v galaktickém disku a s ní spojenému **gravitačnímu silovému momentu (*gravity torque*)**, který plynu odnímá či přidává (v závislosti na poloze v galaxii) moment hybnosti. Ukazuje se, že klasická galaktická příčka je bez potíží schopna přenést plyn z kiloparsekových vzdáleností do vzdáleností řádově 100 pc od centra galaxie. Pro přesun plynu do menších galaktocentrických vzdáleností je však zřejmě neefektivní.

[1)] Příloha č. 1: Revidovaná Hubbleova klasifikace.
[2)] Příloha č. 2: Příklady galaxií se silnou příčkou (typ SB), slabou příčkou (SAB) a bez příčky (SA).
[3)] Příloha č. 3: Pozorování a klasifikace galaxií v blízké infračervené oblasti.
[4)] Příloha č. 4: Jedna z prvních N-částicových simulací galaktického disku (*Hohl F.*, 1971, ApJ 168, 343).
[5)] Příloha č. 5: Příčka v Mléčné dráze.
[6)] Příloha č. 6: Příklady pozorování prstenců a jejich klasifikace.

Příčkou způsobená akumulace plynu v centrální oblasti – **nukleárním disku** nebo **nukleárním prstenci** o rozměru řádově 100 pc – může vést k tomu, dosáhne-li kritického stupně, k dynamickému oddělení **(*dynamical decoupling*)** této oblasti od okolí. Jednou z možností je, že v nukleárním disku dojde k příčkové nestabilitě, podobně jako je tomu u vzniku klasické příčky. Výsledkem může být tzv. **dvojpříčka (*double bar*)** – též zvaná **příčka v příčce (*bar-within-bar*)** – sestávající z velkorozměrné klasické příčky (s rozměrem typicky několika kiloparseků) a v ní vnořené, o jeden až dva řády menší **nukleární příčky (*nuclear bar*)**. Jelikož je tato malá příčka produktem příčky velké, označuje se též jako **sekundární příčka (*secondary bar*)** či **příčka-dítě (*baby-bar*)**.

Scénář vzniku dvojpříčky byl navržen v roce 1989 (*Shlosman et al.*, Nature 338, 45) právě s cílem vyřešit problém přenosu momentu hybnosti při tankování galaktických jader: navržený model dokazoval, že sekundární příčka je schopna „převzít štafetu" od velkorozměrné příčky a díky svému gravitačnímu silovému momentu přenést plyn ze sto-parsekových galaktocentrických vzdáleností do centrálního parseku. Možnost vzniku dvojpříček byla záhy potvrzena v N-částicových simulacích a mnoho takových systémů bylo nalezeno observačně, především v blízké infračervené oblasti. Problematika vzniku, dynamiky, stability a vývoje nukleárních příček a s nimi příbuzných útvarů (nukleárních disků a nukleárních prstenců) je v současnosti oblastí aktivního výzkumu.

Jak naznačily výše uvedené odstavce, příčka má dalekosáhlé důsledky pro vzhled galaxie, její kinematiku, dynamiku, tvorbu hvězd, aktivitu galaktického jádra a celkově pro galaktický vývoj. Klíčovými pojmy pro pochopení podstaty příčky a jejích důsledků jsou: **(ne)stabilita galaktických disků**, **orbitální struktura** v osově symetrické galaxii a v hvězdné příčce (především **rodiny periodických drah**), **orbitální rezonance (Lindbladovy rezonance, korotace**, **vertikální rezonance)**, **disipace kinetické energie** při srážkách plynných mračen, **gravitační silový moment** a **radiální přenos hmoty a momentu hybnosti**. Tyto pojmy jsou stručně probrány v následujících sekcích.

II. Kritéria gravitační nestability

*1. **Jeansovo kritérium v plynném a hvězdném homogenním prostředí***

Pro homogenní a izotermální nekonečné plynné prostředí, charakterizované hustotou ρ_0 a rychlostí zvuku c_S, odvodil Jeans (1929) následující kritérium gravitační nestability (G je gravitační konstanta):

$$\lambda > \lambda_J = \frac{\pi^{1/2} c_S}{(G\rho_0)^{1/2}}$$

Kritérium říká, že každá porucha v hustotě, která bude mít vlnovou délku větší než λ_J (**Jeansova délka – *Jeans length***) bude gravitačně nestabilní (zjednodušeně řečeno, oblast větší než Jeansova délka bude gravitačně nestabilní). Čím více bude v plynu náhodných pohybů (charakterizovaných rychlostí zvuku c_S), nebo-li čím teplejší plyn bude, tím bude prostředí stabilnější.

Obdobné kritérium platí i pro bezkolizní hvězdné prostředí s tím rozdílem, že rychlost zvuku je nahrazena disperzí rychlostí hvězd σ:

$$\lambda > \lambda_J = \frac{\pi^{1/2} \sigma}{(G\rho_0)^{1/2}}$$

Disperze rychlostí hvězd charakterizuje náhodné pohyby hvězd a – v analogii s rychlostí zvuku v plynu – je určitým měřítkem odporu prostředí vůči vzniku gravitační nestability.

Jedním z důležitých důsledků Jeansova kritéria je, že náhodné pohyby (plynu nebo hvězd) stabilizují krátké vlnové délky ($\lambda < \lambda_J$), avšak vždy existuje kritická vlnová délka (λ_J), nad níž jsou poruchy gravitačně nestabilní. Dlouhé vlnové délky je však v principu možno stabilizovat rotací. Nejčastěji používaným kritériem pro nestabilitu diskových galaxií, pro něž je rotace podstatnou charakteristikou, je níže popsané Toomreovo kritérium.

2. ***Toomreovo kritérium gravitační nestability v diferenciálně rotujícím disku***

Toomre (1964) odvodil kritérium pro gravitační nestabilitu diferenciálně rotujícího plynného a hvězdného (dvou-dimenzionálního) disku (s plošnou hustotou Σ):

$$Q = \frac{c_S\,\kappa}{\pi G \Sigma} \quad \text{(pro plynný disk)}, \qquad Q = \frac{\sigma_R\,\kappa}{3.36\, G\Sigma} \quad \text{(pro hvězdný disk)},$$

kde c_S je opět rychlost zvuku plynu, σ_R je *radiální* disperze rychlostí hvězd (jednou z charakteristik hvězdných systémů je, že na rozdíl od plynu v nich disperze rychlostí obecně není izotropní) a κ je tzv. epicyklická frekvence (viz sekce III).

Bezrozměrný parametr Q se nazývá **Toomreův parametr**. Je-li $\boldsymbol{Q > 1}$, disk je **stabilní** pro všechny vlnové délky (nejkratší vlnové délky jsou stabilizovány náhodnými pohyby, nejdelší rotací, střední vlnové délky oběma faktory). Pro $\boldsymbol{Q < 1}$ je disk v určitém intervalu vlnových délek **nestabilní** (rozsah tohoto intervalu závisí na konkrétní hodnotě Q); krajním případem je $\boldsymbol{Q = 0}$, kdy v disku neexistují náhodné pohyby (všechna kinetická energie je v systematické rotaci, plyn/hvězdy se pohybují po přesně kruhových drahách): takový disk je nestabilní od nejkratší vlnové délky ($\lambda = 0$) až po určitou vlnovou délku (λ_{crit}), nad níž je stabilizován rotací.

Je třeba zdůraznit, že Toomreovo kritérium platí pouze pro osově symetrické poruchy a navíc jen lokálně: udává, zda se osově symetrická gravitační porucha, která se šíří daným místem, bude v tomto místě zeslabovat nebo zesilovat (Q je obecně funkcí galaktocentrické vzdálenosti, protože s ní se mění σ_R, κ i Σ).

Galaktické příčky a spirální ramena osově symetrickými poruchami nejsou, a proto pro jejich vznik Toomreovo kritérium není rozhodující. Přesto je však Toomreovo Q určitým vodítkem a často se používá jako jedna z důležitých charakteristik galaktických disků. Numerické simulace totiž ukazují, že čím větší je Q, tím stabilnější je disk i vůči vzniku příček a spirálních ramen, i když kritickou hodnotou pro vznik takových nestability již není $Q = 1$ (například příčka v N-částicových simulacích vzniká do hodnot $Q = 2$ až 3).[7] Je často označováno jako jejich „teploměr“: disky s nízkým, středním nebo naopak vysokým Q (neplést s *IQ* !) jsou nazývány *kinematicky chladné (kinematically cold)*, resp. *vlažné (warm)* nebo *horké (hot)*.

III. Gravitační potenciál a dráhy hvězd v galaktických discích

a) Osově symetrický tenký disk

Popisovat spirální a čočkovité galaxie jako osově symetrické disky by nepochybně znamenalo značnou idealizaci. Přesto je osově symetrický disk velice užitečným modelem. I když jsou příčky a spirální ramena nezanedbatelnou odchylkou od osové symetrie, často je lze popsat jako poruchy superponované na dominantní osově symetrickou část potenciálu.

Pozorování ukazují, že radiální závislost (azimutálně vystředované) plošné hustoty hvězd ve spirální nebo čočkovité galaxii, $\Sigma(R)$, lze dobře vystihnout tzv. **exponenciálním diskem**:

---

[7] Příloha č. 7: Vznik spirálních ramen a příčkové nestability v N-částicové simulaci: a) Q = 0 (silně nestabilní disk), b) Q = 1 (nestabilní disk), c) Q = 2.5 (stabilní disk).

$$\Sigma (R) = \Sigma_0 \exp(-R/a), \qquad \text{(III-1)}$$

kde Σ_0 a a jsou konstanty, plošná hustota ve středu disku, resp. charakteristická škála (*scale-length*) disku. V numerických modelech diskových galaxií se často používá dvou-dimenzionální **Toomre-Kuzminův disk**, pro jehož plošnou hustotu platí:

$$\Sigma (R) = \frac{\Sigma_0}{[1 + (R/a)^2]^{3/2}} \qquad \text{(III-2)}$$

Jeho výhodou je – ve srovnání s exponenciálním diskem – jednodušší vyjádření potenciálu:

$$\Phi (R,z) = -\frac{GM}{(R^2 + |a + z|^2)^{1/2}} \qquad \text{(III-3)}$$

V osově symetrickém potenciálu samozřejmě existují kruhové dráhy, avšak obecná dráha není uzavřená. Typickou drahou je tzv. *roseta* (obr. III-1). V lineární aproximaci (tj. nejsou-li odchylky od kruhové dráhy příliš velké) pohyb po rosetě charakterizují tři frekvence – *úhlová frekvence* (Ω) oběhu kolem galaktického centra, *epicyklická frekvence* (κ) a *vertikální frekvence* (ν_z), popisující radiální resp. vertikální oscilace kolem kruhové dráhy. Tyto frekvence jsou určeny derivacemi gravitačního potenciálu v rovině symetrie disku (z = 0):

$$\Omega^2 = \frac{1}{R}\frac{\partial \Phi(R,z)}{\partial R}, \qquad \text{(III-4)}$$

$$\kappa^2 = \frac{3}{R}\frac{\partial \Phi(R,z)}{\partial R} + \frac{\partial^2 \Phi(R,z)}{\partial R^2}, \qquad \text{(III-5)}$$

$$\nu_z^2 = \frac{\partial^2 \Phi(R,z)}{\partial z^2}. \qquad \text{(III-6)}$$

Označíme-li R_0 poloměr kruhové dráhy ležící v rovině z = 0, pak radiální a vertikální odchylky od této dráhy (R_1 a z_1) lze v lineární aproximaci (na niž se v dalším omezíme) popsat jako harmonické kmity:

$$R(t) = R_0 + R_1(t) = R_0 + X \cos(\kappa t + \alpha), \qquad \text{(III-7a)}$$
$$z(t) = z_1(t) = Z \cos(\nu_z t + \beta), \qquad \text{(III-7b)}$$

kde X, Z a α, β jsou konstanty určené počátečními podmínkami dráhy (hodnoty κ a ν_z v rovnicích III-7 odpovídají příslušné kruhové dráze s poloměrem R_0).

V dalším se navíc omezíme na pohyb v rovině disku (z = 0). V rámci této tzv. **epicyklické aproximace** lze rosetu matematicky popsat jako dráhu, která vznikne složením dvou pohybů: rovnoměrného pohybu po kružnici a pohybu po eliptickém epicyklu (radiální oscilace totiž implikují i oscilace v tangenciálním směru, probíhající se stejnou frekvencí), jehož střed leží na této kružnici (obr. III-2). Rovnoměrný pohyb po kružnici a oscilace jsou charakterizovány výše uvedenými frekvencemi Ω a κ, které jsou obecně nesoudělné (proto dráha není uzavřená). Pro realistické galaktické disky platí nerovnosti:

$$\Omega \le \kappa \le 2\,\Omega \qquad \text{(III-8)}$$

Extrémními případy jsou Keplerův potenciál ($\kappa = \Omega$; dobré přiblížení pro velké galaktocentrické vzdálenosti) a potenciál homogenní sféry ($\kappa = 2\Omega$; dobré přiblížení pro centrální oblasti galaxií), v nichž jsou příslušné frekvence v poměru celých čísel a dráhy jsou uzavřené elipsy (v případě homogenní sféry leží střed elipsy ve středu sférického rozložení hmoty). Pro plochou rotační křivku, v níž lineární kruhová rychlost, V_c, nezávisí na galaktocentrické vzdálenosti (typická vlastnost galaktických disků s výjimkou centrálních oblastí), platí $\kappa = \sqrt{2}\Omega$.

Z výše uvedených nerovností mj. vyplývá, že radiální oscilace probíhají s vyšší frekvencí než pohyb okolo středu disku (s výjimkou Keplerova potenciálu). Částice na rosetě tedy během jednoho oběhu kolem středu disku vykoná více než jednu radiální oscilaci, tj. do dvou po sobě následujících apocenter se dostane dříve než uzavře oběh v azimutu. Na rosetu proto také může být zjednodušeně nahlíženo jako na eliptickou dráhu, která koná precesi v retrográdním směru (s výjimkou Keplerova potenciálu a potenciálu homogenní sféry).

Orientace epicyklu je taková, že jedna z jeho poloos míří do centra disku a druhá ve směru rotace (přičemž pohyb po epicyklu probíhá v retrográdním směru, tedy v opačném smyslu než pohyb středu epicyklu kolem centra disku). Poměr poloos epicyklu je určen výhradně potenciálem (na rozdíl od velikosti epicyklu, který závisí na konkrétní dráze). Je-li X poloosa epicyklu v radiálním směru (viz rovnice III-7a) a Y jeho poloosa v tangenciálním směru, platí pro jejich poměr:

$$Y / X = 2\Omega / \kappa \,, \qquad \text{(III-9)}$$

což vzhledem k výše uvedeným nerovnostem pro frekvence (III-8) implikuje nerovnost:

$$1 \leq Y / X \leq 2. \qquad \text{(III-10)}$$

Pro Keplerův potenciál má epicykl poměr poloos $Y/X = 2$, pro plochou rotační křivku $\sqrt{2}$ a pro potenciál homogenní sféry je epicykl kruhový ($Y/X = 1$). Obecně je poměr poloos funkcí vzdálenosti od středu disku.

Závěrem jeden konkrétní případ: **epicykl Slunce**. V okolí Slunce (galaktocentrická vzdálenost 8.5 kpc) je rotační křivka naší Galaxie přibližně plochá (V_c = konst. = 220 km/s) a frekvence Ω a κ mají přibližně tyto hodnoty:

Ω_0 = 25.8 km/s/kpc, κ_0 = 36 km/s/kpc.

Oběh Slunce kolem galaktického středu tedy trvá přibližně 240 milionů let, zatímco oběh po epicyklu (tj. doba mezi dvěma po sobě následujícími apocentry) jen 170 milionů let. Poměr poloos slunečního epicyklu je zhruba 1.4, jejich absolutní velikost cca 700 a 500 pc. V současné době se Slunce nachází ve vnitřní části svého epicyklu (obr. III-3), blíží se k pericentru své dráhy a pohybuje se vyšší než kruhovou rychlostí.

b) Disk s příčkou

1. Potenciál příčky, pohybová rovnice a nucené kmity

Galaktickou příčku lze v rovině disku (na niž se omezíme) v prvním přiblížení popsat bi-symetrickým potenciálem typu

$$\Phi_{bar}\,(R, \varphi) = \Phi_2\,(R)\, cos\,(2\varphi), \qquad \text{(III-11)}$$

který rotuje s úhlovou rychlostí Ω_{bar}, konstantní v čase i prostoru. Φ_2 (≤ 0) je radiálně závislá amplituda. R a φ jsou polární souřadnice, přičemž φ je úhel měřený od hlavní osy příčky.

Celkový potenciál disku s příčkou lze potom zapsat jako superpozici Φ_{bar} a osově symetrického potenciálu Φ_0 (R) (například Toomre-Kuzminův potenciál z rovnice III-3):

$$\Phi\,(R, \varphi) = \Phi_0\,(R) + \Phi_{bar}\,(R, \varphi) \qquad \text{(III-12)}$$

Rotace příčky znamená, že potenciál Φ_{bar} (a tedy i Φ) je v inerciální souřadné soustavě časově proměnný (energie částic, které se v něm pohybují, se nezachovává). Pro vyšetření drah v příčkovém potenciálu je proto vhodné přejít do neinerciální soustavy pevně spojené s příčkou. Tato soustava rotuje s konstantní úhlovou rychlostí Ω_{bar} a potenciál v ní není závislý na čase. Pohybová rovnice pro testovací částice v této soustavě bude:

$$\frac{d^2\mathbf{r}}{dt} = -\ \mathbf{grad}\ \Phi\ -\ 2\left(\mathbf{\Omega}_{bar} \times \frac{d\mathbf{r}}{dt}\right) - \mathbf{\Omega}_{bar} \times (\mathbf{\Omega}_{bar} \times \mathbf{r}). \qquad \text{(III-13)}$$

Druhý a třetí člen na pravé straně vyjadřují Coriolisovu, resp. odstředivou sílu. Tuto rovnici lze zjednodušit zavedením efektivního potenciálu

$$\Phi_{eff} = \Phi - 0.5\ |\mathbf{\Omega}_{bar} \times \mathbf{r}|^2 = \Phi - 0.5\ \Omega^2_{bar}\ R^2 \qquad \text{(III-14)}$$

do tvaru:

$$\frac{d^2\mathbf{r}}{dt} = -\ \mathbf{grad}\ \Phi_{eff} - 2\left(\mathbf{\Omega}_{bar} \times \frac{d\mathbf{r}}{dt}\right) \qquad \text{(III-15)}$$

Obr. III-4 ukazuje charakteristický vzhled izočar efektivního potenciálu (hlavní osa příčky je vodorovná). Body L_1, … L_5 – nazývané **Lagrangeovy body** (v analogii s obdobnými body, které hrají významnou úlohu v omezeném problému tří těles) – jsou stacionární, tj. odstředivá a gravitační síla se v nich navzájem ruší: částice nacházející se v těchto bodech může v inerciální soustavě obíhat po kruhové dráze (s úhlovou frekvencí $\Omega = \Omega_{bar,}$ tj. korotuje s příčkou), zatímco v soustavě rotující s příčkou se nepohybuje. Bod L_3 (v centru příčky) je minimem efektivního potenciálu a je vždy stabilní; L_4 a L_5 (v prodloužení malé osy příčky) jsou maxima Φ_{eff}, která mohou, ale nemusí být stabilní (to závisí na konkrétním příčkovém potenciálu); L_1 a L_2 (na hlavní ose příčky) jsou nestabilní sedlové body. Prstencová oblast procházející body L_1, L_2, L_4 a L_5 se nazývá **oblast korotace (*corotation region*)**.

V lineární aproximaci lze obecnou dráhu v příčkovém potenciálu opět popsat pomocí radiální odchylky (R_1) od kruhové dráhy (s poloměrem R_0):

$$R(t) = R_0 + R_1(t) = R_0 + X\ cos\ (\kappa t + \alpha) + f(R_0)\ cos\ [2\ (\Omega - \Omega_{bar})\ t], \qquad \text{(III-16)}$$

kde X a α jsou opět libovolné konstanty, κ a Ω jsou epicyklická, resp. úhlová frekvence kruhové dráhy (obě počítané z osově symetrické části potenciálu) a $f(R_0)$ je funkce galaktocentrické vzdálenosti. Označíme-li

$$\Delta = \kappa^2 - 4(\Omega - \Omega_{bar})^2, \qquad \text{(III-17)}$$

pak

$$f(R_0) = -\frac{1}{\Delta}\left\{\frac{d\Phi_2}{dR} + \frac{2\Omega\Phi_2}{R(\Omega - \Omega_{bar})}\right\}, \qquad \text{(III-18)}$$

přičemž hodnoty κ, Ω, Φ_2 a $d\Phi_2/dR$ v rovnicích III-16 až III-18 jsou brány v R_0.

Z rovnice III-16 je patrné, že radiální odchylka R_1 je obecně superpozicí harmonických kmitů probíhajících s epicyklickou frekvencí (první dva členy na pravé straně jsou totožné s pravou stranou rovnice III-7a) a nucených kmitů o frekvenci $2(\Omega - \Omega_{bar})$, což je frekvence, s jakou částice pohybující se po dráze blízké kruhové potkává dvě po sobě následující maxima (nebo minima) potenciálu příčky.

2. Orbitální rezonance

Velmi důležitými pojmy v galaktické dynamice jsou **orbitální rezonance**. Jsou to oblasti, v nichž je některá z přirozených frekvencí kmitů kolem kruhové dráhy soudělná s frekvencí nucených kmitů (vyvolaných příčkou nebo spirálními rameny). Základními rezonancemi jsou ty, kde se přirozené frekvence rovnají frekvencím nucených kmitů. V rovině disku existují dvě přirozené frekvence kruhové dráhy: epicyklická frekvence κ (vychýlíme-li částici na kruhové dráze v radiálním směru, začne kolem kruhové dráhy oscilovat s touto frekvencí) a azimutální frekvence, která je rovna 0 (vychýlíme-li částici na kruhové dráze v azimutálním směru, bude pokračovat v pohybu po kruhové dráze).[*] Základní rezonance v potenciálu příčky – kde je frekvence nucených kmitů rovna $2(\Omega - \Omega_{bar})$ – tedy splňují rovnice:

$$2(\Omega - \Omega_{bar}) = 0 \qquad \text{(III-19a)}$$

a

$$2(\Omega - \Omega_{bar}) = \pm \kappa, \qquad \text{(III-19b)}$$

neboli:

$$\boxed{\begin{array}{ll} \Omega_{bar} = \Omega, & \text{(III-20a)} \\ \Omega_{bar} = \Omega - \kappa/2, & \text{(III-20b)} \\ \Omega_{bar} = \Omega + \kappa/2. & \text{(III-20c)} \end{array}}$$

Rezonance určené rovnicemi III-20 se nazývají:

korotační rezonance (též **korotace**)	(***corotation resonance*, *corotation***)	–	**CR**
vnitřní Lindbladova rezonance	(***inner Lindblad resonance***)	–	**ILR**
vnější Lindbladova rezonace	(***outer Lindblad resonance***)	–	**OLR**

Obr. III-6(a,b) ukazuje typický radiální průběh křivek Ω, κ, $\Omega + \kappa/2$ a $\Omega - \kappa/2$ (odvozených z osově symetrické části potenciálu) pro diskovou galaxii. První tři křivky monotónně klesají s galaktocentrickou vzdáleností, zatímco $\Omega - \kappa/2$ má v galaktickém středu nulovou hodnotu, poté roste a po dosažení maxima monotónně klesá. Je-li v galaktickém disku příčka, pak průsečíky křivek $\Omega - \kappa/2$, Ω a $\Omega + \kappa/2$ s Ω_{bar} určují (podle rovnic III-20) polohy ILR, CR a OLR.

Z obr. III-6 je zřejmé, že:

1) disková galaxie s příčkou má typicky jednu korotaci a jednu OLR, avšak může mít dvě, jednu nebo žádnou ILR v závislosti na relativní hodnotě úhlové rychlosti rotace příčky vůči maximu křivky $\Omega - \kappa/2$ (vysoké maximum má tato křivka pro galaxie s vysokou centrální koncentrací hmoty, tj. pro galaxie raných Hubbleových typů; naopak pro pozdní galaktické typy je toto maximum zpravidla nízké);

2) směrem od středu galaxie po sobě hlavní rezonance následují v pořadí: ILR (jsou-li dvě, označují se ILR_1 a ILR_2), CR a OLR.

[*] To není v rozporu s tvrzením – uvedeným v části III. a), v odstavci za rovnicemi III-7 – podle něhož radiální oscilace implikují též oscilace tangenciální (azimutální). Jakmile je hvězda vychýlena z kruhové dráhy v radiálním směru, skutečně osciluje i ve směru azimutálním: složení radiálních a azimutálních oscilací, jež probíhají s toutéž frekvencí κ, pak dává eliptický epicykl. Pokud je ale hvězda z kruhové dráhy vychýlena přesně v azimutálním směru, k žádným oscilacím nedojde.

3. Periodické dráhy a rodiny periodických drah

V soustavě rotující s příčkou je dráha popsaná rovnicí III-16 obecně neuzavřená. Avšak **uzavřené (periodické) dráhy** existují. Nejdůležitější případ je ten, když se X v rovnici III-16 rovná nule: radiální odchylka od kruhové dráhy je dána nucenými kmity vyvolanými příčkou,

$$R_1(t) = f(R_0)\, cos\, [2\, (\Omega - \Omega_{bar})\, t], \qquad \text{(III-21)}$$

přičemž frekvence těchto kmitů, $2(\Omega - \Omega_{bar})$, je dvojnásobkem „efektivní“ úhlové frekvence, $\Omega - \Omega_{bar}$, s níž se částice, jež má v inerciálním systému úhlovou frekvenci Ω, pohybuje kolem středu galaxie v soustavě rotující s frekvencí Ω_{bar}; dráhy s $X = 0$ proto v soustavě spojené s příčkou vykonají během jednoho oběhu v azimutu dvě radiální oscilace. Ve slabé příčce mají tyto dráhy eliptický tvar. V silné příčce mohou být komplikovanější (viz obr. III-5c), avšak jejich osy souměrnosti jsou vždy shodné s osami souměrnosti příčky.

Orientace výše zmíněných periodických drah (tj. skutečnost, zda je jejich velká poloosa rovnoběžná s velkou poloosou příčky, nebo je na ní kolmá) závisí na znaménku $f(R_0)$ (rovnice III-18). Z rovnic III-17 až III-19 plyne, že ke změně tohoto znaménka, a tedy ke změně orientace drah, dochází na korotaci a Lindbladových rezonancích.

Periodické dráhy v příčkovém potenciálu lze rozdělit do „**orbitálních rodin**“ (***orbital families***). V rámci jedné rodiny mají dráhy stejnou orientaci, liší se však energií (a tím i velikostí) a detailním tvarem. Hlavními rodinami jsou:

1) **rodina x_1 (dráhy typu x_1)** – viz obr. III-5(a,c) – dráhy této rodiny mají stejnou orientaci hlavní poloosy jako příčka; existují uvnitř korotace s výjimkou oblasti mezi dvěmi ILR; většina hvězd v galaktické příčce se pohybuje po kvazi-periodických (tj. ne zcela uzavřených) drahách blízkých drahám typu x_1 (dráhy typu x_1 tedy tvoří „kostru“ příčky);

2) **rodina x_2 (dráhy typu x_2) –** viz obr. III-5(a) – dráhy této rodiny jsou protáhlé ve směru kolmém na příčku. Mohou existovat pouze mezi dvěmi ILR; časově vystředované rozložení částic pohybujících se po drahách typu x_2 není kompatibilní s rozložením hmoty v příčce; proto, má-li být příčka stabilním útvarem, se po těchto drahách nemůže pohybovat příliš mnoho hmoty; tato skutečnost hraje důležitou úlohu při vzniku dvojpříček, při zásobování galaktických jader plynem a při destrukci příčky (viz sekce V.); s drahami typu x_2 je zřejmě také spojena existence *nukleárních prstenců*;

3) **rodiny periodických drah v blízkosti OLR –** viz obr. III-5(b); uvnitř OLR jsou tyto dráhy orientovány kolmo na příčku (většinou mají charakteristický „osmičkový“ tvar), vně OLR rovnoběžně s příčkou. Je-li příčka silná, většina drah mezi CR a OLR je nestabilních (jedním z důsledků je, že příčka sahá maximálně ke své korotaci, druhým, že v reálných galaxiích s příčkou je oblast mezi CR a OLR často relativně prázdná – viz snímky galaxií v příloze č. 6); s periodickými drahami u OLR je spjata existence *vnějších prstenců*;

4) uvnitř korotace (avšak vně ILR, pokud existuje) lze nalézt rezonance vyšších řádů, tj. oblasti splňující podmínky

$$m\, (\Omega - \Omega_{bar}) = \kappa, \qquad \text{(III-22)}$$

kde m je celé číslo. U některých z těchto rezonancí mohou existovat rodiny periodických drah (částice na takové rezonanční dráze vykoná v soustavě rotující s příčkou m radiálních oscilací během jednoho azimutálního oběhu; viz obr. III-5c). V příčkových galaxiích má významnou dynamickou úlohu **rezonance 4/1** ($m = 4$; též **ultra-harmonická rezonance, UHR**) a s ní spojená **rezonanční rodina 4/1**, která je zřejmě odpovědná za vznik a vzhled *vnitřních prstenců*.