

Praktikum z fyziky pevných látek

II.

Jan Hlávka, Luděk Bočánek

© Jan Hlávka, Luděk Bočánek, 1990

ISBN 80-210-0112-7

O B S A H

1. Příprava vzorku k měření.	5
2. Elektrická vodivost, Hallova konstanta, magnetovodivost polovodiče.	15
3. Teplotní závislost pohyblivosti.	25
4. Termoelektrické napětí v polovodičích.	29
5. Driftová pohyblivost nositelů proudu	35
6. Rekombinace nadbytečných nositelů proudu v polovodičích, doba života nositelů.	44
7. Fotoelektrická metoda měření difúzní délky.	56
8. Určení šířky zakázaného pásu polovodičů z fotoelektrického jevu.	61
9. Spektrální závislost fotovodivosti.	63
10. Fotomagnetoelektrický jev v polovodičích.	70
11. Voltampérové charakteristiky P- N přechodu.	81
12. Měření optických konstant z optické odrazivosti.	96

PŘEDMLUVA

Smyslem předložených skript je poskytnout v ucelené formě základní informace o experimentech v Praktiku z fyziky pevných látek II, které je zařazeno do učebního plánu 4. ročníku specializace fyzika pevných látek na přírodovědecké fakultě UJEP v Brně.

Struktura výkladu jednotlivých experimentů byla volena tak, že začíná stručným shrnutím potřebných poznatků teorie z níž experiment vychází, pak následuje rozbor měřicí metody a charakteristika experimentálního zařízení. Závěrem je formulován úkol v příslušném experimentu. Citovaná literatura je myšlena jako zdroj hlubších informací pro případného zájemce.

Pro snadnější orientaci v textu uvádíme, že úlohy jsou průběžně číslovány a vztahy, obrázky i literatura jsou značeny tak, že první číslo je číslo úlohy, druhé číslo vyjadřuje pořadí v dané úloze.

První z autorů zpracoval úlohy č. 5., 6., 7., 8., 9., 10., 12., druhý pak úlohy zbývající, tj. úlohy č. 1., 2., 3., 4., 11.

Brno, 1989

J. Hlávka, L. Bočánek

1. PŘÍPRAVA VZORKU K MĚŘENÍ

Příprava vzorku polovodiče pro fyzikální měření nebo pro výrobu určitého polovodičového prvku je poměrně zdlouhavá, obtížná a velmi náročná. Zpravidla pro každý typ měření nebo použití je nutno vypracovat jiný technologický postup přípravy, který musí být pečlivě dodržován, pokud požadujeme větší přesnost měření nebo reprodukovatelnost výsledků. Tyto nároky vyplývají z okolnosti, že v mnoha případech má na výsledky měření rozhodující vliv stav povrchu; typickým příkladem jsou fotoelektrická měření.

Vlastní příprava vzorku zahrnuje mechanické opracování materiálu: řezání, broušení, leštění, dále leptání a zhotovení kontaktů. Před řezáním monokrystalu může předcházet zjištění krystalografické orientace, je-li to pro měření nutné. Orientace se obvykle provádí pomocí difrakce Roentgenova záření. Při vhodném oleptání povrchu polovodiče lze použít i viditelného záření laseru.

1.1. MECHANICKÉ OPRACOVÁNÍ VZORKU

Monokrystaly polovodičů, které bývají vyrobeny ve tvaru válcových ingotů, se nejdříve řezou na desky tloušťky od několika desetin do několika milimetrů. Dalším řezáním těchto desek lze vytvořit potřebné tvary vzorků, např. hranolky.

Řezání polovodiče se provádí následujícími způsoby:

- kotoučovou pilou s brusnou suspenzí,
- kotoučovou pilou s diamantovým zrnem,
- pásovou nebo drátovou pilou s brusnou suspenzí
- ultrazvukovou vrtačkou s brusnou suspenzí
- rýhováním s následujícím lámáním.

Kromě druhého a posledního způsobu jde o stejný princip: řez provádí zrnka brusiva, pohybující se prostřednictvím pohybu kotouče, pily nebo ultrazvukového trnu. Poslední způsob je podobný řezání skla diamantem, může se ho však použít pouze u tenkých plochých vzorků. Ultrazvukovou vrtačku používáme pro přípravu vzorků jejichž tvar nelze vytvořit jednoduchým rovinným řezem jako jsou např. můstkové vzorky často používané pro měření Hallova jevu. Při řezání musí být vzorek pevně přitmelen k pracovnímu stolku pily nebo ultrazvukové vrtačky. Tmelení se provádí nejčastěji směsí včelího vosku a kalafuny v poměru čtyř dílů kalafuny a jednoho dílu vosku.

Broušení vzorku se provádí z důvodu přesného vymezení požadovaných rozměrů vzorku a z důvodu dosažení potřebné drsnosti povrchu. K broušení

se používají buď brusné papíry nebo brusné prášky. Brusné prášky jsou zrna taveného kysličníku hlinitého (umělý korund) nebo karbidu křemíku případně karbidu boru (B_4C). Jejich tvrdost je 9 až $9,5^\circ$ Mohsovy stupnice (Ge má 6° Mst). Drsnost broušeného povrchu závisí na velikosti zrn brusiva. Používají se zrna velikosti desítek až jednotek mikrometru. Požadujeme-li rovnoměrnou drsnost vzorku, je třeba použít brusiva s přibližně stejnou velikostí zrna. Při přechodu na jemnější brusné částice je nutné odstranit všechna větší zrna z předchozího broušení. Jelikož se brusivo zabuduje do povrchu polovodiče a nelze ho vodou smýt, používá se k jeho stažení s povrchu polovodiče kolodia. Toto se nanese na povrch polovodiče a jelikož je adheze brusiva ke kolodiu větší než k monokrystalu, stáhne se pomocí lepící pásky brusivo s povrchu krystalu i s kolodiem.

Leštění vzorku [1.1]. Pro optická měření i pro výrobu subminiaturních polovodičových prvků je třeba, aby povrch vzorku měl zrcadlový lesk. Toho docílíme leštěním. Jde vlastně o broušení pomocí brusných prášků, jejichž velikost zrna postupně snižujeme. Leštění provádíme obvykle na skleněné desce pokryté plátnem. Brusné i leštící prášky zvlhčujeme vodou. K leštění se často používají speciálně vyrobené diamantové pasty, u kterých je velikost zrn rozlišena barvou pasty.

1.2. LEPTÁNÍ VZORKU

Při každém mechanickém opracování monokrystalického polovodiče (řezání, broušení, leštění) dochází k porušení povrchové vrstvy. Vlastnosti takové povrchové vrstvy se podstatně odlišují od objemových vlastností polovodiče. Hloubka narušené vrstvy závisí na velikosti brusiva, tlaku a způsobu opracování povrchu a může být až desítky mikrometrů. V narušené povrchové vrstvě dochází ke zvýšené rekombinaci volných nosičů proudu, což může nepříznivě ovlivnit fotoelektrické vlastnosti i např. funkci p-n přechodu. K odstranění porušené vrstvy se používá leptání povrchu polovodiče. Leptání se rovněž používá k získání zvláštních vlastností povrchu polovodiče, jež mohou být důležité buď při měření nebo při dalším zpracování vzorku.

Leptání je složitý proces, při kterém se s povrchu odstraňují atomy polovodiče. Leptací procedury lze rozdělit na mokré a suché. Při mokřích procesech se polovodič dostává do kontaktu s leptacími roztoky - leptadly. Při suchých procesech je povrch polovodiče vystaven působení látky v plynném stavu, případně v ionizovaném stavu s elektrickým polem - tzv. plazmatické leptání, patří sem i bombardování povrchu ionty - iontové leptání a kombinované působení iontového bombardování se současně probíhajícími chemickými procesy mezi polovodičem a okolním zředěným plynem, ve kterém iontové bombardování probíhá. Suché procesy se

využívají zejména v technologických postupech při výrobě polovodičových součástek a jsou velmi náročné na laboratorní techniku. Dále se budeme zabývat pouze mokkými procesy [1.4].

Leptadla jsou většinou směsí několika látek jejichž působení si můžeme zjednodušeně představit tak, že jedna složka leptadla povrch polovodiče oxiduje a druhá vzniklý oxid rozpouští. Jako složky oxidační se používá kyselina dusičná HNO_3 nebo peroxid vodíku H_2O_2 , rozpouštění oxidu provádí kyselina fluorovodíková HF nebo vhodný hydroxid. Leptací proces v často používané soustavě HNO_3 - HF se vysvětluje elektrolytickými pochody pomocí tzv. korozních proudů. Tímto způsobem lze vysvětlit vznik důlků a nerovností při leptání.

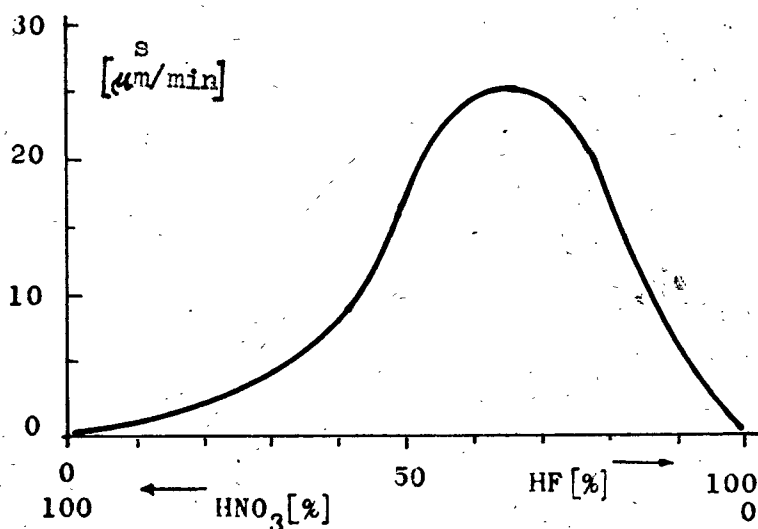
Důležitou veličinou, která charakterizuje leptací proces, je leptací rychlost. Je to úbytek hmoty polovodiče z jednotky plochy za jednotku času. Udává se obvykle jako úbytek tloušťky v mikrometrech za minutu. Leptací rychlost závisí hlavně na druhu leptadla, na vzájemném poměru jeho složek a na teplotě leptadla. Kromě toho může záviset na krystalografické orientaci povrchu polovodiče.

Složení a vlastnosti některých leptadel:

CP 4 - HNO_3 : HF : CH_3COOH = 5 : 3 : 3 velmi často používané leptadlo pro Ge, Si, GaSb

CP 4(A) - CP 4 + 0,3d Br_2 užívá se pro Ge, leptací rychlost 60 nm/min

CP 8 - HNO_3 : HF = 2 : 1 pro Ge a Si; od tohoto leptadla jsou odvozena další, která mají stejné složky, avšak v různých poměrech od 1 : 50 až do 1 : 1. Tato leptadla dávají hladký až lesklý povrch. Leptací rychlost závisí na složení - viz obr. 1.1 a nejvyšší hodnotu asi 20 $\mu\text{m}/\text{min}$ se dosahuje při poměru 2 : 1.



Obr. 1.1. Závislost leptací rychlosti na složení leptadla - pro Si.

CH_3COOH : H_2O_2 = 1 : 5
- pro Ge, po ošetření vysoká rychlost povrchové rekombinace.

WAg - HNO_3 : HF : AgNO_3 (5% vodný roztok) = 1 : 2 : 2 - pro Ge, leptací rychlost 12 $\mu\text{m}/\text{min}$, přednostně leptá rovinu (111);

H_2O_2 : NaOH = 100 : 1 (25% roztok), $T = 80^\circ\text{C}$, pro leptání p-n přechodů na Ge;

HF : HNO₃ : CH₃COOH : AgNO₃ (1% roztok) = 10 : 10 : 10 : 1 - pro leptání Ge k odhalování dislokací. Pro Si se při odhalování dislokací používá postupného leptání v CP 4 a WAg.

Pro silně legované polovodiče se často používá elektrolytické leptání v hydroxidových elektrolytech.

Při praktickém provádění leptání je třeba nejprve zajistit, aby vzorek byl čistý a zbavený mastnot a mohlo dojít ke kontaktu leptadla s povrchem polovodiče. Mytí se provádí v saponátech případně v organických rozpouštědlech. Před vložením do leptadla se vzorek omyje tekoucí destilovanou vodou a osuší se. Pokud leptadlo obsahuje kyselinu fluorovodíkovou, provádíme vlastní leptání v nádobce z teflonu nebo PVC. Ukončení leptacího procesu provedeme zředěním leptadla zalitím destilovanou vodou. Potom vzorek důkladně omyjeme tekoucí destilovanou vodou. V případě potřeby, např. při leptání p-n přechodů, použijeme deionizované vody. Po ogleptání se na povrchu polovodiče vytvoří tenká vrstvička oxidu (u Ge a Si až 3 nm). Všechny chemikálie používané při leptání a mytí je nutno volit co nejčistší, tj. p.a. nebo p.p.

1.3. ZHOTOVENÍ KONTAKTŮ

Zhotovení dobrých kontaktů k polovodiči patří k obtížným úkolům, zejména jedná-li se o ohmické kontakty používané při nízkých teplotách. Kontakty mohou být usměrňující nebo neusměrňující (ohmické). Usměrňující kontakt lze použít např. při určení typu vodivosti polovodiče, pro injekci minoritních nosičů, k orientačnímu určení měrného odporu pomocí měření závěrného napětí kontaktu kov - polovodič. Ohmické kontakty se používají při všech typech měření elektrické vodivosti, galvanomagnetických a fotoelektrických vlastností. Od ohmického kontaktu obvykle požadujeme, aby byl neusměrňující a měl malý seriový odpor. Oba požadavky se snáze splňují u silněji legovaných vzorků. U čistých vzorků (vysokoohmových) je vhodné vytvořit u kontaktu v polovodiči silněji legovanou vrstvu, tj. přechod typu n⁺-n nebo p⁺-p. Lze to prakticky uskutečnit některou z legovacích technik: sléváním, implantací nebo difusí vhodné příměsi. Většinou se používá slévání polovodiče s vhodným kovem, který obsahuje potřebnou legující příměs - donor nebo akceptor. Pro zhotovení kontaktů k polovodiči lze použít tyto způsoby:

- slévání polovodiče s kontaktním kovem
- pokovení povrchu polovodiče:
 - galvanicky, bezproudově, vakuovým napařením, vtíráním
- spojení termokompresí

Mezi sléváním můžeme zahrnout i pájení. Používá se hlavně u germania, křemík pájet nelze. Pájí se čistým cínem, nebo pájkami obsahujícími In, Pb atd. Při pájení používáme pájecí vodu, na př. ZnCl z důvodu

smáčení polovodiče. Jako přívoody používáme měděné nebo stříbrné drátky.

Pokovení povrchu polovodiče bezproudovým niklováním se provádí vložením vzorku do niklovací lázně, jež má složení:

chlorid nikelnatý $\text{NiCl}_2 \cdot \text{H}_2\text{O}$ - 40 g / l

fosfornan draselný $\text{KH}_2\text{PO}_4 \cdot \text{H}_2\text{O}$ - 30 g / l

citrán amonný $\text{NH}_4\text{C}_6\text{H}_6\text{O}_7$ - 10 g / l

Při procesu, který probíhá při teplotě 90°C , se udržuje pH v rozmezí 7 až 9 pomocí hydroxidu amonného, který se přidává do niklovací lázně. Tento způsob je vhodný pro křemík typu n.

Bezproudové pomědění - vzorek vložíme do nasyceného roztoku CuSO_4 do něhož přidáme malé množství kyseliny fluorovodíkové (asi 4 ml HF na 100ml roztoku). Měď se vytěsňuje v dostatečně silné vrstvě, aby bylo možno na ni pájet běžnými pájkami přívoďní vodič.

Bezproudovým niklováním nebo poměděním můžeme pokrýt celý povrch vzorku. Chceme-li kovovou vrstvu ponechat pouze v určitých místech, provedeme to tak, že tato místa pokryjeme voskem nebo piceinem a ponořením do kyseliny dusičné odstraníme kovovou vrstvu na nezakrytých místech. Vzorek potom důkladně omyjeme destilovanou vodou a vosk odstraníme vhodným rozpouštědlem.

Vakuové napařování se provádí v napařovací aparatuře při tlaku asi 10^{-3} Pa. Na celý povrch vzorku nebo na jeho část, kterou vymezíme kovovou maskou, napaříme vhodný kov (na př. Al, Au). Chceme-li vytvořit na křemíku slévavý kontakt typu n^+ -n použijeme slitinu AuSb, pro kontakt typu p^+ -p použijeme slitinu AuGa nebo čistý Al. Vzorek po napaření zahřejeme na potřebnou teplotu, která musí být vyšší než je eutektická teplota příslušné slitiny. Slévání provádíme ve vakuu nebo v ochranné atmosféře dusíku nebo argonu. Tloušťka napařené vrstvy bývá několik desetin mikrometru.

Vtírání používáme na broušených površích k vytvoření plošných kontaktů. Kontakty zhotovujeme na broušených površích tak, že v daných místech nanášíme slitinu GaZn vtíráním pomocí jemného brusného papíru. Slitina ta je asi při 25°C .

Spojení termokompresí se používá k připojení drátku k polovodiči a provádí se tak, že drát, který má tvořit přívod ke vzorku, se přitlačí k povrchu polovodiče za současného vyhřívání. Pro Ge a Si je potřebný tlak 30 - 70 MPa a teplota 200 - 300°C . Používá se zlatý drátek o průměru několika desítek mikrometrů. Tento způsob kontaktování se používá i při výrobě tranzistorů a integrovaných obvodů a vyžaduje speciální zařízení.

1.4. TYP VODIVOSTI A MĚRNÝ ODPOR VZORKU

Příprava vzorku je obvykle spojena s kontrolou některých základních

vlastností polovodiče, mezi které patří typ vodivosti a měrný odpor.

Typ vodivosti můžeme stanovit několika způsoby:

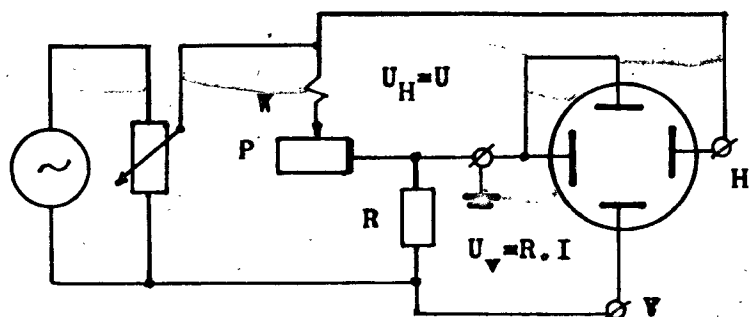
- zjištěním voltampérové charakteristiky kontaktu kov - polovodič
- pomocí polarizace termoelektrického napětí
- pomocí polarizace Hallova napětí

Měrný odpor můžeme určit:

- dvoukontaktní metodou
- čtyřkontaktní metodou
- čtyřsondou
- metodou van der Pauw [1.5]

Stanovení typu vodivosti pomocí usměrňujícího kontaktu.

Na oleptaný povrch vzorku s ohmickým kontaktem přiložíme kovový (wolframový) hrot. Zjistíme, zda je kontakt usměrňující, nejlépe tak, že zobrazíme jeho voltampérovou charakteristiku. Princip snímání volt-

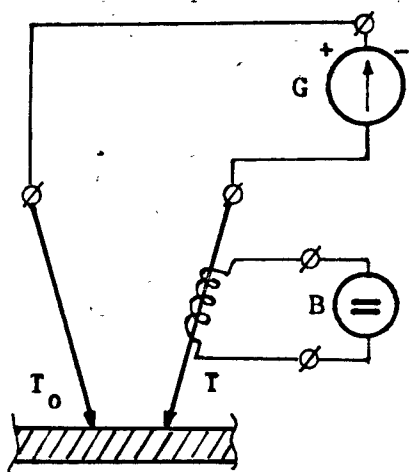


Obr. 1.2. Schema zapojení pro snímání voltampérové charakteristiky kontaktu kov (W) - polovodič (P).

ampérové charakteristiky kontaktu kov - polovodič je na obr. 1.2. Průchodem proudem I vzorkem vznikne na kontaktu napětí U , které se přivádí na horizontální zesilovač osciloskopu (H) a napětí na odporu $R.I$, které se přivádí na vertikální zesilovač osciloskopu (V). Vertikální výchylka na obrazovce je

úměrná proudu tekoucímu kontaktem a horizontální výchylka paprsku je úměrná napětí na kontaktu. K určení typu vodivosti polovodiče je třeba znát polaritu napětí, která způsobí výchylku na stínítku v určitém směru. To lze provést buď zdrojem s známou polaritou, nebo známou diodou (s označenou katodou nebo anodou). Při určování typu vodivosti vycházíme z toho, že určíme polaritu napětí na polovodiči, např. v propustném směru, kdy se potenciálová bariéra mezi kovem a polovodičem sníží. Usměrňující kontakt vznikne v důsledku existence ochuzené (hradlové) vrstvy v polovodiči, jejíž náboj je vždy opačný než znaménko majoritních nosičů. Potenciálovou bariéru tedy snížíme, přivedeme-li na polovodič napětí stejné polarizace jako mají majoritní nosiče ve zkoumaném polovodiči. Polaritu potenciálové bariéry usměrňujícího kontaktu můžeme určit jednoduše i tak, že použijeme zdroj známé polarizace a ampérmetr, případně pouze ohmmetr.

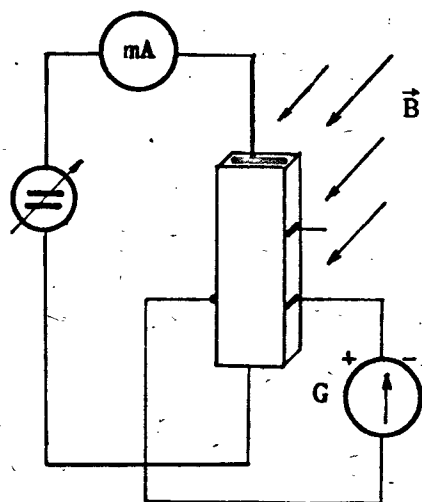
Stanovení typu vodivosti pomocí polarizace termoelektrického napětí.



Obr. 1.3. Určení typu vodivosti ze znaménka termoelektrického napětí.

části vzorku k tepelné generaci volných nosičů a difuzi způsobené gradientem koncentrace. I v tomto případě bude polarita teplejší části vzorku opačná než polarita volných nosičů. Při tomto způsobu zjišťování typu vodivosti je nutno postupovat opatrně a uvážit možnost existence inverzní vrstvy u povrchu polovodiče. Zvlášť u vzorků p-typu s nízkou koncentrací akceptorů, které se blíží vlastnímu polovodiči při laboratorní teplotě, může tato metoda dát zcela opačný výsledek. Do oblasti vlastní vodivosti se může dostat slabě legovaný polovodič příliš vysokou teplotou zkušební hrotu. Vlastní polovodič má totiž stejné znaménko termoelektrického napětí jako polovodič typu n.

Stanovení typu vodivosti pomocí polarity Hallova napětí.



Obr. 1.4. Určení typu vodivosti ze znaménka Hallova napětí - schema zapojení.

Principiální schema zapojení pro zjištění polarity termoelektrického napětí je na obr. 1.3. Dva wolframové hroty se přiloží k povrchu polovodiče a jeden z nich se ohřeje pomocí topné spirály proudem ze zdroje B. Polovodičový vzorek v okolí tohoto hrotu se vyhřeje na teplotu o několik stupňů vyšší a v obvodu vznikne termoelektrické napětí. Polarita tepelného hrotu se určí měřícím přístrojem, např. galvanometrem G. Gradient teploty vede ke vzniku tepelné difuze volných nosičů a tedy k jejich úbytku v oblasti teplého kontaktu. Polarita tepelného kontaktu je proto opačná vzhledem k polaritě náboje volných nosičů proudu. Současně může dojít v teplejší

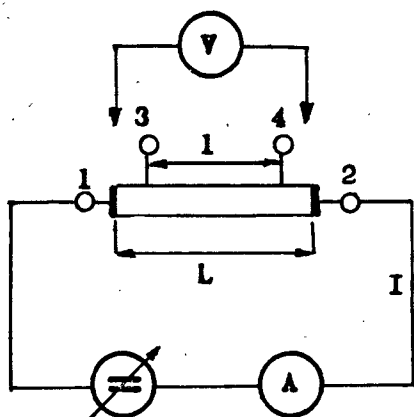
Schema zapojení pro zjištění polarity Hallova napětí je na obr. 1.4. Vzorek polovodiče, kterým protéká proud I volných nosičů pohybujících se driftovou rychlostí \vec{v} , vložíme do magnetického pole permanentního magnetu o indukci \vec{B} . Působením Lorentzovy síly

$$\vec{F} = q (\vec{v} \times \vec{B})$$

se nosiče vychýlí, vznikne příčné Hallovo pole, které vyvolá napětí na protilehlých kontaktech. Polarita Hallova napětí, kterou zjistíme přístrojem G (galvanometr, voltmetr), určuje znaménko náboje volných majoritních nosičů a tedy

typ vodivosti vzorku. Při měření je třeba vzít v úvahu, že protilehlé kontakty, na kterých měříme Hallovo napětí, nejsou umístěny přesně proti sobě na ekvipotenciálách. Proto, když vzorkem prochází proud, mezi nimi naměříme napětí i bez magnetického pole.

Měření měrného odporu dvoukontaktní metodou.



Obr. 1.5. Měření měrného odporu dvoukontaktní a čtyřkontaktní metodou.

tovat směr proudu, abychom vyloučili termoelektrické napětí.

Měříme v zapojení podle obr. 1.5 na vzorku ve tvaru hranolku o průřezu S a délce L . Proud z regulovatelného zdroje měříme ampérmetrem, napětí U_{12} na proudových kontaktech 1, 2 měříme voltmetrem s dostatečně vysokým vnitřním odporem. Měrný odpor vypočteme ze vztahu

$$\rho = \frac{U_{12}}{I} \frac{S}{L} \quad (1.1)$$

Poměr U_{12}/I můžeme změřit také přímo jako odpor vzorku R_{12} na kontaktech 1, 2 vhodným ohmmetrem na př. Wheatstoneovým můstkem. Při měření je třeba komu-

Měření měrného odporu čtyřkontaktní metodou.

Uspořádání experimentu je podobné jako u dvoukontaktní metody na obr. 1.5. Podstatný rozdíl je v měření napětí, které měříme na napěťových kontaktech 3, 4 bezproudově. Měrný odpor určíme ze vztahu

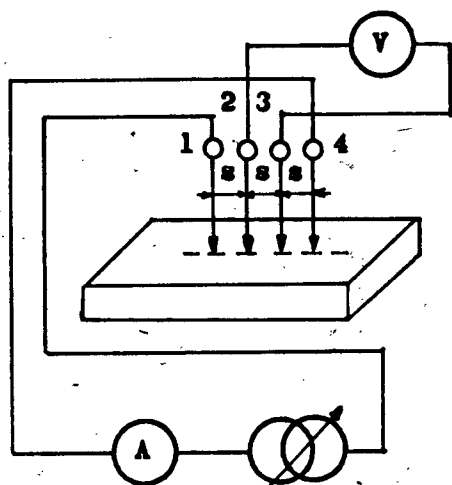
$$\rho = \frac{U_{34}}{I} \frac{S}{l} \quad (1.2)$$

Pro měření napětí U_{34} je nutné použít kompenzátor, elektrometr nebo elektronický voltmetr (číslicový) s vysokým vnitřním odporem.

Při použití vztahů uvedených pro výpočet měrného odporu je třeba si uvědomit z čeho byly odvozeny a za jakých předpokladů tedy platí. Důležité je uvážit vliv proudových kontaktů, jejich seriový odpor, možnost injekce nadbytečných nosičů do vzorku a z toho plynoucí důsledky pro naměřenou hodnotu měrného odporu vzorku.

Měření měrného odporu čtyřsondou.

Čtyřsondou rozumíme čtyři hrotové kontakty, které jsou uspořádané za sebou (lineární čtyřsonda) nebo do čtverce (čtvercová čtyřsonda), s pevnou vzdáleností kontaktů. Takto uspořádané kontakty tvoří měřicí hlavičku, která se přikládá na povrch vzorku. Schema zapojení a uspořádání hrotů je na obr. 1.6. Měřicí hlavičku s lineárně uspořádanými hroty o stejné vzdálenosti $s = 1,06 \text{ mm}$ přitlačíme na vzorek polovodiče.



Obr. 1.6. Měření měrného odporu čtyřsondou.

Proud vstupující do krajních hrotů 1, 4 měříme miliampérmetrem a napětí na vnitřních hrotech 2,3 měříme elektrometrem, nebo voltmetrem s vysokým odporem. Je-li vzdálenost hrotů stejná, leží-li na přímce a vzorek je polonekonečný platí pro měrný odpor [1.3]:

$$\rho = 2\pi s \frac{U}{I} \quad (1.3)$$

Jsou-li rozměry vzorku konečné (srovnatelné se vzdáleností kontaktů čtyřsondy), je třeba výpočet měrného odporu modifikovat. Výsledek se vyjadřuje ve tvaru korekčních funkcí, kterými se hodnota určená pomocí vztahu (1.3) násobí nebo dělí. Jde o korekce na podélnou a příčnou vzdálenost

hrotů od okraje vzorku a o korekci na tloušťku vzorku. Správná hodnota měrného odporu se pak určí ze vztahů typu

$$\rho = \rho_0 \cdot F_1(1/s)$$

kde ρ_0 je dáno rovnicí (1.3) a F_1 je potřebná korekční funkce závislá na poměru vzdálenosti hrotů od okraje vzorku a vzdálenosti hrotů. Odvození rovnice (1.3) a výpočet korekčních funkcí i s číselnými hodnotami je v literatuře [1.3].

Při měření měrného odporu dvoukontaktní, čtyřkontaktní metodou a čtyřsondou vždy nejdříve ověřujeme platnost Ohmova zákona pro daný vzorek při různých proudech. Při měření rovněž vždy komutujeme směr proudu, abychom vyloučili případná termoelektrická napětí v polovodiči způsobená nežádoucím gradientem teploty na vzorku.

Známe-li typ vodivosti a měrný odpor vzorku, můžeme přibližně určit další významný parametr polovodiče - koncentraci příměsí ve vzorku. Lze to provést buď změřením Hallovy konstanty podle návodu k úloze č. 2, nebo použít graf závislosti měrného odporu na koncentraci příměsí, který je uvedený pro Ge, Si a GaAs v [1.2].

1.5. ÚKOL PRO MĚŘENÍ

1. Broušením upravte vzorek polovodiče do tvaru hranolku, vhodného pro měření měrného odporu.
2. Oleptejte vzorek a určete leptací rychlost leptadla.
3. Zhotovte pět kontaktů ke vzorku i s přívodními drátky.

4. Určete typ vodivosti vzorku všemi způsoby a porovnejte výsledky.
5. Změřte měrný odpor vzorku a proveďte diskusi výsledků měření a vhodnosti jednotlivých metod.
6. Určete přibližně koncentraci příměsí ve vzorku.

LITERATURA

- [1.1] Kužel R. a kol.: Praktikum z fyziky pevných látek, SPN Praha 1972
- [1.2] Sze S., Irvin J. C.: Solid State Electron. 11 (1968), 599
- [1.3] Valdes L. B.: Proc. IRE 42 (1954), 420
- [1.4] Koutný J., Kudlák J., Mikušek J.: Technologie seriové výroby tranzistorů a polovodičových diod, SNTL Praha 1964
- [1.5] Pavlov L. P.: Metody opredelenija osnovnyh parametrov poluprovodnikovych materialov, Moskva 1975

2. ELEKTRICKÁ VODIVOST,

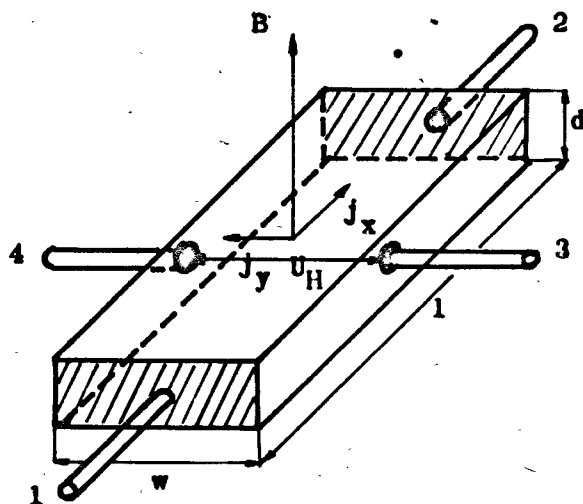
HALLOVA KONSTANTA,

MAGNETOVODIVOST POLOVODIČE

Měření elektrické vodivosti a Hallovy konstanty, zejména jejich teplotní závislosti, umožňuje určit důležité parametry polovodiče: typ vodivosti, koncentraci volných nositelů proudu a jejich pohyblivost, šířku pásu zakázaných energií, ionizační energii příměsí a jejich koncentraci. Magnetovodivost umožní určit pohyblivost majoritních nosičů, případně může poskytnout informace o anisotropii efektivní hmotnosti elektronů a děr.

2.1. HALLŮV JEV A PŘÍČNÁ MAGNETOVODIVOST [2.1]

Uvažujme elektrony jako nabitě částice, které se vlivem elektrické síly $\vec{F}_e = -q\vec{E}$ pohybují driftovou rychlostí \vec{v} proti směru elektrického pole \vec{E} . Za přítomnosti magnetického pole o indukci \vec{B} působí ještě magnetická síla



která vychyluje elektrony kolmo na oba vektory elektrického i magnetického pole a vytváří Hallovo pole \vec{E}_H , které kompenzuje Lorentzovu sílu. Současně působící obě síly

$$\vec{F}_m = -q \cdot (\vec{v} \times \vec{B}),$$

která vychyluje elektrony kolmo na oba vektory elektrického i magnetického pole a vytváří Hallovo pole \vec{E}_H , které kompenzuje Lorentzovu sílu. Současně působící obě síly

$$\vec{F} = \vec{F}_e + \vec{F}_m \quad (2.1)$$

Obr. 2.1. Vzorek s elektronovou vodivostí v příčném magnetickém poli.

vytvoří za konstantní teploty dva komplementární galvanomagnetické jevy: Hallův jev a transversální magnetorezistanci. Ve vzorku, který má tvar hranolku podle obr. 2.1, Hallovo pole $E_H = E_y$ kompenzuje y-složku síly \vec{F} . Je-li pohyblivost elektronů definována jako

$$\vec{v} = -\mu \cdot \frac{\vec{F}}{q} \quad (2.2)$$

bude mít vektor driftové rychlosti složky

$$\begin{aligned}
 v_x &= \mu \cdot (E_x - v_y \cdot B) \\
 v_y &= \mu \cdot (E_y - v_x \cdot B) \\
 v_z &= \mu E_z = 0
 \end{aligned}
 \tag{2.3}$$

Hustota proudu $\vec{j} = q \cdot n \cdot \vec{v}$ je v oblasti Ohmova zákona úměrná intenzitě elektrického pole $\vec{j} = \sigma \cdot \vec{E}$ a má složky

$$j_x = q \cdot n \cdot v_x = \frac{\sigma}{1 + \mu^2 B^2} \cdot E_x - \frac{\sigma \cdot \mu B}{1 + \mu^2 B^2} \cdot E_y$$

$$j_y = q \cdot n \cdot v_y = \frac{\sigma \cdot \mu B}{1 + \mu^2 B^2} \cdot E_x + \frac{\sigma}{1 + \mu^2 B^2} \cdot E_y$$

Pro $\vec{B} = 0$ je měrná vodivost homogenní isotropní látky skalární veličina. Pro $\vec{B} \neq 0$ je tenzorem druhého řádu. Definujeme-li Hallovu konstantu R_H takto:

$$\vec{E}_H = R_H \cdot (\vec{j} \times \vec{B})$$

bude v lineárním přiblížení platit

$$\vec{E} = \varrho \cdot \vec{j} - R_H (\vec{j} \times \vec{B}), \text{ nebo } \vec{j} = \sigma \vec{E} - \sigma R_H (\vec{j} \times \vec{B})$$

a tenzor vodivosti bude mít složky

$$\hat{\sigma} = \begin{vmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} \\ \sigma_{12} & \sigma_{11} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \frac{\varrho}{\varrho^2 + R_H^2 \cdot B^2} & \frac{R_H \cdot B}{\varrho^2 + R_H^2 \cdot B^2} \\ -R_H \cdot B & \frac{\varrho}{\varrho^2 + R_H^2 \cdot B^2} \end{vmatrix}$$

které jsou závislé na B a transversální složky $\sigma_{12} = -\sigma_{21}$ splňují Onsagerovy relace. Předpokládáme-li, že měrná vodivost uvažovaného vzorku je skalární, bude mít elektrické pole \vec{E} složky (2.6):

$$\begin{aligned}
 E_x &= \varrho \cdot j_x - R_H \cdot j_y \cdot B \\
 E_y &= \varrho \cdot j_y + R_H \cdot j_x \cdot B
 \end{aligned}
 \tag{2.8}$$

Předpokládáme-li, že $j_y = 0$, tj. mezi elektrodami 3, 4 neprotéká proud, vyplývá z rovnic (2.3) a (2.4)

$$E_y = -\mu B \cdot E_x \quad \text{a} \quad v_x = \mu E_x$$

(2.9)

a z rovnice (2.8)

$$E_y = R_H \cdot j_x \cdot B \quad (2.10)$$

Hallův úhel ϑ je definován jako

$$\operatorname{tg} \vartheta = \frac{E_y}{E_x} = \mu B \quad (2.11)$$

a vyjadřuje vzájemné stočení proudových čar a elektrického pole následkem příčného magnetického pole. Z rovnice (2.10) můžeme určit Hallovu konstantu pomocí měřených veličin, Hallova napětí U_H

$$U_H = \int_0^w E_y \cdot dy = E_y \cdot w$$

a proudu $I = j \cdot w \cdot d$

$$R_H = \frac{U_H \cdot d}{B \cdot I} \quad (2.12)$$

Souvislost Hallovy konstanty s koncentrací elektronů vyplývá z rovnice (2.3), (2.9) a (2.10)

$$R_H = - \frac{1}{q \cdot n} \quad (2.12)$$

Magnetorezistance v homogenním isotropním materiálu může být způsobena částečným nebo úplným zkratováním Hallova pole (tzv. geometrická magnetorezistance). Určíme ji z rovnice (2.4) a (2.8) pro případ úplné zkratovaného Hallova pole, kdy $E_y = 0$ a teče Hallův proud o hustotě j_y . Pro poměr hustot proudů j_x a j_y platí

$$\frac{j_y}{j_x} = \mu B \quad (2.13)$$

a závislost měrného odporu na magnetické indukci $\varrho(B) = E_x / j_x$ je

$$\varrho(B) = \varrho(0) \cdot (1 + \mu^2 \cdot B^2), \quad \varrho(0) = 1/\sigma$$

a magnetorezistance $\Delta\varrho / \varrho_0 = [\varrho(B) - \varrho(0)] / \varrho(0)$ je

$$\frac{\Delta\varrho}{\varrho_0} = \mu^2 \cdot B^2 \quad (2.14)$$

je tedy kvadratickou funkcí magnetické indukce B . Úplné zkratování Hallova pole lze dosáhnout pouze u kruhového vzorku, tzv. Corbino disku [2.1]. U vzorků ve tvaru hranolku způsobují částečné zkratování Hallova pole proudové plošné kontakty, které se uplatní tím více, čím je menší poměr délky a šířky l/w vzorku, tj. u krátkých vzorků. Při měření na vzorcích ve tvaru hranolku bude

$$\frac{\Delta \rho}{\rho_0} = k \cdot (\mu_B)^2 \quad (2.15)$$

kde $k < 1$ a závisí na poměru l/w [2.1]. Kromě této geometrické magnetorezistance je změna odporu vzorku v magnetickém poli způsobena ještě anisotropií efektivní hmotnosti elektronů a děr a jejich různou rychlostí. Tato magnetorezistance se nazývá fyzikální. Úvahy v předcházející části platí pro homogenní isotropní vodič, kde všechny elektrony mají stejnou rychlost. Tomuto případu se přibližují kovy.

V polovodičích existují dva druhy nosičů proudu, elektrony a díry, které se vlivem elektrického a magnetického pole pohybují obecně různými rychlostmi. Pro výpočet elektrické vodivosti, Hallovy konstanty a magnetorezistance je třeba vypočítat hustoty proudu j_x a j_y jako součet příspěvků od všech elektronů a děr. K tomu je třeba znát rozdělovací funkci elektronů a děr při působení elektrického a magnetického pole. Ta se určí řešením Boltzmanovy transportní rovnice. V aproximaci relaxačního času řešení tohoto problému vede k těmto výsledkům [1.1], [2.1] a [2.2]:

Elektrická vodivost

$$\sigma = q \cdot n \cdot \mu_n + q \cdot p \cdot \mu_p \quad (2.16)$$

$$\mu_n = \frac{q \langle \tau_n \rangle}{m_n^*} \quad \mu_p = \frac{q \langle \tau_p \rangle}{m_p^*}$$

Hallova konstanta

$$R_H = -r_H \frac{n \mu_n^2 - p \mu_p^2}{q(n \mu_n + p \mu_p)^2} \quad (2.17)$$

$$r_H = \frac{\langle \tau^2 \rangle}{\langle \tau \rangle^2} \quad (2.18)$$

r_H je rozptylový (Hallův) faktor, který je při rozptylu na akustických fononech roven $r_H = 3\pi/8$, u kovů a degenerovaných polovodičů je $r_H = 1$. V rovnicích (2.16) až (2.18) je n , p koncentrace volných elektronů a děr, μ_n , μ_p jsou driftové pohyblivosti elektronů a děr a τ_n , τ_p jsou střední hodnoty relaxačních dob elektronů a děr (3.2).

Pro polovodič příměsový, kdy pro n -typ je $n \gg p$, se vztahy zjednoduší:

$$\sigma_n = q \cdot n \cdot \mu_n \quad R_H = -r_H \frac{1}{q \cdot n} \quad (2.19)$$

a pro p -typ $p \gg n$

$$\sigma_p = q \cdot p \cdot \mu_p \quad R_H = +r_H \frac{1}{q \cdot p} \quad (2.20)$$

Součin měrné vodivosti a Hallovy konstanty definuje Hallovu pohyblivost: pro elektrony

$$\mu_{nH} = |R_H \cdot \sigma_n| = r_H \mu_n \quad (2.21)$$

pro díry

$$\mu_{pH} = R_H \cdot \sigma_p = r_H \mu_p$$

Od driftové pohyblivosti se liší Hallovy faktorem.

Příčná magnetorezistance je u isotropních polovodičů s kulovými ekvienergiovými plochami rovna

$$\frac{\Delta \rho}{\rho_0} = \xi \cdot (\mu_H \cdot B)^2 \quad (2.22)$$

kde

$$\xi = \frac{\langle \tau^3 \rangle \langle \tau \rangle}{\langle \tau^2 \rangle^2} - 1$$

ξ je koeficient magnetorezistance, který závisí na typu rozptylu elektronů. Pro rozptyl na akustických fononech má číselnou hodnotu $\xi = 0,275$. Všechny uvedené vztahy pro Hallovu konstantu a magnetorezistanci platí pro slabé magnetické pole, tj. pro $\mu_H \cdot B < 1$.

Měřením Hallovy konstanty a měrné vodivosti můžeme určit typ vodivosti polovodiče (podle znaménka R_H), koncentraci volných nosičů ($R_H = -r_H/q \cdot n$) a jejich pohyblivost ($\mu_H = |R_H \sigma|$). Další důležité parametry polovodiče je možné určit měřením teplotní závislosti σ a R_H . V oblasti vlastní vodivosti při vyšších teplotách můžeme určit šířku pásu zakázaných energií E_g a v oblasti příměsové vodivosti můžeme určit koncentraci příměsí, pohyblivost volných nosičů, charakter rozptylových procesů, případně ionizační energií příměsí a kompenzovanost polovodiče. K určení posledních dvou parametrů u germania a křemíku je však třeba měřit až do nízkých teplot v oblasti kapalného helia. Protože naše měření lze provádět pouze do teplot kapalného dusíku (77 K), omezíme se na oblast vlastní vodivosti a část příměsové vodivosti, ve které budou ještě všechny příměsové atomy ionisovány. K interpretaci měření bude třeba určit závislost koncentrace volných elektronů a děr na teplotě.

2.2. TEPLITNÍ ZÁVISLOST KONCENTRACE ELEKTRONŮ A DĚR

Koncentrace elektronů ve vodivostním pásu je určena Fermi - Diracovou rozdělovací funkcí a hustotou stavů ve vodivostním pásu [1.1]:

$$n = \frac{2}{\sqrt{\pi}} N_C \cdot F_{1/2}(y) \quad (2.23)$$

kde $N_C = 2 \cdot (2\pi m_n \cdot k \cdot T \cdot h^{-2})^{3/2}$ je hustota stavů ve vodivostním pásu

$$F_k(y) = \int_0^{\infty} \frac{x^k dx}{1 + e^{x-y}} \quad (2.24)$$

je Fermi - Diracův integrál, $y = E_F/kT$ je redukovaná Fermiho energie a $x = E/kT$ je redukovaná energie. Je-li $\exp\{(E - E_F)/kT\} > 1$, lze Fermi - Diracovu statistiku nahradit Boltzmanovou a koncentrace elektronů ve vodivostním pásu je

$$n = N_C \exp\{(E_F - E_C)/kT\} \quad (2.25)$$

Podobně lze vypočítat koncentraci volných děr ve valenčním pásu

$$p = N_V \exp\{(E_V - E_F)/kT\} \quad (2.26)$$

Kde $N_V = 2 (2\pi m_p k T h^{-2})^{3/2}$ je hustota stavů ve valenčním pásu. Koncentrace volných elektronů a děr tedy závisí na Fermiho energii E_F . Ta se určí z podmínky lokální nábojové neutrality, která má pro vlastní polovodič tvar $n = p$ a Fermiho energie

$$E_F = -\frac{1}{2} E_g + \frac{3}{4} (kT \ln \frac{n}{m_p^*}) \quad (2.27)$$

leží přibližně uprostřed zakázaného pásu. V termodynamické rovnováze je součin koncentrace elektronů a děr konstantní a podle (2.25) a (2.26) je

$$n \cdot p = n_i^2(E_g, T) = N_C N_V \exp(-E_g/kT) \quad (2.28)$$

n_i je intrinsická koncentrace a při $T = 300$ K má pro Ge hodnotu $n_i = 2,4 \cdot 10^{13} \text{ cm}^{-3}$ a pro Si $n_i = 1,45 \cdot 10^{10} \text{ cm}^{-3}$.

Jsou-li v polovodiči příměsové atomy, na př. donory s koncentrací N_D , má podmínka nábojové neutrality tvar

$$n = p + N_D \quad (2.29)$$

neboť předpokládáme úplnou ionizaci donorů. Použijeme-li rovnici (2.28), můžeme určit koncentraci volných elektronů a děr v závislosti na koncentraci donorů a na teplotě

$$\begin{aligned} n &= \frac{N_D}{2} + \sqrt{\left(\frac{N_D}{2}\right)^2 + n_i^2(T)} \\ p &= \frac{n_i^2}{n} \end{aligned} \quad (2.30)$$

Určení šířky zakázaného pásu.

Šířku pásu zakázaných energií E_g určíme z naměřené teplotní závislosti Hallovy konstanty v oblasti vlastní vodivosti, kde platí

$n = p = n_1 \gg N_D$ (N_A). Hallova konstanta je pak podle (2.17)

$$R_H = - r_H \frac{1}{q n_1} \cdot \frac{b-1}{b+1} \quad (2.31)$$

$b = \mu_n/\mu_p$ je poměr pohyblivostí elektronů a děr. Po dosazení intrin-
sické koncentrace n_1 z (2.28) a s přihlédnutím k teplotní závislosti
hustoty stavů N_C a N_V , bude teplotní závislost Hallovy konstanty

$$R_H(T) = \text{konst.} \cdot T^{-3/2} \exp[E_g/2kT] \quad (2.32)$$

Předpokládali jsme, že závislost pohyblivostí elektronů a děr na teplo-
tě je stejná a poměr b je tedy na teplotě nezávislý. Ze vztahu (2.32)
vyplývá, že závislost $\ln |R_H T^{3/2}|$ na reciproké teplotě je lineární
a E_g lze jednoduše určit.

Určení koncentrace příměsí N_D .

Použijeme změřenou teplotní závislost Hallovy konstanty v oblasti
příměsové vodivosti, kdy jsou všechny donory ionisovány a $n_1 \ll N_D$,
pak podle (2.30) je $n = N_D$ a Hallova konstanta podle (2.19) bude

$$R_H = - r_H \frac{1}{q \cdot N_D} \Rightarrow N_D \quad (2.33)$$

V této oblasti teplot by měla být Hallova konstanta téměř nezávislá
na teplotě.

Určení pohyblivosti majoritních nosičů.

V oblasti příměsové vodivosti určíme pohyblivost majoritních nosi-
čů měřením vodivosti a Hallovy konstanty při téže teplotě:

$$\mu_n = \frac{1}{r_H} \mu_{Hn} \quad \mu_{Hn} = R_H \sigma \quad (2.34)$$

Podobně pro pohyblivost majoritních děr v polovodiči p-typu.

Pohyblivost majoritních nosičů můžeme určit také z magnetorezis-
tance. Z rovnice (2.22) vypočítáme pohyblivost elektronů

$$\mu_n^2 = \frac{1}{\xi \cdot r_H^2 \cdot B^2} \cdot \frac{\Delta \rho}{\rho_0} \quad (2.35)$$

$$\xi = 0,275 \quad \text{a} \quad r_H = 3\pi/8.$$

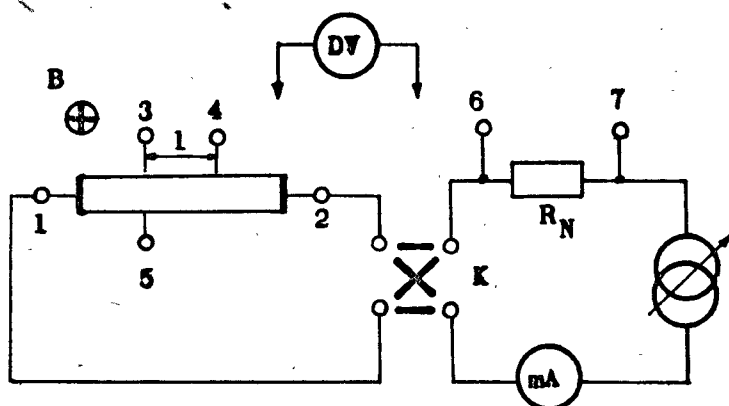
Určení typu vodivosti.

Typ vodivosti můžeme určit ze znaménka Hallovy konstanty v oblas-
ti příměsové vodivosti. Musíme ovšem znát orientaci magnetického pole
vzhledem k proudu protékajícímu vzorkem a polaritu Hallova napětí. Typ
vodivosti lze rovněž určit z tvaru teplotní závislosti Hallovy konstan-

ty. Jak vyplývá z rovnice (2.17) dochází ke změně znaménka Hallovy konstanty při přechodu vzorku p-typy do oblasti vlastní vodivosti.

2.3. EXPERIMENTÁLNÍ ČÁST

Elektrickou vodivost, Hallovu konstantu a magnetorezistanci měříme stejnosměrnou metodou na germaniovém vzorku, který má tvar hranolku s pěti kontakty. Měříme v teplotním rozsahu od 20 do 150°C. Schema za-



Obr. 2.2. Schema zapojení pro měření vodivosti, magnetorezistance a Hallovy konstanty.

napětí na kontaktech 3, 5 číslicovým voltmetrem DV. Vzorek je umístěn v Dewarově nádobě v oleji, který je elektricky vyhříván. Regulace teploty a její stabilizace je zajištěna kontaktním teploměrem. Teplotu měříme platinovým odporovým teploměrem.

Měrný odpor určíme ze vztahu

$$\rho = \frac{U \cdot S}{I \cdot l} \quad U = (U_{34}^+ + U_{34}^-)/2 \quad (2.36)$$

Měříme při konstantním proudu a komutujeme jeho směr.

Hallovu konstantu určíme ze vztahu (2.12)

$$R_H = \frac{U_H \cdot d}{I \cdot B} \quad (2.37)$$

kde U_H je napětí určené ze čtyř hodnot naměřených na kontaktech 3, 5 při komutaci proudu vzorkem i magnetického pole při téže teplotě:

$$U_H = \frac{1}{4} [U_{35}(+I, +B) - U_{35}(-I, +B) + U_{35}(-I, -B) - U_{35}(+I, -B)] \quad (2.38)$$

Komutaci směru proudu a magnetického pole je nutné provádět proto, aby byl omezen vliv nežádoucích galvanomagnetických a termomagnetických jevů [2.1]. Tak lze vyloučit všechna nežádoucí napětí s výjimkou napětí Ettinghausenova.

Pokud provádíme měření na krátkých vzorcích ($l/w \leq 3$), dochází vlivem proudových kontaktů k částečnému zkratování Hallova pole a ke zmenšení Hallova napětí. V takovém případě se provádí korekce měřené Hallovy konstanty násobením korekčním faktorem, který závisí na poměru l/w a na Hallově úhlu [2.1].

Měření magnetorezistance.

Měří se při konstantní teplotě tak, že měříme vodivostní napětí na kontaktech 3, 5 bez magnetického pole $U(0)$ a s magnetickým polem $U(B)$. Magnetické pole měníme změnou magnetizačního proudu elektromagnetu. Protože měříme při konstantním proudu, bude

$$\frac{\Delta \rho}{\rho_0} = \frac{U(B) - U(0)}{U(0)} \quad (2.39)$$

Napětí opět měříme při všech komutacích proudu a magnetického pole. Provedeme šest měření:

$$\begin{array}{ll} U(+B), U(0), U(-B) & \text{při } +I \\ U(-B), U(0), U(+B) & \text{při } -I \end{array}$$

Ze čtyř změřených rozdílů vypočítáme průměrnou změnu a dosadíme do (2.39). Vzhledem k tomu, že změny napětí jsou malé, je třeba toto měření provádět při dobře ustálené teplotě, tedy před měřením teplotních závislostí.

2.4. ÚKOL PRO MĚŘENÍ

1. Při konstantní teplotě změřte závislost magnetorezistance na magnetické indukci,
 - ověřte platnost kvadratické závislosti (2.22)
 - určete pohyblivost majoritních nosičů
2. Změřte teplotní závislost měrné vodivosti a Hallovy konstanty v rozsahu 300 - 450 K,
 - naměřené závislosti znázorněte grafy funkcí $\log \sigma = f(1/T)$ a $\log |R_H \cdot T^{3/2}| = f(1/T)$
 - určete: šířku zakázaného pásu E_g z obou měření
 - typ vodivosti
 - koncentraci příměsí
 - pohyblivost majoritních nosičů
 - sestrojte graf závislosti koncentrace elektronů a děr na teplotě pro změřenou koncentraci příměsí podle (2.30) ve tvaru $\log n = f(1/T)$.

LITERATURA

- [2.1] Wieder H. H.: Laboratory notes on electrical and galvanomagnetic measurements, Elsevier Sci. Publ. Comp., Amsterdam 1979
- [2.2] Blat F. J.: Theory of mobility of electrons in solids, ruský překlad, Moskva 1963

3. TEPLOTNÍ ZÁVISLOST POHYBLIVOSTI

Pohyblivost volných nositelů proudu závisí na rozptylovém mechanismu. Změřením teplotní závislosti pohyblivosti můžeme rozptylový mechanismus určit.

3.1. DRUHY ROZPTYLU

Pohyblivost volných nositelů proudu závisí na rozptylových procesech, které působí proti driftovému pohybu volných nosičů. Můžeme je charakterizovat relaxační dobou τ , která byla zavedena při řešení Boltzmannovy kinetické rovnice jako časová konstanta při návratu nerovnovážné rozdělovací funkce do rovnovážného stavu po vypnutí elektrického pole. Relaxační dobu lze interpretovat také mikroskopicky jako střední dobu mezi dvěma po sobě následujícími srážkami. Rozptylový proces můžeme dále charakterizovat střední volnou dráhou nositele proudu $\langle l \rangle = v \cdot \langle \tau \rangle$, kde v je tepelná rychlost volných nositelů. Pohyblivost volného nositele s efektivní hmotností m^* a nábojem q je

$$\mu = \frac{q}{m^*} \langle \tau \rangle \quad (3.1.)$$

kde $\langle \tau \rangle$ je střední hodnota relaxační doby [1.1] :

$$\langle \tau \rangle = \frac{2}{3 F_{1/2}(y)} \int_0^{\infty} \frac{x^{3/2} e^{x-y}}{(1 + e^{x-y})^2} dx \quad (3.2.)$$

$F_{1/2}(y)$ je Fermi-Diracův integrál (2.24.), x je redukovaná energie a y je redukovaná Fermiho energie.

Výpočet střední hodnoty relaxační doby nebo pohyblivosti není jednoduchý, avšak pro většinu významných rozptylových procesů můžeme vyjádřit závislost relaxační doby na energii funkcí typu

$$\tau = C(T) \cdot E^s \quad (3.3.)$$

kde C je funkcí teploty a parametr s charakterizuje jednotlivé typy rozptylu. Výpočet středních relaxačních dob a pohyblivostí pro některé rozptylové procesy je uveden v monografii [3.1] s těmito výsledky:

Rozptyl na akustických fononech ($s = -1/2$)

$$\tau = \frac{\tau_0}{kT} E^{-1/2} \quad \mu \sim T^{-3/2} \quad (3.4.)$$

Rozptyl na ionisovaných příměsích ($s = 3/2$)

$$\tau = \tau_{0J} E^{3/2} \quad \mu_I \sim T^{3/2} \quad (3.5.)$$

Rozptyl na optických fononech ($s = 1/2$)

$$\tau = \frac{\tau_{OP}}{kT} E^{1/2} \quad \mu_P \sim T^{-1/2} \quad (3.6.)$$

V případě, že existuje několik rozptylových procesů probíhajících současně a na sobě nezávisle, lze určit výslednou relaxační dobu. Je-li také reciproká hodnota relaxační doby má význam pravděpodobnosti procesu, bude výsledná pravděpodobnost dvou relaxačních procesů

$$\frac{1}{\tau} = \frac{1}{\tau_1} + \frac{1}{\tau_2} \quad (3.7.)$$

V polovodičích se současně vyskytuje na příklad rozptyl na akustických fononech a rozptyl na ionisovaných příměsových atomech. Pak můžeme výslednou pohyblivost vyjádřit podle (3.4.), (3.5.) a (3.7.):

$$\frac{1}{\mu} = \frac{1}{\mu_L} + \frac{1}{\mu_I} = A \cdot T^{3/2} + B \cdot T^{-3/2} \quad (3.8.)$$

kde A, B jsou konstanty.

Experimentálně zjištěné teplotní závislosti pohyblivosti elektronů a děr v germaniu a v křemíku při rozptylu na akustických fononech se poněkud liší od závislosti vypočtené. Hodnota exponentu v (3.4.) se liší od $-3/2$ a je různá pro elektrony a pro díry. Dekker [3.2] uvádí pro germanium tyto pohyblivosti:

$$\begin{aligned} \text{pro elektrony} \quad \mu_L &= 4,9 \cdot 10^7 \cdot T^{-1,66} \text{ cm}^2/\text{Vs} \\ \text{pro díry} \quad \mu_L &= 1,05 \cdot 10^9 \cdot T^{-2,33} \text{ cm}^2/\text{Vs} \end{aligned} \quad (3.9.)$$

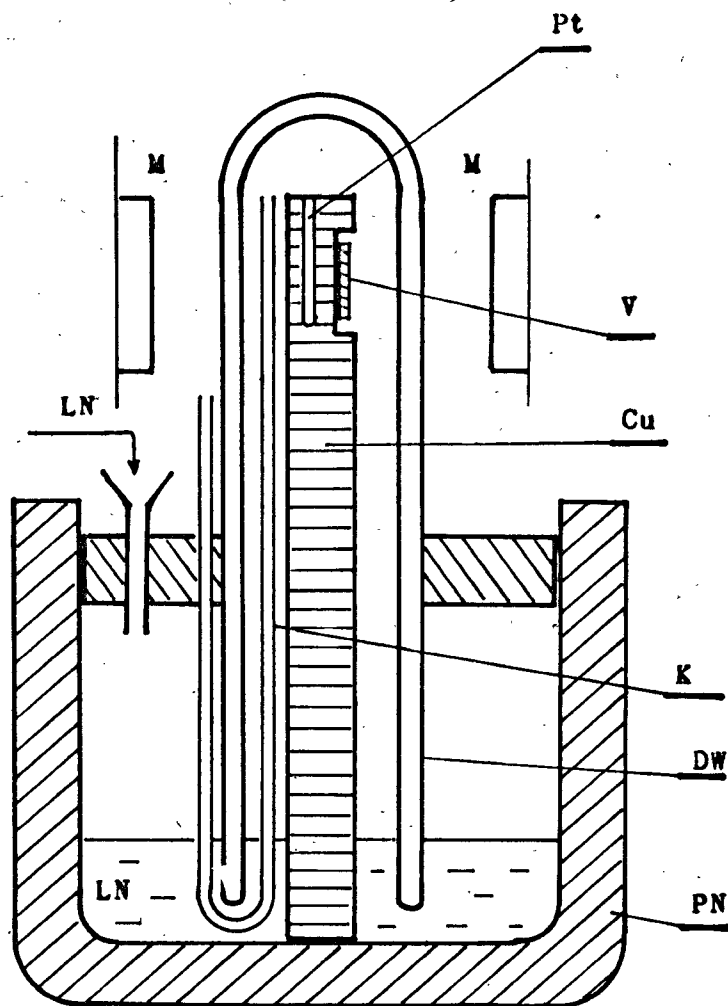
Rozdíl může být způsoben složitější pásovou strukturou germania.

3.2. EXPERIMENTÁLNÍ ČÁST

Měření teplotní závislosti Hallovy pohyblivosti budeme provádět v teplotním rozmezí od 300 do 80 K. Měří se při stejné teplotě měrná elektrická vodivost $\sigma(T)$ a Hallova konstanta $R_H(T)$ způsobem, který je popsán v návodu k úloze Elektrická vodivost, Hallova konstanta a magnetovodivost polovodiče. Hallova pohyblivost je

$$\mu_H(T) = |R_H(T) \cdot \sigma(T)| \quad (3.10.)$$

Experimentální uspořádání se liší pouze umístěním vzorku a způsobem jeho ochlazování. Princip ochlazování a umístění vzorku je na



Obr.3.1. Aparatura pro měření teplotní závislosti vodivosti a Hallovy konstanty při 80 - 300 K.

obr. 3.1. podle [3.3] . Vzorek V je umístěn na Cu válci, který je postaven v polystyrenové nádobě PN do kapalného dusíku LN (nalévá se trychtýřem) a je přikryt skleněnou Dewarovou nádobou DW. Odpařený dusík uniká kapilárou K z prostoru vzorku do okolí. Teplota se měří platínovým odporovým teploměrem Pt. Oblast vzorku je v magnetickém poli elektromagnetu M. Při měření se postupuje od laboratorní teploty k nízkým teplotám tak, že se v malých dávkách přilévá kapalný dusík a po ustálení se provede postupně měření teploty, měření šesti hodnot vodivostního a Hallova napětí a kontrola teploty, případně proudu vzorkem. V

případě potřeby je možno vzorek ohřát elektrickým ohřevem měděné tyče. Elektrické schéma zapojení je uvedeno na obr. 2.2. Před měřením je vhodné kontrolovat linearitu vodivostního napětí na kontaktech 3,4 a Hallova napětí na kontaktech 3,5 v závislosti na proudu a u Hallova napětí i lineární závislost na magnetické indukci.

3.3. ÚKOL PRO MĚŘENÍ

1. Změřte teplotní závislost elektrické vodivosti a Hallovy konstanty germaniového vzorku v rozsahu teplot od 300 do 80 K.
2. Na začátku a konci měření proveďte kontrolu linearitu vodivostního a Hallova napětí v závislosti na proudu, případně na magnetické indukci.

3. Vypočítejte Hallovu pohyblivost podle (3.10) a přesvědčte se, zda byla při měření splněna podmínka pro slabé magnetické pole.
4. Sestrojte graf závislosti Hallovy pohyblivosti na teplotě ve formě $\log \mu_H = f(\log T)$
 - určete exponent n v závislosti $\mu \sim T^n$
 - srovnejte jej s hodnotami ve funkcích (3.9.)
 - určete typ vodivosti vzorku.

LITERATURA

- [3.1] Hrivnák L., Bezák V., Foltin J., Ožvold M.: Teoria tuhých látek, SAV Bratislava 1985
- [3.2] Dekker A. J.: Fyzika pevných látek, Academia Praha 1966
- [3.3] Schmidt E., Bočánek L.: J. Sci. Instr. (J. Phys. E) 4 (3), 250, (1971)

4. TERMoeLEKTRICKÉ NAPĚTÍ

V POLOVODIČÍCH

Termoelektrické napětí patří k důležitým transportním jevům v polovodičích. Polarita termoelektrického napětí souvisí s typem vodivosti; známe-li koeficient termoelektrického napětí, můžeme určit Fermiho energii a při současném měření Hallovy konstanty lze stanovit také efektivní hmotnost majoritních nosičů proudu. V intrinsické oblasti můžeme určit šířku zakázaného pásu. Nejbohatší informace poskytuje změření teplotní závislosti koeficientu termoelektrického napětí v širokém rozsahu teplot zahrnující oblast příměsové i vlastní vodivosti polovodiče.

4.1. KOEFICIENT TERMoeLEKTRICKOHO NAPĚTÍ

Existuje-li v polovodiči teplotní gradient ∇T , vznikají termoelektrické jevy. Protože střední energie a často i počet nositelů proudu vzrůstá při zvyšování teploty, způsobuje gradient teploty ve směru $-\nabla T$ proud volných nábojů. V neuzavřeném obvodu v ustáleném stavu je celková hustota proudu nulová, což znamená, že vytvořené elektrické pole \vec{E}^{α} způsobuje v každém bodě polovodiče proud, jenž kompenzuje proud způsobený gradientem teploty - tepelnou difuzí. Při vytvoření teplotního gradientu vzniká tedy v polovodiči termoelektrické pole (Seebeckův jev), jehož intenzita je úměrná gradientu teploty:

$$\vec{E}^{\alpha} = \alpha \cdot \text{grad } T \quad (4.1.)$$

Koeficient α je diferenciální koeficient termosíly nebo Seebeckova konstanta.

Souvislost koeficientu α s parametry polovodiče lze nalézt pomocí Boltzmannovy kinetické rovnice. Můžeme vypočítat hustotu proudu za přítomnosti gradientu teploty a z podmínky nulového proudu určit intenzitu termoelektrického pole a koeficient termosíly. Obecný výraz pro koeficient termosíly jednoho typu nosičů proudu je [4.1] [4.2] :

$$\alpha = \frac{K_{21} - E_F \cdot K_{11}}{q \cdot T \cdot K_{11}} \quad (4.2.)$$

$K_{11} = \langle \tau \rangle$, $K_{12} = \langle E \tau \rangle$ jsou transportní koeficienty, $E_F < 0$ je Fermiho energie měřená od okraje příslušného pásu, q je elementární náboj a T absolutní teplota. Pro polovodič s kulovými plochami konstantní energie je u n-typu α záporné [4.1] :

$$\alpha_n = -\frac{k}{q} \left[\left(\frac{5}{2} - s \right) - \frac{E_F}{kT} \right] \quad (4.3.)$$

a u polovodiče p-typu je α kladné:

$$\alpha_p = \frac{k}{q} \left[\left(\frac{5}{2} - s \right) - \frac{E'_F}{kT} \right] \quad (4.4.)$$

parametr s je exponent v závislosti relaxačního času na energii dané rovnicí (3.3), k je Boltzmanova konstanta a $E'_F = -(E_g - E_F)$ je Fermiho energie v polovodiči p-typu vzhledem k hornímu okraji valenčního pásu.

Pro smíšený polovodič, který obsahuje elektrony i díry je koeficient termosily podle [1.1] :

$$\alpha = \frac{\alpha_p \cdot \sigma_p - |\alpha_n| \cdot \sigma_n}{\sigma_n + \sigma_p} \quad (4.5.)$$

kde $\sigma_n = q \cdot n \cdot \mu_n$ a $\sigma_p = q \cdot p \cdot \mu_p$ jsou měrné vodivosti elektronů a děr. Z poslední rovnice vyplývá, že při zvyšování teploty a přechodu polovodiče p-typu do oblasti vlastní vodivosti nastává při určité teplotě změna znaménka koeficientu termosily, neboť pohyblivost elektronů je větší než pohyblivost děr. Změna znaménka nastane při teplotě, kdy čitatel v rovnici (4.5) bude roven nule.

Pro vlastní polovodič je koncentrace elektronů a děr stejná $n = p$ a Fermiho energie leží téměř uprostřed zakázaného pásu

$$E_F = E'_F = -\frac{1}{2} E_g - kT \ln \sqrt{\frac{N_C}{N_V}} \quad (4.6.)$$

koeficient termosily vlastního (intrinsického) polovodiče je záporný:

$$\alpha_i = -\frac{k}{q} \cdot \frac{(b-1)}{(b+1)} \cdot \left(\frac{5}{2} - s + \frac{E_g}{2kT} + \ln \frac{N_C}{N_V} \right) \quad (4.7.)$$

$b = \mu_n / \mu_p$ je poměr pohyblivostí elektronů a děr, N_C a N_V jsou hustoty stavů ve vodivostním a ve valenčním pásu

$$N_C = 2 \cdot M_C (2\pi m_n \cdot kT \cdot h^{-2})^{3/2}$$

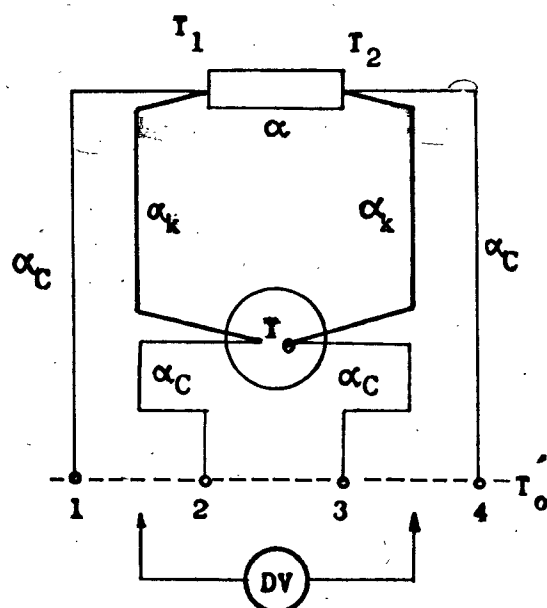
$$N_V = 2 \cdot M_V (2\pi m_p \cdot kT \cdot h^{-2})^{3/2}$$

V germaniu je počet ekvivalentních minim ve vodivostním pásu $M_C = 4$ a počet ekvivalentních maxim ve valenčním pásu $M_V = 1$. Efektivní hmotnosti elektronů a děr v germaniu jsou: $m_n = 0,29 m_0$ a $m_p = 0,38 m_0$; m_0 je klidová hmotnost volného elektronu. Při rozptylu

na akustických fononech je závislost relaxační doby na energii (3.3.) určena parametrem $s = 1/2$. Číselná hodnota poměru k/q v rovnicích (4.3.), (4.4.) a (4.7.) je $86,2 \mu\text{V/K}$.

4.2. EXPERIMENTÁLNÍ ČÁST

Koeficient termosíly α určujeme měřením termoelektrického napětí a příslušného rozdílu teplot mezi dvěma konci vzorku. Jelikož však rozdíl potenciálů měříme mezi kovovými přívody k polovodiči, bude naměřený koeficient termosíly roven rozdílu koeficientů termosíly polovodiče a kovu. Kovy mají koeficient termoelektrického napětí značně menší než polovodiče a lze jej tedy v určitých případech zanedbat.



Obr. 4.1. Schema elektrického obvodu pro měření termoelektrického napětí.

Schema elektrického obvodu pro měření termoelektrického napětí je na obr.4.1. Kovy termočlánků, které slouží k měření teploty konců vzorku, mají koeficienty termosíly α_C (měď) a α_K (konstantan), vzorek polovodiče má koeficient termosíly α . Spoje termočlánků se vzorkem mají teplotu T_1 a T_2 , studené konce termočlánků teplotu T_0 . Svorky 1, 2, 3, 4, na kterých měříme voltmetrem termoelektrická napětí, mají laboratorní teplotu T_0 . Připojíme-li voltmetr ke svorkám 1 a 4, naměříme napětí U_{14} , pro které, podle (4.1.) a s použitím $\overline{E}^\alpha = - \text{grad } U$, platí:

$$\begin{aligned}
 U_{14} &= \int_{T_0}^{T_1} \alpha_C dT + \int_{T_1}^{T_2} \alpha dT + \int_{T_2}^{T_0} \alpha_C dT = \\
 &= \int_{T_0}^{T_1} \alpha_C dT + \int_{T_1}^{T_2} \alpha dT - \left(\int_{T_0}^{T_1} \alpha_C dT + \int_{T_1}^{T_2} \alpha_C dT \right) =
 \end{aligned}$$

$$= \int_{T_1}^{T_2} (\alpha - \alpha_c) \cdot dT$$

Je-li rozdíl teplot $T_2 - T_1$ dostatečně malý, abychom pro teploty $T_1 < T < T_2$ mohli považovat $(\alpha - \alpha_c)$ za konstantní, bude při teplotě $T = (T_1 + T_2)/2$

$$U_{14} = (\alpha - \alpha_c)(T_2 - T_1)$$

$$\alpha(T) = \frac{U_{14}(T)}{T_2 - T_1} + \alpha_c(T) \quad (4.8.)$$

Podobně pro napětí na svorkách 2 a 3 bude napětí U_{23}

$$\begin{aligned} U_{23} &= \int_{T_0}^{T_0} \alpha_c dT + \int_{T_0}^{T_1} \alpha_k dT + \int_{T_1}^{T_2} \alpha dT + \int_{T_2}^{T_0} \alpha_k dT + \int_{T_0}^{T_0} \alpha_c dT \\ &= \int_{T_1}^{T_2} (\alpha - \alpha_k) dT \end{aligned}$$

a koeficient termosíly polovodiče

$$\alpha(T) = \frac{U_{23}(T)}{T_2 - T_1} + \alpha_k(T) \quad (4.9.)$$

při teplotě T

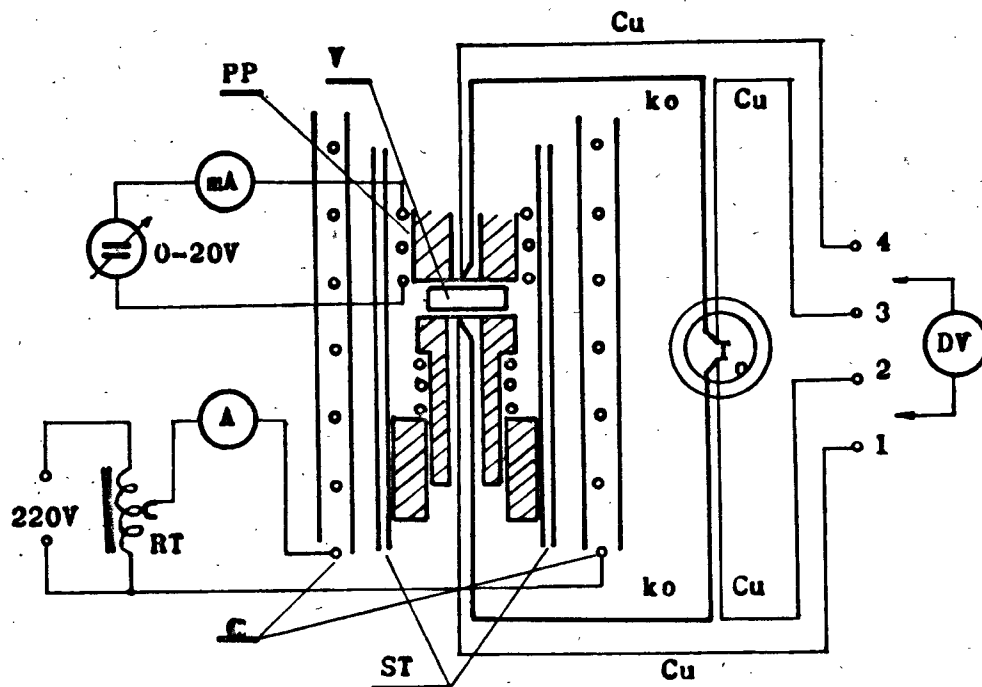
$$T = \frac{T_1 + T_2}{2} \quad (4.10.)$$

Vyloučíme-li z rovnic (4.8.) a (4.9.) rozdíl teplot $(T_2 - T_1)$, obdržíme koeficient termosíly polovodiče ve tvaru [2.1] :

$$\alpha = \frac{U_{14}}{U_{14} - U_{23}} (\alpha_c - \alpha_k) + \alpha_c \quad (4.11.)$$

$$\alpha = \frac{U_{23}}{U_{14} - U_{23}} (\alpha_c - \alpha_k) + \alpha_k \quad (4.12)$$

Měření teplotní závislosti koeficientu termosíly (Seebeckovy konstanty) polovodiče se provádí na aparatuře, která umožňuje měření v rozmezí teplot od 80 do 600 K. Schema aparatury je na obr. 4.2.



Obr.4.2. Aparatura pro měření teplotní závislosti Seebakovy konstanty polovodiče v rozmezí teplot od 300 do 550 K.

Vzorek je umístěn mezi dvěma měděnými bloky, ke kterým jsou připájeny termočlánky Cu-konstantan. Termočlánky měří teplotu obou konců vzorku a současně slouží jako kovové přívody pro měření termoelektrického napětí na polovodiči. Při měření postupujeme tak, že vložíme studené konce termočlánků do směsi vody a ledu, do aparatury vložíme vzorek polovodiče V a přesvědčíme se o jeho dobrém elektrickém i tepelném kontaktu s měděnými bloky. Nastavíme příkon do pomocné pece PP tak, aby ustálený rozdíl teplot na koncích vzorku byl asi 5 až 10 K. Po zapnutí elektrického příkonu do pece C měříme napětí $U_{12}(T_1)$, $U_{34}(T_2)$, U_{14} a U_{23} . Pomocí cejchovní křivky termočlánků určíme teploty T_1 a T_2 . Koeficient termosíly polovodiče určíme z rovnic (4.8.), (4.9.), případně z (4.11.), (4.12.) a teplotu vzorku z (4.10.). Číselné hodnoty koeficientů termosíly mědi a konstantanu jsou [4.3] :

$$C = + 7,6 \text{ V/K} \quad k = - 35,1 \text{ V/K}$$

Měření provádíme pokud možno v ustáleném stavu, který získáme regulací příkonu do pece C regulačním transformátorem RT. Při měření v oblasti nízkých teplot nahradíme pec C Dewarovou nádobou s kapalným dusíkem. Během měření je třeba aparaturu, která je umístěná ve skleněné trubici S, čerpat rotační vývěvou pro zajištění dobré tepelné izolace vakuem.

4.3. ÚKOL PRO MĚŘENÍ

1. Změřte teplotní závislost Seebeckovy konstanty germaniového vzorku v rozsahu teplot od 300 do 550 K.
2. Nakreslete graf závislosti Seebeckovy konstanty na teplotě a určete
 - typ vodivosti vzorku
 - oblast vlastní a příměsové vodivosti
 - závislost Fermiho energie na teplotě
 - šířku pásu zakázaných energií

LITERATURA

- [4.1] Smith R. A.: Semiconductors, ruský překlad, Moskva 1962
- [4.2] Kireev P. S.: Fizika poluprovodnikov, Moskva 1969
- [4.3] Brož J., Rakovec V., Valouch M.: Fyzikální a matematické tabulky, SNTL Praha 1980

5. DRIFTOVÁ POHYBLIVOST NOSITELŮ

P R O U D U

Pohyblivost nositelů proudu se rovná jejich střední rychlosti v jednotkovém elektrickém poli. Pohyblivost je určena mechanismem rozptylu nositelů a mnohdy se jí používá k charakterizování rozptylového mechanismu místo relaxační konstanty. Pohyblivost je důležitou konstantou polovodičů, která umožňuje posoudit jejich čistotu z hlediska obsahu příměsí nebo strukturních poruch.

ROZPTYL A POHYBLIVOST NOSITELŮ PROUDU

Podle základních představ se nositelé proudu (elektrony a díry) pohybují v pevných látkách chaoticky, podobně jako molekuly plynu. Při pohybu nositelů v pevných látkách dochází k jejich rozptylu na rozptylových centrech. Při rozptylu se mění směr i rychlost pohybu nositelů. Střední doba mezi dvěma po sobě nastávajícími rozptyly, relaxační doba τ_r , závisí na mechanismu rozptylu a je základní charakteristikou rozptylového procesu, [5.1, 5.2, 5.3].

Vytvoříme-li v pevné látce elektrické pole je výsledný pohyb nositelů složen z chaotického pohybu a pohybu uspořádaného způsobeného elektrickým polem, hovoříme o driftovém pohybu, nebo driftu. Zatímco rychlost chaotického pohybu je určena teplotou látky, závisí driftová rychlost nositelů \bar{v} na intenzitě elektrického pole $\bar{\mathcal{E}}$ a na relaxační době τ_r ,

$$\bar{v} = \frac{q \cdot \tau_r}{m^*} \cdot \bar{\mathcal{E}} = \mu \cdot \bar{\mathcal{E}}, \quad (5.1)$$

kde m^* je efektivní hmotnost nositelů. Konstanta úměrnosti mezi driftovou rychlostí a intenzitou elektrického pole μ se nazývá driftová pohyblivost nositelů a je to vlastně driftová rychlost v elektrickém poli o jednotkové intenzitě.

Ukazuje se, že rozptylovým centrem je jakákoliv porucha periodičnosti atomového potenciálu krystalu, ve kterém se nositelé pohybují. V krystalech je rozptyl způsoben kmity mřížky (rozptyl na fononech), příměsnými atomy (ionizovanými nebo neutrálními), strukturními poruchami (vakance, intersticiály, dislokace apod.). V polovodičích se uplatňuje při nízkých teplotách nejvíce rozptyl na příměsích, při vyšších teplotách rozptyl na kmitech mříže. Vzhledem k závislosti

rychlosti nositelů na teplotě a k teplotní závislosti vlastností rozptylových center se relaxační doba a tedy i pohyblivost s teplotou mění. Tak např. při rozptylu na akustických fononech pohyblivost s rostoucí teplotou klesá,

$$\mu_f(T) = \mu_{of} \cdot T^{-3/2},$$

Pro rozptyl na ionizovaných příměsích roste pohyblivost s rostoucí teplotou,

$$\mu_p(T) = \mu_{op} \cdot T^{3/2}.$$

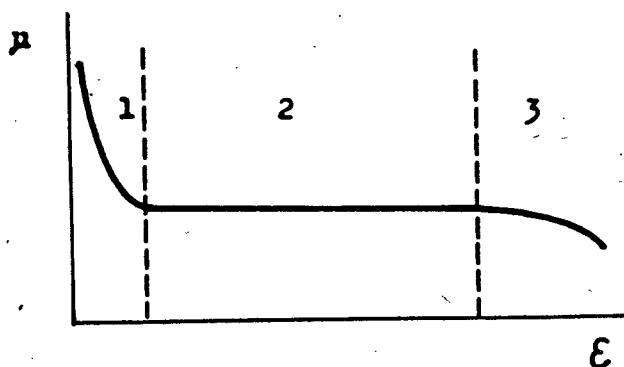
Ve skutečných případech se zpravidla uplatňuje několik druhů rozptylu současně. V tom případě se výsledná pohyblivost určí ze vztahu

$$\frac{1}{\mu} = \frac{1}{\mu_1} + \frac{1}{\mu_2} + \frac{1}{\mu_3} + \dots, \quad (5.2)$$

který vyjadřuje skutečnost, že výsledná pravděpodobnost rozptylu je součtem pravděpodobností jednotlivých druhů rozptylu.

Pohyblivost je důležitou charakteristikou transportních vlastností nositelů a lze ji měřit nepřímo, nejčastěji pomocí Hallova jevu (úloha č. 3) a elektrické vodivosti, nebo přímo, jak rozebereme v této úloze.

Hodnotu driftové pohyblivosti stanovíme ze závislosti pohyblivosti na intenzitě elektrického pole, která je znázorněna na obr. 5.1. Zá-



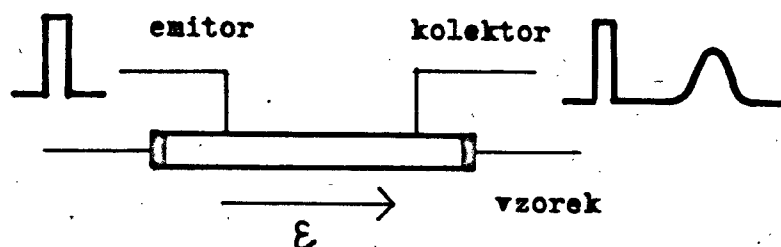
Obr. 5.1. Závislost driftové pohyblivosti na intenzitě elektrického pole.

vislost lze rozdělit do tří oblastí. Při slabých polích se projevuje pohyb nositelů v důsledku difúze a naměřená pohyblivost je zvětšená, oblast 1. Druhá oblast odpovídá elektrickým polím ve kterých je rozptyl nositelů pružný a pohyblivost je zde konstantní. V této oblasti hodnot elektrického pole proto driftovou pohyblivost měříme. Třetí oblast odpovídá silným

elektrickým polím, ve kterých přestává být rozptýl pružný a proto dochází ke snížení pohyblivosti.

PRINCIP METODY MĚŘENÍ

I když je princip metody jednoduchý není jednoduché chování nositelů proudu ve vzorku při měření a my o těchto otázkách pojednáme později v části "Driftový pohyb shluku minoritních nositelů v elektrickém poli". Měření pohyblivosti provádíme na vzorku polovodiče ve tvaru protáhlého úzkého hranolu se dvěma ohmickými a dvěma usměrňujícími kontakty, obr. 2. Ohmické kontakty umožňují vytvořit ve vzorku elektrické pole. Jeden usměrňující kontakt pracuje jako emitor, druhý jako kolektor nadbytečných nositelů. Emitorem injektujeme po krátkou dobu (řádově 0,1 μ s) určité množství minoritních nositelů do vzorku. Tito nadbyteční



Obr. 5.2. Polovodičový vzorek s kontakty pro měření driftové pohyblivosti.

nositelé se přemísťují (driftují) v elektrickém poli směrem ke kolektoru a po určité době projdou kolektorem. Změříme-li dobu t_0 potřebnou k přemístění shluku nositelů od emitoru ke kolektoru a vzdálenost emitoru od ko-

lektoru d můžeme jednoduše vypočítat rychlost driftu nositelů

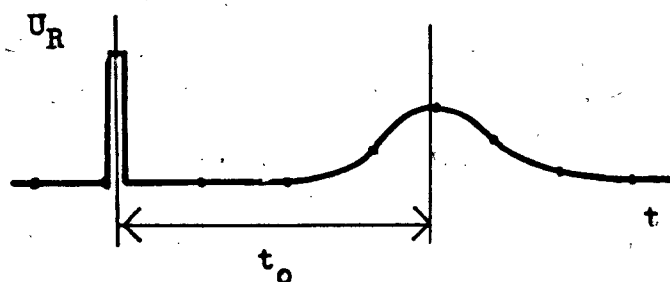
$$v = \frac{d}{t_0}, \quad (5.3)$$

a změříme-li intenzitu elektrického pole ve vzorku E , můžeme určit driftovou pohyblivost

$$\mu = \frac{v}{E} = \frac{d}{t_0 \cdot E}. \quad (5.4)$$

Dobu kdy došlo k injekci nositelů a dobu průchodu injektovaného shluku nositelů od emitoru ke kolektoru určíme z průběhu napětí na odporu v obvodu kolektoru pomocí osciloskopu. Kolektor je usměrňující kontakt polarizovaný v závěrném směru a pokud nejsou v jeho okolí nadbyteční nositelé tak je napětí na odporu v obvodu kolektoru podmíněno závěrným

proudem kolektoru, který je malý a proto i napětí na odporu je téměř nulové. Při injekci nositelů emitorem prochází vzorkem nejen proud z vnější baterie, ale i injekční proud, který způsobí vzrůst napětí mezi emitorem a zemí a tedy i na kolektoru a také na odporu v jeho obvodu. Tomu odpovídá první napěťový impulz pozorovaný na obrazovce osciloskopu, který je určen dobou a velikostí injekce, obr. 5.3. Pokud injektovaný shluk nositelů nedorazí ke kolektoru je napětí na odporu opět téměř nulové. Injektování minoritní nositelé, kteří se přesunou



Obr. 5.3. Průběh napětí na odporu v obvodu kolektoru při měření driftové pohyblivosti nositelů.

do oblasti kolektoru jsou přitlačeni elektrickým polem prostorového náboje u kolektoru a vytvoří proudový pulz v obvodu kolektoru. Tento proudový pulz způsobí napěťový pulz na odporu v obvodu kolektoru, který odpovídá době průchodu

a prostorovému rozdělení nadbytečných nositelů ve vzorku. V důsledku difúze se oblast, ve které jsou injektovaní nositelé, rozšlňuje, čemuž odpovídá časové rozšíření původního úzkého napěťového pulzu. Z časového průběhu napětí na odporu v obvodu kolektoru určíme dobu průchodu injektovaných nositelů t_0 , obr. 5.3.

OHMICKÉ A USMĚRŇUJÍCÍ KONTAKTY, DIELEKTRICKÁ RELAXAČNÍ DOBA

Uvedeme poznatky, které usnadní pochopit procesy uplatňující se při měření uvedenou metodou.

K polovodičům lze vytvořit dva typy kontaktů: ohmické a usměrňující. Ohmické kontakty jsou takové kontakty, jejichž odpor nezávisí na velikosti a směru procházejícího proudu. Průchod proudu takovými kontakty není provázen změnami koncentrace nositelů v oblasti polovodiče přilehlé ke kontaktu. Ohmické kontakty zhotovíme např. silným legováním polovodiče v místě kontaktu příměsí stejného typu jakou má kontaktovaný polovodič, tj. vytvořením obohacené oblasti v místě kontaktu.

Usměrňující kontakty vykazují malý kontaktní odpor v propustném a vysoký odpor v závěrném směru průchodu proudu. Při průchodu proudu v propustném směru se zvětšuje koncentrace minoritních i majoritních nositelů v okolí kontaktu, dochází k injekci nositelů. Injekce nosite-

lů lze využít k zavedení nadbytečné koncentrace minoritních nositelů do polovodiče. V okolí usměrňujícího kontaktu, který je polarizován v závěrném směru, se zvětšuje oblast prostorového náboje oproti případu bez přiloženého napětí, při čemž elektrické pole v této oblasti způsobuje přitahování minoritních nositelů ke kontaktu. Toho lze využít k detekci přítomnosti nadbytečných nositelů, neboť usměrňujícím kontaktem polarizovaným v závěrném směru teče proud úměrný koncentraci nadbytečných minoritních nositelů v bezprostředním okolí kontaktu v případě, že je zanedbatelně malý zbytkový proud.

Dielektrická relaxační doba [5.4] je určena elektrickou vodivostí σ_0 (= elementární náboj \times pohyblivost \times koncentrace nositelů) a permitivitou materiálu a vakua ϵ_0

$$\tau_{dr} = \frac{\epsilon \cdot \epsilon_0}{\sigma_0} \quad (5.5)$$

a má význam doby charakteristické pro rozptýlení shluku nábojů stejného znaménka (takové náboje se odpuzují). V polovodičích jsou dva druhy nositelů, majoritní a minoritní, jejichž koncentrace se mohou řádově lišit a proto se řádově liší i jejich dielektrické relaxační doby. Protože je koncentrace minoritních nositelů menší než koncentrace majoritních nositelů je dielektrická relaxační doba minoritních nositelů větší než tato doba majoritních nositelů. Z těchto důvodů je chování nadbytečné koncentrace nositelů v polovodičích určováno v podstatě chováním minoritních nositelů, neboť shluk majoritních nositelů se může rozptýlit po krystalu podstatně rychleji než shluk minoritních nositelů. Z těchto důvodů můžeme sledovat pouze chování injektovaných minoritních nositelů v elektrickém poli.

DRIFTOVÝ POHYB SHLUKU MINORITNÍCH NOSITELŮ V ELEKTRICKÉM POLI

Ukazuje se, že časové chování shluku minoritních nositelů (např. injektovaných do polovodiče) je určeno jejich difúzí, rekombinací a driftem. Pojďme o těchto otázkách postupně podrobněji.

Neuvažujeme-li nejdříve pro jednoduchost rekombinaci nositelů, pak při nulovém elektrickém poli v polovodiči má rovnice kontinuity, jejíž řešení popisuje chování nositelů, tvar (pro jednoduchost uvažujeme případ, kdy převládá pohyb v jednom směru, tj. jednorozměrný případ)

$$\frac{\partial \Delta p}{\partial t} = D_p \frac{\partial^2 \Delta p}{\partial x^2} \quad (5.6)$$

kde Δp je nadbytečná koncentrace děr, D_p je koeficient difúze děr (uvažujeme polovodič typu N). Jestliže se v čase $t = 0$ nachází shluk minoritních nositelů v malé oblasti kolem bodu $x = 0$, pak je chování těchto nositelů v čase a prostoru popsáno řešením rovnice kontinuity, které má tvar

$$\Delta p = B \cdot t^{-1/2} \cdot \exp - \frac{x^2}{4 \cdot D_p \cdot t} \quad , \quad B = \frac{N_p}{(4\pi \cdot D_p)^{1/2}} \quad (5.7)$$

kde konstantu B lze určit z hodnoty počtu děr ve shluku N_p a integrací od $x = -\infty$ po $x = +\infty$. Ze vztahu (5.7) je vidět, že se shluk bude s časem prostorově rozšiřovat v důsledku difúze.

Bylo ukázáno, že v případě existence rekombinace (charakterizované dobou života nositelů τ_p) má řešení rovnice kontinuity tvar (pro případ nulového elektrického pole)

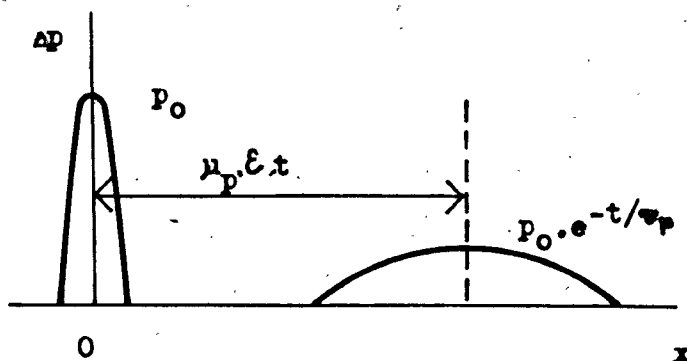
$$\Delta p = \frac{N_p}{(4\pi \cdot D_p \cdot t)^{1/2}} \cdot \exp \left[-\frac{t}{\tau_p} - \frac{x^2}{4 \cdot D_p \cdot t} \right] \quad (5.8)$$

Ze vztahu je vidět, že se v případě rekombinace shluk minoritních nositelů s časem prostorově rozšiřuje v důsledku difúze, avšak navíc se koncentrace nositelů ve shluku s časem snižuje e^{-t/τ_p} krát v důsledku rekombinace.

Nyní vezmeme do úvahy i vliv elektrického pole. Řešení rovnice kontinuity lze v tomto případě získat substitucí $x' = x - \mathcal{E} \cdot \mu_p \cdot t$, takže má nakonec tvar

$$\Delta p = \frac{N_p \cdot e^{-t/\tau_p}}{(4\pi \cdot D_p \cdot t)^{1/2}} \cdot \exp \left[-\frac{(x - \mathcal{E} \mu_p \cdot t)^2}{4 \cdot D_p \cdot t} \right] \quad (5.9)$$

Odtud je vidět, že se shluk minoritních nositelů přemísťuje s rychlostí $\mu_p \cdot \mathcal{E}$ (driftová rychlost), při tom se s časem rozšiřuje do většího prostoru v důsledku difúze a dále koncentrace nositelů klesá v důsledku rekombinace, obr. 5.4.



Obr. 5.4. Driftový pohyb shluku minoritních nositelů v elektrickém poli.

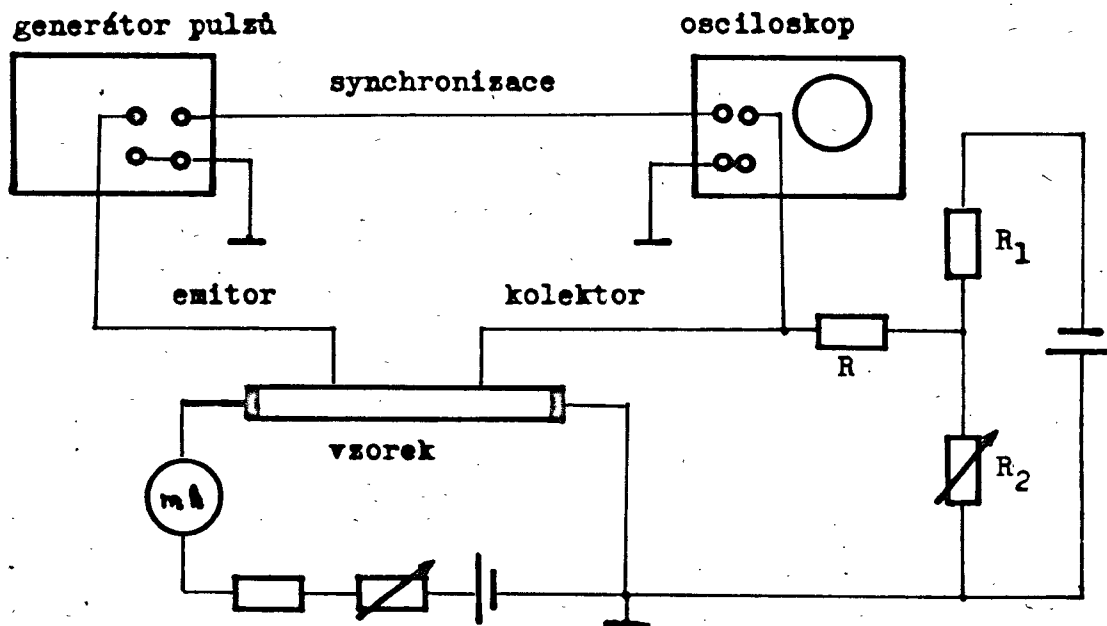
Poznamenejme, že uvedené řešení platí pro nevlastní polovodič, tj. pro případ, kdy je koncentrace minoritních nositelů menší než koncentrace majoritních nositelů. Pro případy blízké vlastní vodivosti, kdy jsou koncentrace minoritních a majoritních nositelů srovnatelné, jsou poměry složitější a jsou řešeny např. v [5.5], stručná

poznámka je uvedena v úloze č. 10.

EXPERIMENTÁLNÍ USPOŘÁDÁNÍ

Pojednáme postupně o realizaci a funkci jednotlivých obvodů, které jsou v experimentálním uspořádání zahrnuty, obr. 5.5.

Elektrické pole ve vzorku. Elektrické pole vhodné polaritě, ve kterém driftují injektovaní nadbyteční nositelé, vytvoříme pomocí ně-



Obr. 5.5. Schéma zapojení pro měření driftové pohyblivosti nositelů.

kolika baterií zapojených v sérii. Do obvodu vzorku je dále zařazen proměnný odpor, který umožňuje plynule měnit intenzitu elektrického pole ve vzorku. Zapojený miliampérmetr umožňuje kvalitativní sledování velikosti elektrického pole ve vzorku. Intenzitu elektrického pole určíme z naměřeného napětí na vzorku a délky vzorku, kterou stanovíme komparátorem, na jehož stolku je vzorek umístěn. Na tomto místě upozorníme na přihrívání vzorku procházejícím proudem. To způsobuje odchylky naměřených pohyblivostí od správných hodnot, které bychom naměřili při konstantní teplotě vzorku, bez přihrívání. Dokonalé stabilizování teploty by zkomplikovalo celé měření nad únosnou mez. Při vyhodnocení měření musíme vzít tuto skutečnost do úvahy a provést případnou korekci na změnu teploty. Tu můžeme odhadnout např. ze změn elektrického odporu vzorku s procházejícím proudem, [5.1] .

Injekce nositelů. Usměrnující kontakt zabezpečující injekci je tvořen ostřím kovového pásku, který je k polovodičovému vzorku přitlačen. Usměrnující vlastnosti kontaktu závisejí jak na tlaku kontaktu na vzorek, tak na chemickém stavu povrchu vzorku. Z těchto důvodů a také proto, abychom zabezpečili nízkou rekombinaci na povrchu vzorku, je potřeba vzorek před měřením zpravidla oleptat. Dále je potřeba nastavit ostří kontaktu do vhodného místa na vzorku, kde je usměrňování největší. Na kontakt přivádíme pulzní napětí z pulzního generátoru. Pomocí ovládání je nutno nastavit polaritu pulzu, jeho opakovací frekvenci, šířku a fázi vzhledem k synchronizačnímu pulzu. Synchronizační pulz, který poskytuje generátor spolu s měrným pulzem, slouží k synchronizaci časové základny osciloskopu.

Kolektor. Je vytvořen stejným způsobem jako emitor pomocí ostří kovového pásku. Obzvláště zde je nutno nastavit kontakt do vhodného místa vzorku tak, aby kontakt dobře usměrňoval. Do obvodu kolektoru je zapojen pracovní odpor R , na kterém měříme časový průběh napětí při a po injekci pulzu minoritních nositelů. Do obvodu je dále připojeno konstantní napětí, které polarizuje kolektor v závěrném směru. Napětí je vedeno z děliče napětí vytvořeného proměnným a pevným odporem. Napětí na kolektoru nastavíme na vhodnou velikost tak, aby byl měřený časový průběh co nejlépe pozorovatelný.

Vzdálenost emitoru a kolektoru měříme stejně jako délku vzorku pomocí komparátoru.

Snímání časového průběhu napětí na odporu R , obr. 5.3. Toto napětí snímáme pomocí osciloskopu, ke kterému připojíme synchronizační pulzy pulzního generátoru. Čas potřebný k průchodu injektovaného shluku minoritních nositelů od emitoru ke kolektoru odečítáme pomocí časových

značek, což je intenzitní modulace stopy elektronového svazku na stínítku obrazovky v definovaných časových úsecích, jak je to vyznačeno na obr. 5.3. Jas stopy se zvyšuje na okamžik vždy např. po 10 μ s. Toto odečítání časových úseků odstraňuje kalibraci časové základny.

ÚKOL

Úkolem je proměření závislosti pohyblivosti minoritních nositelů proudu na intenzitě elektrického pole ve vzorku polovodiče, vymezení oblasti, ve které je rozptyl nositelů pružný a stanovení hodnoty driftové pohyblivosti.

LITERATURA

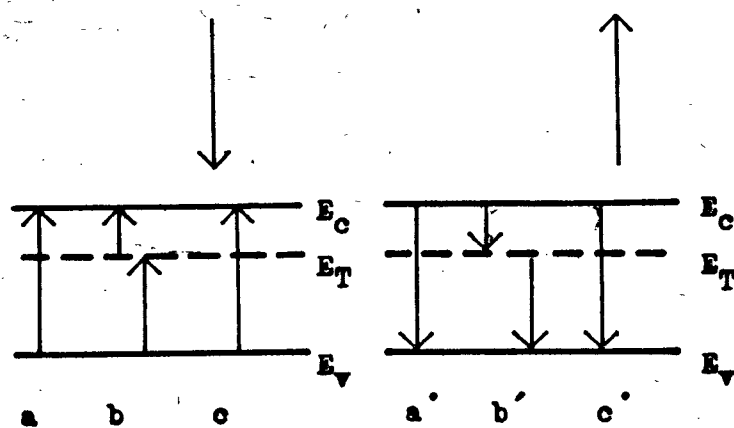
- [5.1] Z. Chobola, Měření driftové pohyblivosti v polovodičích, diplomová práce, katedra fyziky pevné fáze UJEP, Brno 1971.
- [5.2] R.A. Smith, Poluprovodniki, rus. překl., Izdat. innostrannoj literatury, Moskva 1962.
- [5.3] H. Frank, V. Šnejdar, Principy a vlastnosti polovodičových součástek, SNTL, Praha 1976.
- [5.4] O. Madelung, Electrical Conductivity II, Encyclopedia of Physics, vol. XX, Ed. S. Flüge, Springer-Verlag, Berlin 1957, str. 108.
- [5.5] S.M. Ryvkin, Fotoelektričeskije javlenija v poluprovodnikach, Gos. izdat. fiziko-matematičeskoj literatury, Moskva 1963, str. 362.

6. REKOMBINACE NADBYTEČNÝCH NOSITELŮ PROUDU V POLOVODIČÍCH, DOBA ŽIVOTA NOSITELŮ

Rekombinaci nadbytečných nositelů proudu v polovodičích charakterizujeme zpravidla parametrem "doba života", která má názorný význam jako střední doba existence nadbytečných nositelů (párů elektron-díra). Doba života se využívá ke kvalitativnímu posouzení čistoty polovodičových materiálů (vyšší čistotě odpovídá větší doba života), k posuzování průběhu technologických operací (např. vznik strukturních poruch vede zpravidla ke snížení doby života), a k posouzení relaxačních jevů souvisejících s existencí nadbytečných nositelů (např. injektovaných do báze tranzistoru apod.).

GENERACE A REKOMBINACE NOSITELŮ PROUDU

Zajímáme-li se o chování nadbytečných nositelů v polovodičích je vhodné uvážit nejdříve mechanismus procesů generace a rekombinace, [5.5 , 6.1]. V procesu generace, obr. 6.1, vznikají páry elektron-díra



Obr. 6.1. Typy generačních a rekombinačních přechodů.

Generace: a) přímý přechod, b) prostřednictvím hladiny v zakázaném pásu, c) Augerův proces.

Rekombinace: a') přímá, b') prostřednictvím hladiny v zakázaném pásu, c') Augerův proces.

ra přechodem elektronů z valenčního do vodivostního pásu a to buď přímo, nebo prostřednictvím hladin v zakázaném pásu, nebo v Augerově procesu, kdy elektron přejde z vyšší na nižší hladinu ve vodivostním pásu a předá jinému elektronu ve valenčním pásu energii potřebnou k přechodu z valenčního do vodivostního pásu. Rekombinační procesy, obr. 6.1, vedou k zániku páry elek-

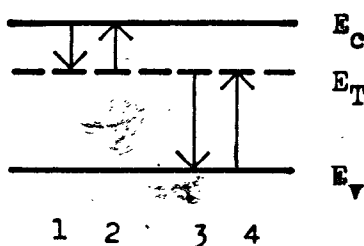
tron- díra přechodem elektronu z vodivostního do valenčního pásu buď přímo, nebo prostřednictvím hladin v zakázaném pásu, nebo v Augerově procesu, kdy přejde elektron z vodivostního do valenčního pásu a svou energii předá jinému elektronu ve vodivostním pásu. Při uvedených přechodech musí být splněny zákony zachování energie a hybnosti. I když jsou způsoby přeměny energie při generaci a rekombinaci otázky základního významu nebudeme se jimi zabývat a odkážeme na literaturu [5.5], neboť jsou to otázky složité.

Podle typů přechodů elektronů rozlišujeme následující druhy rekombinace:

1. Zářivá rekombinace. Při ní se energie přechodu uvolňuje ve formě fotonů. Uplatňuje se hlavně v polovodičích, ve kterých nastávají extrémní v pásovém schématu pro stejnou hodnotu kvaziimpilzu.
2. Augerova rekombinace probíhá prostřednictvím Augerových procesů, o kterých jsme již hovořili.
3. Rekombinace prostřednictvím rekombinačních center (rekombinačních hladin v zakázaném pásu energií) se uplatňuje u většiny polovodičů nejčastěji. Rekombinační hladiny odpovídají strukturním defektům, nebo příměsím. Protože jde o nejčastější druh rekombinace pojednáme o něm podrobněji.

REKOMBINACE NOSITELŮ PROSTŘEDNICTVÍM REKOMBINAČNÍCH CENTER

Uvažujme polovodič obsahující rekombinační centra jednoho druhu o koncentraci N_T , kterým odpovídá hladina v zakázaném pásu E_T , obr. 6.2. Rekombinace je zánik páru elektron- díra a je realizován přechodem elektronu z vodivostního do valenčního pásu. Je potřeba mít



Obr.6.2. Přechody nositelů při rekombinaci prostřednictvím rekombinačních center.

1. zachycení elektronu,
2. emise elektronu,
3. zachycení díry,
4. emise díry.

na zřeteli, že v polovodiči nastávají nejen přechody rekombinační, ale i přechody opačného typu v důsledku tepelné generace (bez vnější generace). Výsledná rekombinace je výsledkem přechodů obou typů.

Jako dostatečné se ukázalo přiblížení, podle kterého je počet

přechodů mezi dvěma hladinami úměrný počtu částic ve výchozím stavu a počtu neobsazených míst v konečném stavu. Konstanta úměrnosti vyjadřuje pravděpodobnost přechodu. Pro jednotlivé typy přechodů našeho případu rekombinace můžeme tedy vyjádřit intenzitu přechodů (počet přechodů za 1 s v jednotkovém objemu)

1. $K_n \cdot n \cdot p_T$ pro zachycení elektronu,
2. $K_n \cdot n_1 \cdot n_T$ emise elektronu,
3. $K_p \cdot p \cdot n_T$ zachycení díry (emise elektronu do valenčního pásu),
4. $K_p \cdot p_1 \cdot p_T$ emise díry,

kde K_n, K_p jsou pravděpodobnosti přechodu elektronů, resp. děr, n, p jsou nerovnovážné koncentrace elektronů a děr v páscech ($n = n_0 + \Delta n$, $p = p_0 + \Delta p$, n_0, p_0 jsou rovnovážné koncentrace nositelů, $\Delta n, \Delta p$ jsou koncentrace nadbytečných nositelů), n_T, p_T jsou koncentrace elektronů, resp. děr v rekombinačních centrech (hladinách), n_1, p_1 jsou koncentrace elektronů a děr v páscech v případě, že Fermiova hladina splývá s hladinou rekombinačních center. Zavedení n_1, p_1 je zdůvodněno např. v [5.5, 6.1].

Pravděpodobnosti přechodu lze vyjádřit pomocí tepelné rychlosti elektronů, resp. děr, a účinného záchytného průřezu A_n, A_p

$$K_n = c_n \cdot A_n, \quad K_p = c_p \cdot A_p \quad (6.2)$$

Rekombinační proces lze chápat jako zachycení elektronu centrem a pak zachycení díry centrem. Z tohoto hlediska lze vyjádřit celkovou intenzitu zachycení elektronů centrem (zachycení minus emise)

$$U_n = K_n \cdot (n \cdot p_T - n_1 \cdot n_T),$$

a intenzitu zachycení děr

$$U_p = K_p \cdot (p \cdot n_T - p_1 \cdot p_T).$$

Omezíme-li se na stacionární případ, pak zřejmě musí být intenzita zachycení elektronů a děr stejná (obsazení rekombinační hladiny se nemění), tedy $U_n = U_p = U$.

Po vyjádření nakonec dostaneme

$$U = n_T \cdot K_n \cdot K_p \cdot \frac{p \cdot n - p_0 \cdot n_0}{K_p \cdot (p + p_1) + K_n \cdot (n + n_1)} \quad (6.3)$$

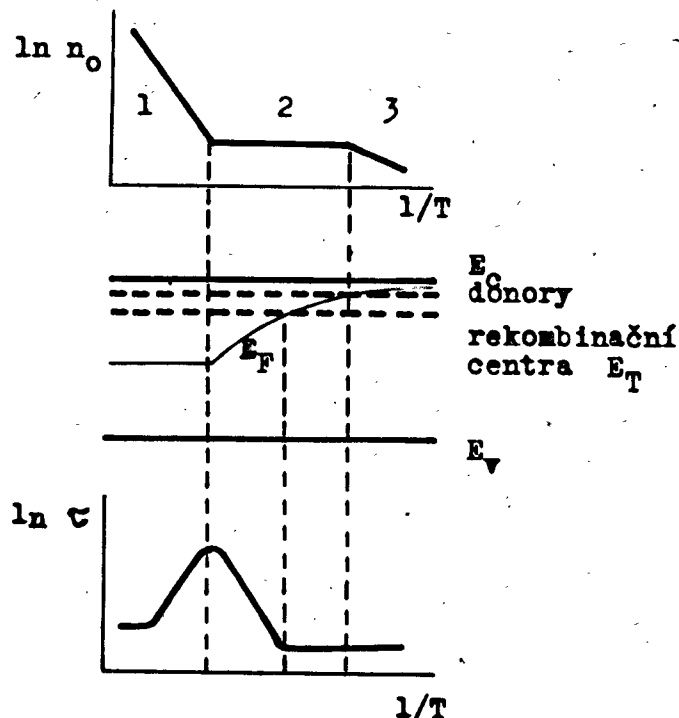
Abychom snadno ilustrovali proces rekombinace omezíme se na jednoduchý případ malých koncentrací nadbytečných nositelů (případ slabé injekce), tj. $\Delta n = \Delta p \ll n_0 + p_0$. Rovnost $\Delta n = \Delta p$ plyne z podmínky tzv. nábojové neutrality (podrobnější zdůvodnění je uvedeno v úloze č. 10) a odpovídá případu, kdy se nevyskytují oblasti prostorového náboje a nedochází k zachycení v pastech [5.5]. V tomto případě lze vyjádřit intenzitu rekombinace ve tvaru

$$U = \frac{\Delta p}{\tau}, \quad (6.4)$$

kde

$$\tau = \frac{\Delta p}{U} = \frac{1}{K_n \cdot N_T} \cdot \frac{p_0 + p_1}{n_0 + p_0} + \frac{1}{K_p \cdot N_T} \cdot \frac{n_0 + n_1}{n_0 + p_0} \quad (6.5)$$

je konstantou charakterizující rekombinaci a je nazývána dobou života nositelů. Jak uvidíme dále má τ význam střední doby existence páru nadbytečných nositelů. Jak je vidět z vyjádření (6.5) závisí doba života na poloze Fermiovy hladiny (koncentrace n_0, p_0) a tedy např. na teplotě polovodiče. Ilustraci této závislosti uvádíme na obr. 6.3.



Obr. 6.3. Závislost doby života nositelů na poloze Fermiovy hladiny (teplotě).

Poznamenejme, že obecně nemusí být doba života nezávislá na $\Delta n, \Delta p$. Je vhodné si uvědomit, že i když se v učebnicích uvažuje pro jednoduchost zpravidla doba života nezávislá na koncentraci nadbytečných nositelů $\Delta n, \Delta p$, je tomu tak ve skutečnosti jen v jednoduchém, speciálním, případě.

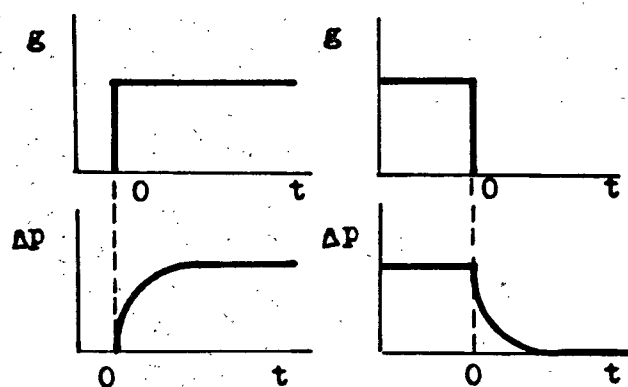
Pokud je v polovodiči více rekombinačních hladin, nebo se uplatňuje více rekombinačních mechanismů je výsledná doba života určena dobami života charakterizujícími jednotlivé případy rekombinace takto

$$\frac{1}{\tau} = \frac{1}{\tau_1} + \frac{1}{\tau_2} + \frac{1}{\tau_3} + \dots, \quad (6.6)$$

což znamená, že se sčítají jednotlivé pravděpodobnosti rekombinací.

RELAXACE KONCENTRACE NADBYTEČNÝCH NOSITELŮ

Skupina metod pro měření doby života využívá relaxace koncentrace nadbytečných nositelů. Vyjádříme proto změny koncentrace nadbytečných nositelů po skokovém vzniku a zániku generace nositelů, obr. 6.4. Pro



jednoduchost uvažujme generaci rovnoměrnou v celém vzorku, např. zářením o malém koeficientu absorpce k , $g = \beta \cdot k \cdot g_0$, kde β je kvantový výtěžek, g_0 je hustota proudu fotonů. Chování nositelů vystihuje řešení rovnice kontinuity, která má tvar

Obr. 6.4. Relaxace koncentrace nadbytečných nositelů.

$$\frac{d \Delta n}{d t} = \beta \cdot k \cdot g_0 - \frac{\Delta n}{\tau}, \quad (6.7)$$

kde τ je doba života. Je-li pro $t = 0$ $\Delta n = 0$, pak má řešení rovnice kontinuity tvar

$$\Delta n = \tau \cdot \beta \cdot k \cdot g_0 \cdot (1 - e^{-t/\tau}). \quad (6.8)$$

Koncentrace nadbytečných nositelů exponenciálně narůstá s časem (nárůst je určen dobou života τ) a za dostatečně dlouhou dobu ($t \rightarrow \infty$) nabude stacionární hodnoty

$$\Delta n_{st} = \tau \cdot \beta \cdot k \cdot g_0. \quad (6.9)$$

Po skončení generace má rovnice kontinuity tvar

$$\frac{d \Delta n}{d t} = - \frac{\Delta n}{\tau}, \quad (6.10)$$

neboť bez generace je $g_0 = 0$. Ustane-li generace skokem pro $t = 0$, kdy je $\Delta n = \Delta n_{st}$, má řešení rovnice kontinuity tvar

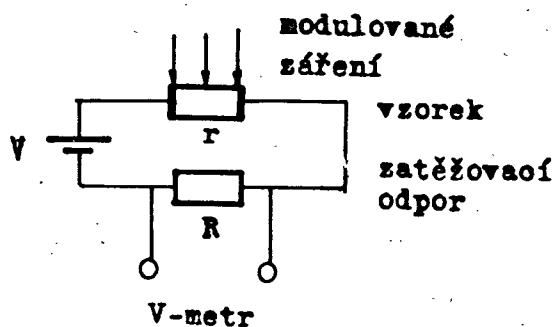
$$\Delta n = \Delta n_{st} \cdot e^{-t/\tau}. \quad (6.11)$$

Koncentrace nadbytečných nositelů klesá exponenciálně s časem, pokles je opět určen dobou života τ .

Závěrem shrneme, že koncentrace nadbytečných nositelů nesleduje bezprostředně (bez setrvačnosti) změny generace nositelů, ale vykazuje relaxace jejichž trvání je určeno dobou života nositelů.

MĚŘENÍ FOTOVODIVOSTI

Při měření fotovodivosti vycházíme ze skutečnosti, že se při ozáření vzorku mění jeho vodivost a tedy i jeho odpor. Zapojíme-li vzorek do obvodu s odporem a stejnosměrným zdrojem elektrické energie, pak změna odporu vzorku způsobuje změnu napětí jak na vzorku tak na odporu R , obr. 6.5. Tyto změny napětí měříme a z jejich velikosti usuzujeme na velikost fotovodivosti.



Vztah mezi fotovodivostí a měřeným napětím nalezneme vyjádříme-li proud obvodem v případě, že vzorek je a není ozářen, tedy

$$I_z = \frac{V}{R + r_0 - \Delta r},$$

$$I_t = \frac{V}{R + r_0}.$$

Obr. 6.5. Principiální schéma obvodu pro měření fotovodivosti.

Na odporu R naměříme změnu napětí

$$v = (I_z - I_t) \cdot R = V \cdot R \cdot \frac{r}{(R + r_0 - \Delta r) \cdot (R + r_0)},$$

ze které určíme změnu odporu vzorku způsobenou ozářením vzorku

$$\Delta r = \frac{v \cdot (R + r_0)^2}{V \cdot R + v \cdot (R + r_0)} \quad (6.12)$$

nebo změnu vodivosti vzorku s ozářením, čili fotovodivost

$$\Delta \sigma = \sigma - \sigma_0 = \frac{1}{r_0 - \Delta r} - \frac{1}{r_0} = \frac{\Delta r}{r_0 \cdot (r_0 - \Delta r)} \quad (6.13)$$

Jednoduché vyjádření fotovodivosti dostaneme v následujících případech:
Konstantní elektrické pole, tj. $R \ll r_0 - \Delta r$,

$$\Delta \sigma = \frac{v}{V \cdot R} \quad (6.14)$$

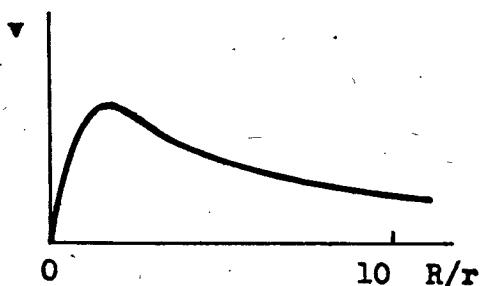
Konstantní proud vzorkem, tj. $R \gg r_0$,

$$\Delta \sigma = \frac{v \cdot R}{r \cdot (V \cdot r - v \cdot R)} \quad (6.15)$$

Je-li relativní fotovodivost malá, tj. $\Delta \sigma \ll \sigma$, což je častý případ, pak dostáváme v obecném případě

$$\Delta \sigma = (1 + R/r_0)^2 \cdot \frac{v}{R \cdot V} = \text{konst. } v \quad (6.16)$$

fotovodivost je úměrná změnám napětí na odporu R.



Obr. 6.6. Závislost napětí při měření fotovodivosti na hodnotě zatěžovacího odporu.

Je vhodné mít na zřeteli skutečnost, že napětí odpovídající fotovodivosti závisí na poměru zatěžovacího odporu a odporu vzorku R/r , obr. 6.6, a pro hodnotu poměru $R/r = 1$ dosahuje maxima. V tomto případě dosahujeme největší citlivosti při měření fotovodivosti.

V dalším výkladu pojednáme o dvou metodách měření doby života v polovodičích založených na relaxaci fotovodivosti, která je vlastně podmíněna relaxací koncentrace nadbytečných nositelů.

METODA FÁZOVÉ KOMPENZACE

Princip metody vysvětlíme v případě sinusové modulace záření budícího fotovodivost v polovodiči. Ozařujeme-li vzorek zářením jehož intenzita je sinusově modulována

$$g = g_m \cdot (1 - \cos \omega t) , \quad (6.17)$$

kde g_m je největší hodnota intenzity záření, pak má rovnice kontinuity tvar

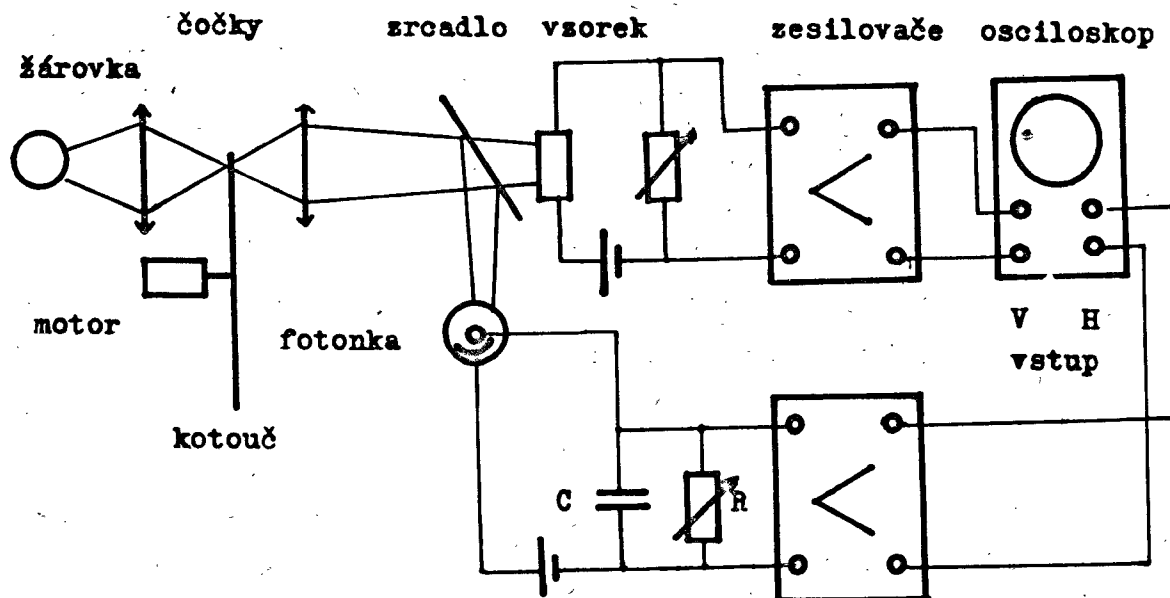
$$\frac{d \Delta n}{d t} = \beta \cdot k \cdot g_m \cdot (1 - \cos \omega t) - \frac{\Delta n}{\tau} \quad (6.18)$$

a její řešení lze pro ustálený stav (za dostatečně dlouhou dobu po zapnutí záření) uvést do tvaru [5.5]

$$\Delta n = \frac{\beta \cdot k \cdot g_m \cdot \tau}{\sqrt{1 + (\tau \cdot \omega)^2}} \cdot \cos [\omega \cdot t - \arctg (\tau \cdot \omega)] . \quad (6.19)$$

Z vyjádření je zřejmé, že střídavá složka koncentrace nadbytečných nositelů a tedy i fotovodivost má sinusový průběh, avšak s frekvencí se mění jak amplituda tak fáze průběhu oproti fázi generujícího záření, při čemž změna fáze činí $\varphi = \arctg (\omega \cdot \tau)$.

Závislosti fázového posunu fotovodivosti oproti budícímu záření na době života využíváme ke stanovení doby života v uspořádání znázorněném na obr. 6.7. Sinusově modulovaným zářením o určité frekvenci budíme jednak fotovodivost v polovodičovém vzorku, jednak ozařujeme vakuovou fotonku zapojenou do obvodu s paralelní kombinací odporu R a kondenzátoru C . Záření budí ve vzorku fotovodivost, jejíž časový průběh má fázový posun φ oproti budícímu záření. Fotoproud vakuové fotonky sleduje bez setrvačnosti průběh záření, avšak na členu RC dochází k fázovému posunutí napětí vůči proudu φ_{RC} , při čemž $\varphi_{RC} = \arctg \omega \cdot R \cdot C$. Dosáhneme-li změnou hodnoty RC toho, že napětí na vzorku i členu RC mají stejný časový průběh a tedy i stejný fázový posun, pak je časová konstanta obou průběhů stejná a tedy platí $\tau = R \cdot C$. Shodnost fázových posunů φ a φ_{RC} zjistíme pomocí osciloskopu,



Obr. 6.7. Schéma zapojení pro měření doby života metodou fázové kompenzace.

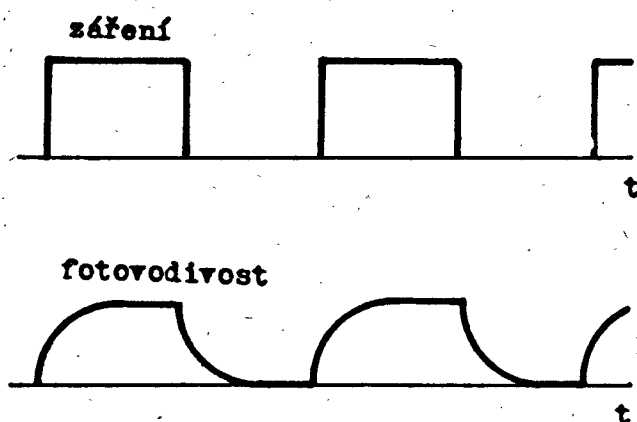
kde na jedno vychylování přivádíme střídavé napětí na vzorku, na druhé vychylování přivádíme napětí na členu RC. Tato dvě k sobě kolmá napětí se skládají a proto na obrazovce osciloskopu pozorujeme Lissajousovy obrazce obecně ve tvaru elipsy, v případě $\varphi = \varphi_{RC}$ ve tvaru úsečky.

Metodu fázového posunu lze realizovat i s nesinusovým průběhem generujícího záření. Dá se ukázat, že Lissajousovy obrazce mají v případě obdélníkového nebo trapezoidálního průběhu záření tvar uzavřených smyček, při čemž v případě $\tau = R \cdot C$ přejde smyčka v úsečku.

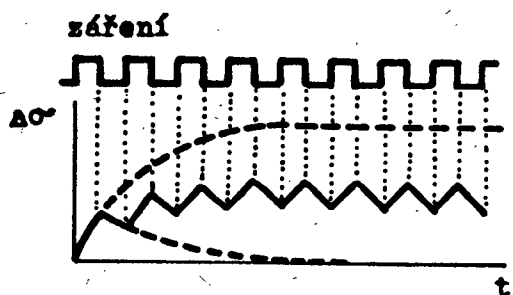
Při měření postupujeme tak, že měníme hodnotu odporu členu RC tak, až na obrazovce osciloskopu přejde stopa ve tvaru smyčky v úsečku. Pro tento případ platí $\tau = R \cdot C$.

METODA FREKVENČNÍHO POKLESU FOTOVODIVOSTI

Relaxace koncentrace nadbytečných nositelů podmiňuje závislost fotovodivosti na frekvenci. Ozařujeme-li polovodičový vzorek přerušovaným zářením ve tvaru pravoúhlých symetrických pulzů, bude koncentrace nadbytečných nositelů a tedy i fotovodivost probíhat tak, jak je znázorněno v obr. 6.8, 6.9. Pro nízké frekvence přerušování záření,



Obr. 6.8. Relaxace fotovodivosti při pulzní generaci nadbytečných nositelů, nízká frekvence opakování pulzů.



Obr. 6.9. Relaxace fotovodivosti při pulzní generaci nadbytečných nositelů, vysoká frekvence opakování pulzů.

frekvenci přerušování záření odečteme frekvenci pro hodnotu fotovodivosti rovnou $0.76 \Delta\sigma_{st}$. Pro tuto hodnotu frekvence je $f = 1/4\tau$ a tedy

$$\tau = \frac{1}{4 \cdot f}$$

tj. pro $1/f = t_0 \gg \tau$ dosáhne fotovodivost prakticky svou stacionární hodnotu a poklesne na nulu v každém cyklu. V případě vyšších frekvencí přerušování, kdy $1/f = t_0 < \tau$, ustane generace nadbytečných nositelů dříve než fotovodivost dosáhne stacionární hodnotu a pokles fotovodivosti neproběhne až do nuly. Z těchto důvodů se ustálí stav s menšími změnami fotovodivosti než v předchozím případě, obr. 6.9. Je zřejmé, že čím bude vyšší frekvence přerušování tím menší změny fotovodivosti budeme pozorovat. Výpočtem lze nalézt, že frekvenční závislost fotovodivosti má vyjádření

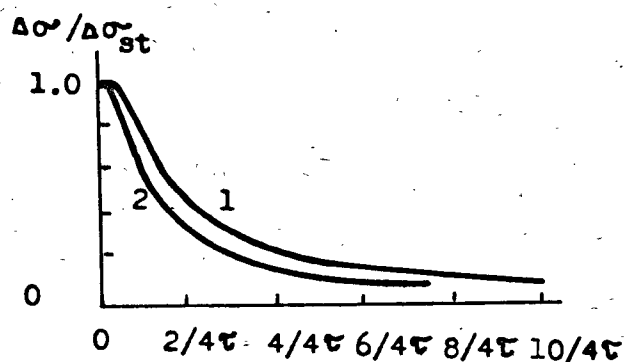
$$\Delta\sigma = \Delta\sigma_{st} \cdot \text{th} \frac{t_0}{4\tau} =$$

$$= \Delta\sigma_{st} \cdot \text{th} \frac{1}{4 \cdot \tau \cdot f} \quad (6.20)$$

a závislost je znázorněna na obr. 6.10, křivka 1.

Dobu života stanovíme tak, že ze závislosti střídavé složky fotovodivosti na

$$(6.21)$$

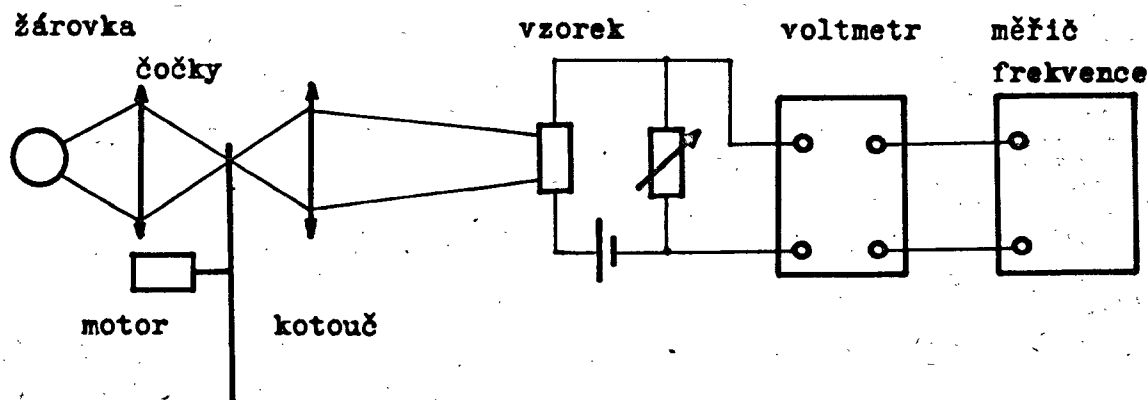


Obr. 6.10. Frekvenční závislost relativní fotovodivosti,

- 1 generace obdélníkovými pulzy
- 2 generace sinusová

Kdybychom volili sinusovou modulaci generujícího záření probíhala by závislost střídavé složky fotovodivosti na frekvenci tak, jak je to znázorněno na obr. 6.10, křivka 2. Hodnota fotovodivosti $0.71 \Delta\sigma_{st}$ odpovídá frekvenci $f = 1/2\pi\tau$ a tedy doba života $\tau = 1/2\pi f$.

Schéma zapojení pro měření doby života touto metodou je na obr. 6.11.



Obr. 6.11. Schéma zapojení pro měření doby života metodou frekvenčního poklesu fotovodivosti.

Záření dopadající na vzorek přerušujeme kotoučem s výřezy, při čemž jsou otáčky motoru měnitelné a tak lze měnit i frekvenci přerušování záření. Napětí na zatěžovacím odporu měříme střídavým voltmetrem, který má výstupní svorky spojeny s měřičem frekvence. To umožňuje odečíst současně hodnotu fotovodivostního napětí a příslušné frekvence přerušování záření.

ÚKOL

Změřte dobu života nositelů daného polovodičového vzorku metodou fázové kompenzace pro několik různých hodnot odporu a kapacity členu

RC.

Stanovte dobu života nositelů stejného vzorku na základě naměřené frekvenční závislosti fotovodivosti.

LITERATURA

- [6.1] J.S. Blackmore, Statistika elektronov v poluprovodnikach, rus. překl., Mir, Moskva 1964, str. 185.

7. FOTOELEKTRICKÁ METODA MĚŘENÍ

DIFÚZNÍ DÉLKY

Generujeme-li nadbytečné nositele v určitém místě polovodiče, pak nositelé z místa generace difundují. Nadbyteční nositelé však ve všech místech rekombinují (podrobněji viz úlohu č. 6.). Proto v materiálu o nízké rekombinaci dodifundují nadbyteční nositelé dále od místa generace než v materiálu o vysoké rekombinaci. Prostorové rozložení koncentrace nadbytečných nositelů souvisí s jejich rekombinací. Na této skutečnosti je založena fotoelektrická metoda měření difúzní délky, případně doby života. V dalším výkladu rozebereme nejdříve otázku rozložení koncentrace nadbytečných nositelů podrobněji.

ROZLOŽENÍ KONCENTRACE NADBYTEČNÝCH NOSITELŮ V POLOVODIČÍCH

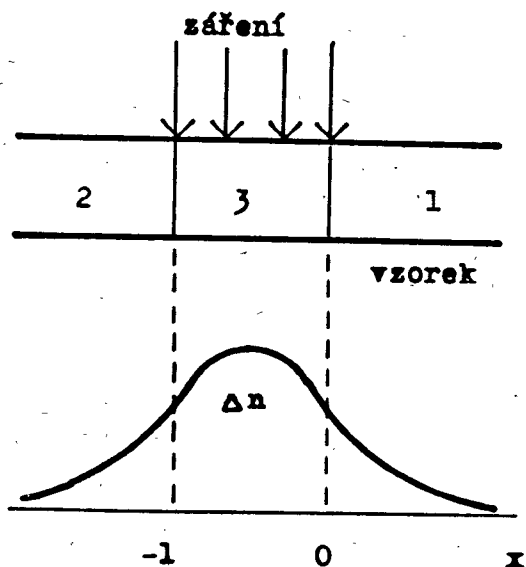
Abychom vystihli podstatu problému uvažujme dlouhou desku polovodiče ozářenou v místech od $x = 0$ do $x = -l$ zářením o malém absorpčním koeficientu, které generuje nositele zhruba rovnoměrně napříč vzorkem, obr. 7.1. Deska je homogenní a rekombinační vlastnosti jsou ve všech místech stejné, charakterizované dobou života nositelů τ . Pro výpočet nadbytečné koncentrace je vhodné rozdělit desku na tři oblasti podle obr. 7.1. Chování nositelů v desce poplňuje řešení rovnice kontinuity (podrobnější zdůvodnění je uvedeno v úloze č. 9.), která má tvar

$$\frac{\partial \Delta n}{\partial t} = k \cdot \beta \cdot g_0 - \frac{\Delta n}{\tau} - \frac{1}{q} \frac{\partial I_n}{\partial x}, \quad (7.1)$$

kde k je koeficient absorpce záření, β je kvantový výtěžek (počet nositelů generovaných jedním kvantem záření), g_0 je proudová hustota dopadajících fotonů a hustota elektronového proudu je dána vztahem

$$I_n = q \cdot D \cdot \frac{\partial \Delta n}{\partial x} + q \cdot \mu \cdot \mathcal{E}_x, \quad (7.2)$$

kde D je koeficient ambipolární difúze (viz úlohu č. 10.), μ je ambipolární pohyblivost (viz úlohu č. 10.), \mathcal{E}_x je intenzita elektrického pole ve vzorku. První člen pravé strany rovnice kontinuity vyjadřuje generaci nositelů, druhý člen jejich rekombinaci, třetí vyjadřuje přítok nositelů (difúzí a driftem) a je to vlastně divergencí proudové hustoty.



Obr. 7.1. Průřez ozářeným polovodičovým vzorkem a odpovídající rozložení koncentrace nadbytečných nositelů.

Rovnici lze upravit pro stacionární případ (tj. $\partial \Delta n / \partial t = 0$) do tvaru

$$D \cdot \frac{d^2 \Delta n}{dx^2} + \mu \cdot \mathcal{E} \cdot \frac{d \Delta n}{dx} -$$

$$-\frac{\Delta n}{\tau} = -k \cdot \beta \cdot g_0$$

a zavedeme-li označení $L = \sqrt{D \cdot \tau}$, $L_{\mathcal{E}} = \tau \cdot \mu \cdot \mathcal{E}$, můžeme nakonec napsat

$$\frac{d^2 \Delta n}{dx^2} + \frac{L_{\mathcal{E}}}{L} \frac{d \Delta n}{dx} - \frac{\Delta n}{L^2} = \frac{\tau \cdot \beta \cdot k \cdot g_0}{L^2} \quad (7.3)$$

V oblastech 1 a 2 je $g_0 = 0$. Okrajové podmínky mají tvar: $\Delta n \rightarrow 0$ pro $x \rightarrow \pm \infty$ a na hranicích oblasti 3, tj. pro $x = 0$ a $x = -1$, se musí koncentrace a proudy měnit spojitě. Řešení rovnice (7.3) mají v jednotlivých oblastech tvar:

1. oblast, $+\infty \geq x \geq 0$,

$$\Delta n = \tau \cdot \beta \cdot k \cdot g_0 \cdot \frac{L_1}{L_1 + L_2} (1 - e^{-1/L_1}) \cdot e^{-x/L_1} = \text{konst.} \cdot e^{-x/L_1} \quad (7.4)$$

2. oblast, $-\infty \leq x \leq -1$,

$$\Delta n = \tau \cdot \beta \cdot k \cdot g_0 \cdot \frac{L_2}{L_1 + L_2} \cdot (e^{1/L_2} - 1) \cdot e^{x/L_2} = \text{konst.} \cdot e^{x/L_2} \quad (7.5)$$

3. oblast, $-1 \leq x \leq 0$,

$$\Delta n = \tau \cdot \beta \cdot k \cdot g_0 \cdot \frac{1}{L_1 + L_2} [L_1 \cdot (1 - e^{(-1+x)/L_1}) + L_2 \cdot (1 - e^{x/L_2})] \quad (7.6)$$

Při tom je

$$L_1 = \frac{2 L^2}{\sqrt{L_\varepsilon^2 + 4 L^2} - L_\varepsilon}, \quad L_2 = \frac{2 L^2}{\sqrt{L_\varepsilon^2 - 4 L^2} + L_\varepsilon}.$$

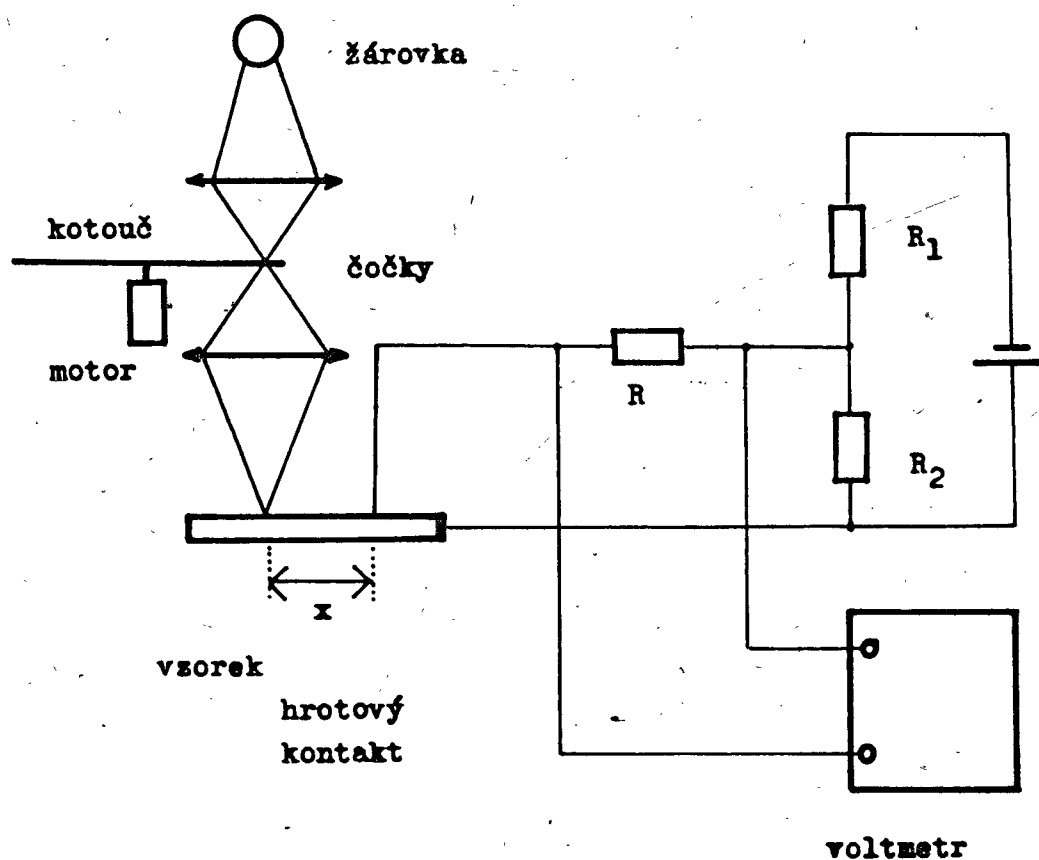
Z uvedených řešení vyplývá, že v neosvětlených oblastech (1 a 2) klesá koncentrace nadbytečných nositelů Δn exponenciálně se vzdáleností od osvětlené oblasti. V případě, že je $\varepsilon_x = 0$ vychází

$$L_1 = L_2 = L = \sqrt{D \cdot \tau}, \quad (7.7)$$

tj. pokles koncentrace nadbytečných nositelů je charakterizován difúzní délkou L . V případě, že je $\varepsilon_x \neq 0$ není rozložení nositelů symetrické.

FOTOELEKTRICKÁ METODA MĚŘENÍ DIFÚZNÍ DÉLKY

Metoda je založena na výše uvedené skutečnosti, že v neosvětlených oblastech je pokles koncentrace nadbytečných nositelů exponenci-



Obr. 7.2. Schéma zapojení pro měření difúzní délky fotoelektrickou metodou.

ální, při čemž charakteristickou konstantou poklesu je difúzní délka. V experimentu jde o to, jakým způsobem rozložení koncentrace nadbytečných nositelů stanovit. K tomu využíváme jevu popsaného v úloze č. 5, že totiž proud tekoucí usměrňujícím kontaktem polarizovaným v závěrném směru je úměrný koncentraci nadbytečných nositelů v bezprostředním okolí kontaktu.

Princip metody je realizován tak, jak je znázorněno na obr. 7.2. Zářením o malém absorpčním koeficientu generujeme v oblasti ve tvaru pásku napříč vzorkem nadbytečné nositele, kteří difundují do neosvětlených míst. Ke vzorku přiložíme hrotový kontakt (vytvořený hrotem z vhodného materiálu tak, aby byl kontakt usměrňující) do různých vzdáleností od osvětlené oblasti a měříme odpovídající fotoproud kontaktem. Ten kopíruje průběh koncentrace nadbytečných nositelů a proto naměřená závislost fotoproudu na souřadnici má vyjádření

$$I = I_0 \cdot e^{-x/L} \quad (7.8)$$

Odtud stanovíme difúzní délku L , případně i dobu života nositelů τ na základě znalosti koeficientu ambipolární difúze D .

EXPERIMENT

Schéma uspořádání při měření je na obr. 7.2. Vzorek ozařujeme svazkem záření ve tvaru úzkého proužku. Ten vytváříme pomocí optické soustavy se štěrbinou: vlákno žárovky zobrazíme na štěrbinu a štěrbinu zobrazíme na vzorek. Záření přerušujeme otáčejícím se kotoučem s výřezy. Vzorek je umístěn na stolku komparátoru, který zabezpečuje posun vzorku ve směru kolmém k proužku záření. Z experimentálního hlediska je výhodnější neměnit vzdálenost usměrňujícího hrotového kontaktu vůči ozářené oblasti, ale naopak zhotovit kontakt v určitém místě a měnit polohu ozářené oblasti. Tím jsou zaručeny stále usměrňovací vlastnosti kontaktu. V obvodu kontaktu je pracovní odpor kterým prochází fotoproud a způsobuje na něm napětí, které měříme střídavým voltmetrem. Kontakt je polarizován v závěrném směru nastavitelným napětím z děliče.

Při experimentu postupujeme tak, že nejdříve vytvoříme kontakt ke vzorku. Vzorek s kontaktem pak posunujeme vůči svazku záření a měříme závislost fotoproudu na vzdálenosti mezi ozářenou oblastí a kontaktem. Závislost $\ln I$ na souřadnici x je přímková

$$\ln I = \text{konst.} - \frac{x}{L} \quad (7.9)$$

a ze směrnice této přímky určíme difúzní délku L a výpočtem i dobu života nositelů τ .

ÚKOL

Naměřte závislost fotoproudu tekoucího kontaktem na vzdálenosti od osvětlené oblasti a z této závislosti stanovte difúzní délku a dobu života nositelů.

8. URČENÍ ŠÍŘKY ZAKÁZANÉHO PÁSU POLOVODIČŮ Z FOTOELEKTRICKÉHO JEVU

Šířka zakázaného pásu energií mezi valenčním a vodivostním pásem patří k základním charakteristikám polovodičů. K měření této veličiny se využívá elektrických a optických metod. Z elektrických metod uvádíme teplotní závislost elektrické vodivosti a Hallova jevu (viz úloha č. 2). Z optických metod jsou to spektrální závislost absorpčního koeficientu, vnitřní fotoelektrický jev, luminiscence a elektroreflexe, [8.1, 8.2, 5.2]. Každá metoda má své výhody a nevýhody. K výhodám fotoelektrických metod patří hlavně jednoduchost experimentálního uspořádání a snadnost měření.

FOTOELEKTRICKÉ JEVY V POLOVODIČÍCH

Fotoelektrické jevy v polovodičích jsou podmíněny existencí nadbytečných nositelů. Nadbytečné nositele lze generovat zářením (viditelné, ultrafialové, rentgenovo), urychlenými elektrony, případně jinými částicemi, nebo injekcí z usměrňujícího kontaktu. Podle vlastností polovodičového materiálu a podmínek ve kterých se materiál nachází pozorujeme 1. fotovodivost, 2. Demberův (fotodifúzní) jev, 3. fotomagnetoelektrický jev a 4. barierový fotoefekt.

Fotovodivost je změna vodivosti homogenního polovodiče v důsledku generace nadbytečných nositelů (viz úloha č. 9).

Demberův jev vzniká v homogenním polovodiči a je důsledkem difúze nadbytečných nositelů (viz úloha č. 10).

Fotomagnetoelektrický jev je také podmíněn difúzí nadbytečných nositelů v homogenním polovodiči, je-li polovodič umístěn v homogenním magnetickém poli (viz úloha č. 10).

V polovodiči ve kterém existuje potenciálová bariéra (oblast prostorového náboje s nenulovým elektrickým polem) se nadbyteční nositelé v důsledku působení uvedeného elektrického pole přerozdělí a proto se objeví fotonapětí, hovoříme o bariérovém fotovoltaickém jevu nebo bariérovém fotoefektu. Potenciálovou bariéru lze v polovodiči vytvořit nehomogenním rozložením příměsí (např. přechod PN), na kontaktu kovu s polovodičem, nebo prostřednictvím povrchových stavů, kdy se vytvoří povrchová bariéra, [5.3, 5.5].

URČENÍ ŠÍŘKY ZAKÁZANÉHO PÁSU Z FOTOEFEKTŮ

Jak jsme uvedli jsou fotoefekty podmíněny existencí nadbytečných

nositelů, kteří jsou generováni absorbovaným zářením, tj. zářením o energii fotonů rovné alespoň šířce zakázaného pásu. To znamená, že dochází-li k mezipásovým přechodům pozorujeme fotoefekty, nedochází-li k takovým přechodům fotoefekty nevznikají. Je tedy zřejmé, že fotoefekty souvisejí s absorpcí a absorpčním koeficientem záření. Společnou nevýhodou metod založených na absorpci záření je nejistota jak se při absorpci uplatňují fonony a skutečnost, že poloha absorpční hrany není experimentálně přesně definována. Z těchto důvodů se setkáme v literatuře s různými způsoby vyhodnocení naměřených spektrálních závislostí. My volíme pro vyhodnocení tzv. Mossovo kritérium, podle kterého se považuje za šířku zakázaného pásu energie fotonů odpovídající polovině maximální hodnoty fotoefektu (uvažuje se část závislosti klesající směrem k začátku absorpce, tj. od maxima směrem k delším vlnovým délkám). Tento způsob vyhodnocení je v podstatě zdůvodněn tím, že takto získané výsledky odpovídají výsledkům jiných metod. Vzhledem k uvedeným nejistotám se hodí metody založené na absorpci záření spíše ke stanovení změny šířky zakázaného pásu např. s teplotou, tlakem, složením apod. V našem měření šířky zakázaného pásu využijeme bariérového fotoefektu.

EXPERIMENT

Uspořádání při měření spektrální závislosti bariérového fotonapětí je obdobné jako u měření spektrální závislosti fotovodivosti (úloha č. 9). Monochromatické záření vytváříme pomocí žárovky a monochromátoru, záření přerušujeme rotujícím kotoučem s výřezy. Fotonapětí na vzorku s bariérou měříme selektivním voltmetrem. Hodnoty naměřeného fotonapětí dělíme příslušným počtem dopadajících fotonů (nebo veličinou tomu úměrnou), protože k vyhodnocení uvedeným způsobem je potřeba spektrální závislost fotonapětí připadající na jeden foton.

ÚKOL

Změřte spektrální závislost bariérového fotonapětí germania a křemíku a na základě těchto závislostí stanovte příslušné šířky zakázaného pásu, případně změny šířky zakázaného pásu s teplotou.

LITERATURA

- [8.1] K. Graff, H. Pieper, Solid State Electronics, 15 (1972) 831.
- [8.2] J. Tauc, Elektromotorické síly v polovodičích, nakl. ČSAV, Praha 1958, str. 67.
- [8.3] T.S. Moss, Photoconductivity in the Elements, Butterworths Sci. Publications, London 1952, str. 30.

9. SPEKTRÁLNÍ ZÁVISLOST FOTOVODIVOSTI

Fotovodivostí se rozumí změna elektrické vodivosti polovodičů, která je podmíněna existencí nadbytečných nositelů generovaných zářením. K rovnovážné koncentraci elektronů a děr n_0 , p_0 se přidává nadbytečná koncentrace Δn , Δp , takže celková koncentrace elektronů a děr je zvýšena na hodnoty $n = n_0 + \Delta n$, $p = p_0 + \Delta p$. Abychom nadbytečnou koncentraci nositelů vytvořili musíme nadbytečné nositele generovat. Při tom záleží jakým způsobem nadbytečné nositele ve vzorku generujeme, zda v těsné blízkosti ozařovaného povrchu (zářením o vysokém absorpčním koeficientu), nebo v celém objemu vzorku (zářením o nízkém absorpčním koeficientu). Proto, i když necháme na vzorek dopadat konstantní počet fotonů, nebude odpovídající fotovodivost stejná a rozdílný způsob generace nadbytečných nositelů se projeví ve spektrální závislosti fotovodivosti. Ukážeme, jak lze ze spektrální závislosti fotovodivosti stanovit různé parametry polovodičů.

ROVNICE KONTINUITY

Matematické vyjádření fotovodivosti lze provést na základě rozložení koncentrace nadbytečných nositelů ve sledovaném vzorku. Toto rozložení je podmíněno 1. způsobem generace nadbytečných nositelů, 2. jejich rekombinací, 3. jejich tokem. Rozložení nadbytečných nositelů vystihuje řešení rovnice kontinuity (doplněné okrajovými podmínkami).

Pro vzorek ve tvaru nekonečné desky (z důvodu symetrie jde o jednorozměrný případ), v případě generace nositelů zářením o absorpčním koeficientu k , v materiálu, jehož rekombinaci lze charakterizovat jednou dobou života τ ($\tau_n = \tau_p = \tau$), ve kterém je koncentrace nadbytečných elektronů a děr stejná, $\Delta n = \Delta p$ (nedochází k zachycení v pastech a je splněna podmínka elektrické neutrality, podrobněji viz úlohu č. 10.), lze rovnici kontinuity pro díry vyjádřit ve tvaru

$$\frac{\partial \Delta p}{\partial t} = g_0 \cdot k \cdot e^{-ky} - \frac{\Delta p}{\tau} - \frac{1}{q} \operatorname{div} \bar{I}_p, \quad (9.1)$$

kde proudová hustota děr je

$$\bar{I}_p = \sigma_p \cdot \bar{E} - q \cdot D \cdot \operatorname{grad} \Delta p,$$

σ_p je děrová vodivost, D je koeficient ambipolární difúze (viz úloha č. 10.), který postihuje difúzi dvou druhů nositelů. Podobnou rovnici

můžeme napsat i pro elektrony. Pokud se omezíme na případ $\Delta p = \Delta n$ stačí uvažovat pouze jednu rovnici. Rovnice kontinuity vyjadřuje skutečnost, že celková změna koncentrace nadbytečných nositelů (levá strana rovnice) s časem je rovna změně koncentrace v důsledku generace, rekombinace a toku nositelů (to vyjadřují postupně jednotlivé členy pravé strany rovnice). Tok nositelů má dvě složky: driftovou a difúzní. Omezíme-li se na stacionární případ, je $\partial \Delta p / \partial t = 0$, a pro případ nulového elektrického pole ve vzorku (driftový člen proudu je nulový), lze upravit rovnici kontinuity do tvaru

$$D \cdot \frac{d^2 \Delta p}{dy^2} - \frac{\Delta p}{\tau} = -g_0 \cdot k \cdot e^{-ky} \quad (9.2)$$

Okrajové podmínky mají tvar

$$-q \cdot D \cdot \text{grad} \Delta p = q \cdot s_1 \cdot \Delta p, \text{ pro } y = d, \quad (9.3)$$

$$q \cdot D \cdot \text{grad} \Delta p = -q \cdot s_2 \cdot \Delta p, \text{ pro } y = 0,$$

a vyjadřují skutečnost, že k povrchu přidifunduje tolik nositelů (levá strana rovnice), kolik jich na povrchu zrekombinuje (pravá strana). Konstanty s_1 a s_2 jsou rychlosti povrchové rekombinace na osvětleném a neosvětleném povrchu charakterizující povrchovou rekombinací.

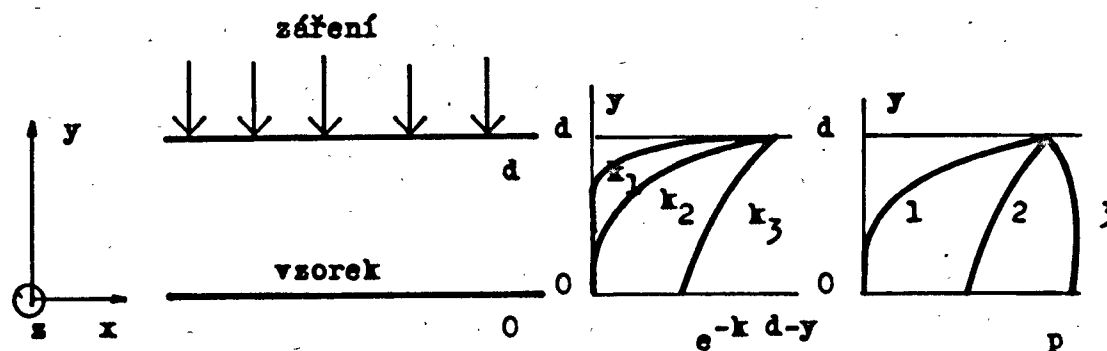
Řešení rovnice kontinuity s uvedenými okrajovými podmínkami popisuje koncentraci nadbytečných nositelů ve vzorku a má tvar

$$\Delta p = A \cdot e^{y/L} + B \cdot e^{-y/L} - \frac{g_0 \cdot k}{D \cdot (k^2 - 1/L^2)} \cdot e^{k(y-d)}, \quad (9.4)$$

kde $L = \sqrt{D \cdot \tau}$ je difúzní délka, která se také používá k charakterizování rekombinace: čím je rekombinace větší tím je difúzní délka kratší a naopak, A, B jsou konstanty vyjádřené pomocí parametrů D, s_1 , s_2 , L, d, g_0 . Vyjádření konstant je velmi složité a zde ho neuvádíme, odkážeme na literaturu [9.1]. Poměry ve vzorku jsou ilustrovány na obr. 9.1.

FOTOVODIVOST

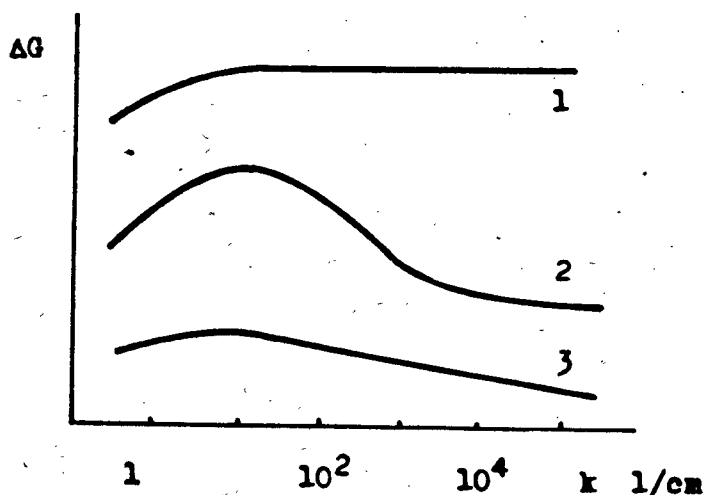
Pomocí koncentrace nadbytečných nositelů (9.4) můžeme vyjádřit fotovodivost na jednotku šířky vzorku



Obr. 9.1. Příklady průběhů absorpce a koncentrace nadbytečných nositelů ve vzorku polovodiče.

$$\Delta G_1 = q \cdot (\mu_n + \mu_p) \cdot \int_0^d \Delta p \cdot dy, \quad (9.5)$$

kde μ_n a μ_p jsou pohyblivosti elektronů a děr. Průběh závislosti fotovodivosti polovodiče ΔG na absorpčním koeficientu k (spektrální závislost) je určen hodnotami d/L , s_1 , s_2 , s_0 a několik vypočtených případů uvádíme pro ilustraci na obr. 9.2.



Obr. 9.2. Spektrální závislosti fotovodivosti.

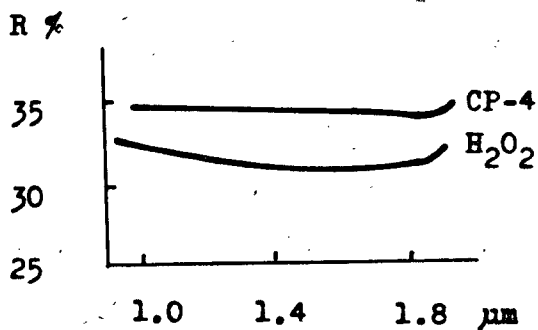
- 1 s_1 malá, s_2 malá
- 2 s_1 střední, s_2 malá
- 3 s_1 velká, s_2 malá

Protože obecné vyjádření spektrální závislosti fotovodivosti je složité a nepřehledné [9.1] neuvádíme ho tu a omezíme se na přibližné vyjádření závislosti v oblasti vysokých hodnot absorpčního koeficientu [9.2], které budeme potřebovat při vyhodnocení měření. Silná absorpce je přesněji vyjádřena podmínkami $k \cdot d \gg 1$, $k \cdot L \gg 1$. Tyto podmínky umožňují zjednodušit obecné vyjádření ΔG a pro vzorek délky 1 dostáváme vztah

$$\frac{\Delta G}{g_0} = \frac{q \cdot L^2 \cdot (\mu_n + \mu_p) \cdot (1 - r) \cdot x_0}{1 \cdot (D + s \cdot L \cdot \text{cth}(d/2L))} \cdot \left(1 + \frac{s}{D} \cdot \frac{1}{k}\right) =$$

$$= C \cdot \left(1 + \frac{s}{D} \cdot \frac{1}{k}\right), \quad (9.6)$$

kde r je optická odrazivost vzorku, x_0 je šířka vzorku a $s_1 = s_2 = s$. Ze vztahu (9.6) je vidět, že spektrální závislost fotovodivosti připadající na jeden foton lze vyjádřit pomocí členu, který nezávisí na absorpčním koeficientu (konstanta C) a pomocí členu závislejícím na absorpčním koeficientu k . Přesněji vzato optická odrazivost vzorku pro záření o různém absorpčním koeficientu nemusí být konstantní. Zde se využívá experimentálně zjištěné skutečnosti, že se hodnota optické odrazivosti v oblasti záření silně vzorkem absorbovaného příliš nemění, z těchto důvodů se považuje za konstantní, obr. 9.3. Z vyjádření



Obr. 9.3. Optická odrazivost germania leptaného v CP-4 a H_2O_2 .

(9.6) je patrné, že závislost $\Delta G/g_0$ na $1/k$ je přímková. Parametry přímek jsou rychlost povrchové rekombinace s a difúzní délka L . Ukážeme dále jak lze tyto parametry určit, [9.2 - 9.4].

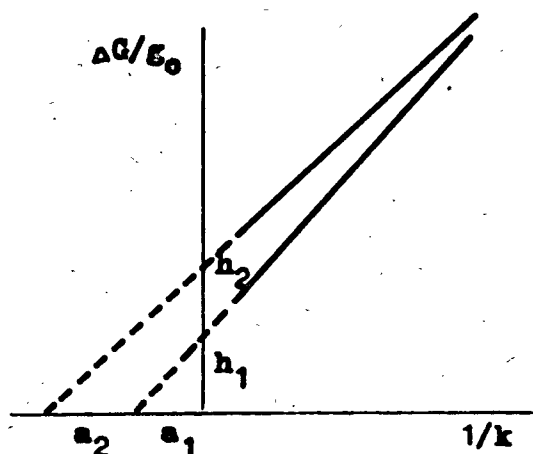
URČENÍ RYCHLOSTI POVRCHOVÉ REKOMBINACE A DIFÚZNÍ DÉLKY ZE

SPEKTRÁLNÍ ZÁVISLOSTI FOTOVODIVOSTI

Z vyjádření závislosti (9.6) vyplývá, že extrapolovaná přímková závislost $\Delta G/g_0 = f(1/k)$ vytíná na ose $1/k$ úsek a (pro $\Delta G/g_0 = 0$), pro který platí

$$a = - \frac{D}{s} \quad (9.7)$$

při libovolných hodnotách konstanty C , obr. 9.4. Odtud vyplývá, že ne-



Obr. 9.4. Graf závislosti $\Delta G/g_0 = f(1/k)$.

ní nutno stanovovat přímo hodnoty $\Delta G/g_0$, ale stačí vynést veličiny úměrné, např. napětí na voltmetru při měření fotovodivosti. Z hodnoty úseku a lze vypočíst hodnotu s , neboť hodnotu koeficientu ambipolární difúze lze odečíst z grafu na obr. 10.2 na základě znalosti měřného odporu materiálu vzorku.

Na ose $\Delta G/g_0$ vytíná extrapolovaná přímka úsek h , který souvisí s difúzní délkou, avšak složitým způsobem, jak je vidět ze vztahu (9.6) pro hodnotu $1/k = 0$.

Přesto lze úseku h využít ke stanovení difúzní délky L následujícím způsobem. Využíváme k tomu skutečnosti, že lze celkem snadno změnit rychlost povrchové rekombinace s vzorku (např. chemickým opracováním povrchu) aniž bychom při tom změnil hodnotu difúzní délky. Změříme-li spektrální závislosti stejného vzorku při dvou různých opracováních povrchu a tedy při dvou různých hodnotách rychlosti povrchové rekombinace, pak ze závislosti $\Delta G/g_0 = f(1/k)$ lze určit úseky h_1, h_2, a_1, a_2 . Pomocí vztahu (9.6) lze snadno nalézt, že

$$L \cdot \operatorname{cth} \frac{d}{2L} = \frac{h_1 - h_2}{\frac{h_2}{a_2} - \frac{h_1}{a_1}} \quad (9.8)$$

Při tom podotýkáme, že hodnoty $\Delta G/g_0$ lze vynést opět v relativních jednotkách. Pro speciální případ tlustého vzorku (podmínka $d \gg 2L$) vychází

$$L = \frac{h_1 - h_2}{\frac{h_2}{a_2} - \frac{h_1}{a_1}}, \quad (9.9)$$

a v případě měření na tenkém vzorku ($d \ll 2L$) dostáváme

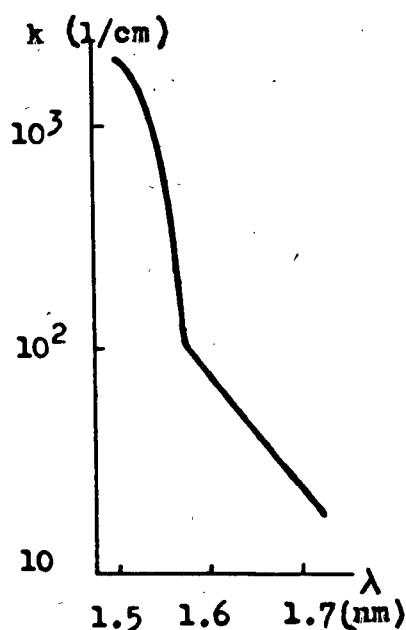
$$L^2 = \frac{h_1 - h_2}{\frac{h_2}{a_2} - \frac{h_1}{a_1}}. \quad (9.10)$$

Uvedené vztahy využíváme ke stanovení difúzní délky.

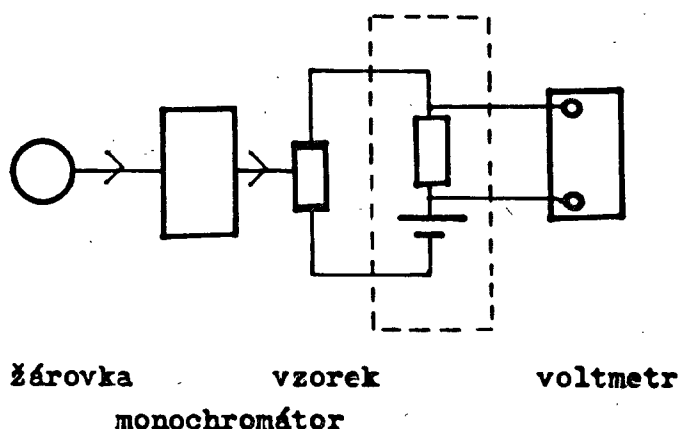
Hodí se poznamenat, že závislosti $\Delta G/g_0 = f(1/k)$ mohou vykazovat odchylky od přímky v důsledku toho, že odrazivost není konstantní, že vliv povrchového prostorového náboje není zanedbatelný, že dochází k zachycení v pastech apod. V těchto případech nemůžeme metodu spektrální závislosti fotovodivosti využít.

EXPERIMENT

Z předchozího výkladu plyne, že s a L stanovujeme na základě naměřených závislostí $\Delta G/g_0 = f(1/k)$. Experimentálně tedy stanovujeme spektrální závislosti veličin ΔG a g_0 . Protože v experimentu můžeme určit vlnovou délku záření a ne příslušný absorpční koeficient využijeme již zjištěné závislosti $k = f(\lambda)$ k určení hodnot absorpčního koeficientu, obr. 9.5. Schéma experimentu je na obr. 9.6. Monochro-



Obr. 9.5. Závislost koeficientu absorpce germania na vlnové délce záření.



Obr. 9.6. Schéma uspořádání pro měření spektrální závislosti fotovodivosti.

matické záření vytváříme pomocí halogenové žárovky a monochromátoru. Germaniový vzorek je zapojen do obvodu s odporem a zdrojem napětí (zabudováno v přípravku spolu s komutátorem napětí). Záření přerušujeme pomocí rotujícího kotouče s výřezy a střídavé napětí na odporu měříme selektivním voltmetrem. Měření fotovodivosti je vysvětleno v ú-

loze č.6. Napětí na selektivním voltmetru je úměrno fotovodivosti ΔG . Veličinu úměrnou počtu fotonů určíme buď na základě měření intenzity záření pomocí optického termočlátku, nebo na základě grafu spektrální závislosti intenzity záření monochromátoru, který je k dispozici v praxi. Opracování povrchu vzorku vedoucí k různým hodnotám rychlosti povrchové rekombinace provedeme aplikací roztoků podle instrukcí uvedených v praxi.

ÚKOL

Změřte spektrální závislosti fotovodivosti germaniového vzorku alespoň pro dvě různá opracování povrchu vzorku a stanovte hodnoty rychlosti povrchové rekombinace a difúzní délky.

LITERATURA

- [9.1] W. Gärtner, Phys. Rev. 105 (1957) 823.
- [9.2] K. Subašiev, V.A. Petrusievič, G.B. Dubrovskij, Fiz. tverd. tela, 2 (1960) 1022.
- [9.3] A.V. Ržanov, Elektronnyje processy na poverchnosti poluprovodnikov, Nauka, Moskva 1971, str. 191.
- [9.4] V.A. Petrusievič, V.K. Subašiev, G.P. Morozov, Fiz. tverd. tela 3 (1961) 1505.

10. FOTOMAGNETOELEKTRICKÝ JEV V POLOVODIČÍCH

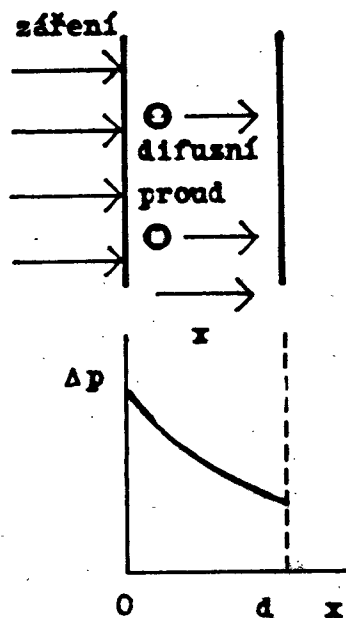
Fotomagnetoelektrický jev (dále jen FME jev) je jeden z fotoefektů vznikajících v homogenním osvětleném polovodlči za přítomnosti magnetického pole. Je důsledkem difúze nadbytečných nositelů proudu v magnetickém poli a proto se někdy hovoří o Hallově jevu difundujících nositelů. Jeho největší význam spočívá v tom, že umožňuje měřit velmi krátké doby života nositelů v polovodičích (až 10^{-10} s), které nejsou měřitelné jinými metodami. Na základě FME jevu pracují i detektory infračerveného záření. FME jevu se také využívá při měření řady parametrů polovodlčů: doba života nositelů, rychlost povrchové rekombinace, koeficient difúze, pohyblivost, kvantový výtěžek aj. [10.1].

DIFÚZE NADBYTEČNÝCH NOSITELŮ, DEMBERŮV JEV

Pro jednoduchost se většinou uvažuje případ difúze, kdy je koncentrace minoritních nositelů mnohem menší než koncentrace majoritních nositelů (nevlastní polovodič). Při současné difúzi nositelů dvou druhů náboje, tedy i nadbytečných elektronů a děr v polovodlčích při obecném poměru rovnovážných koncentrací nositelů není jejich vzájemné působení zanedbatelné a difúze je v tomto případě charakterizována tzv. bipolárním, nebo ambipolárním koeficientem difúze. Vysvětlíme jeho smysl, [5.5].

Uvažujme pro jednoduchost nekonečnou desku (z důvodu symetrie je to jednorozměrný případ), kde jsou u jednoho povrchu generováni nadbyteční nositelé např. silně absorbovaným zářením, obr. 10.1. Jak elektrony tak díry difundují směrem k neozářenému povrchu. Difúzní koeficienty elektronů a děr nejsou obecně stejné a zpravidla jsou elektrony pohyblivější, mají větší difúzní koeficient, a proto difundují rychleji než díry. Z těchto důvodů se u neosvětleného povrchu začne zvětšovat záporný náboj, u ozářeného povrchu kladný náboj a v desce se vytváří elektrické pole, které urychluje díry a zpomaluje elektrony. Za nějakou dobu se ustaví stacionární stav, při kterém je tok elektronů i děr napříč deskou stejný. V desce bude trvalé nenulové elektrické pole které způsobí, že difúze obou druhů nositelů bude probíhat stejně a bude charakterizována ambipolárním koeficientem difúze.

Abychom vyjádřili vztah mezi ambipolárním koeficientem difúze a koeficienty difúze elektronů a děr vymezíme poměry přesněji. Uvažujme jednorozměrný pohyb elektronů a děr v polovodlči o libovolné koncen-



Obr. 10.1. Difúze nositelů v desce polovodiče.

traci elektronů a děr $n = n_0 + \Delta n$, $p = p_0 + \Delta p$, kde n_0 , p_0 jsou rovnovážné koncentrace nositelů, Δn , Δp jsou nadbytečné koncentrace nositelů. Omezíme se na případ elektrické neutrality, tj.

$\Delta n = \Delta p$, podrobnější vysvětlení je uvedeno později. Chování nositelů lze vyjádřit pomocí rovnice kontinuity pro oba druhy nositelů

$$\frac{\partial \Delta p}{\partial t} = -\frac{\Delta p}{\tau} - \frac{1}{q} \frac{\partial}{\partial x} J_p, \quad (10.1)$$

$$\frac{\partial \Delta n}{\partial t} = -\frac{\Delta n}{\tau} + \frac{1}{q} \frac{\partial}{\partial x} J_n,$$

kde je $\tau_n = \tau_p = \tau$ doba života nositelů, J_p , J_n jsou proudové hustoty děrové a elektronové složky proudu, které lze vyjádřit ve tvaru

$$J_p = \sigma_p \cdot \mathcal{E} - q \cdot D_p \cdot \frac{\partial \Delta p}{\partial x}, \quad (10.2)$$

$$J_n = \sigma_n \cdot \mathcal{E} + q \cdot D_n \cdot \frac{\partial \Delta n}{\partial x},$$

kde $\sigma_p = q \cdot \mu_p \cdot p$, $\sigma_n = q \cdot \mu_n \cdot n$ jsou děrová a elektronová vodivost, \mathcal{E} je intenzita elektrického pole, D_p , D_n jsou koeficienty difúze děr a elektronů. První členy v rovnici proudových hustot představují driftovou složku proudu, druhé členy pak difúzní složky proudu. Vyjádříme-li derivace proudových hustot lze rovnice kontinuity napsat ve tvaru

$$\frac{d \Delta p}{d t} = D_p \cdot \frac{\partial^2 \Delta p}{\partial x^2} - \mu_p \cdot \mathcal{E} \cdot \frac{\partial \Delta p}{\partial x} - \frac{\Delta p}{\tau}, \quad (10.3)$$

$$\frac{d \Delta n}{d t} = D_n \cdot \frac{\partial^2 \Delta n}{\partial x^2} + \mu_n \cdot \mathcal{E} \cdot \frac{\partial \Delta n}{\partial x} - \frac{\Delta n}{\tau}.$$

Využijeme-li podmínky $\Delta p = \Delta n$, a omezíme-li se na stacionární případ,

kdy časové derivace koncentrace jsou nulové, můžeme obě rovnice (10.3) zahrnout do jedné rovnice

$$\frac{D_p \cdot \sigma_n + D_n \cdot \sigma_p}{\sigma_n + \sigma_p} \frac{\partial^2 \Delta p}{\partial x^2} + \frac{\mu_n \cdot \sigma_p - \mu_p \cdot \sigma_n}{\sigma_n + \sigma_p} \cdot \frac{\partial \Delta p}{\partial x} - \frac{\Delta p}{\tau} = 0 \quad (10.4)$$

Na základě srovnání poslední rovnice s rovnicemi (10.3) lze vyvodit, že v obecném bipolárním případě je difúze obou druhů nositelů charakterizována jedním koeficientem

$$D = \frac{D_p \cdot \sigma_n + D_n \cdot \sigma_p}{\sigma_n + \sigma_p} = \frac{\frac{n_o + p_o}{\frac{n_o}{D_p} + \frac{p_o}{D_n}}}{\frac{n_o + p_o}{\mu_p + \mu_n}} = \frac{k \cdot T}{q} \cdot \frac{\mu_p + \mu_n}{\frac{n_o}{\mu_p} + \frac{p_o}{\mu_n}} \quad (10.5)$$

kterému říkáme ambipolární koeficient difúze a který je určen difúzním koeficientem jak děr tak elektronů. V posledním vyjádření D jsme využili Einsteinova vztahu $D = (k \cdot T / q) \cdot \mu$.

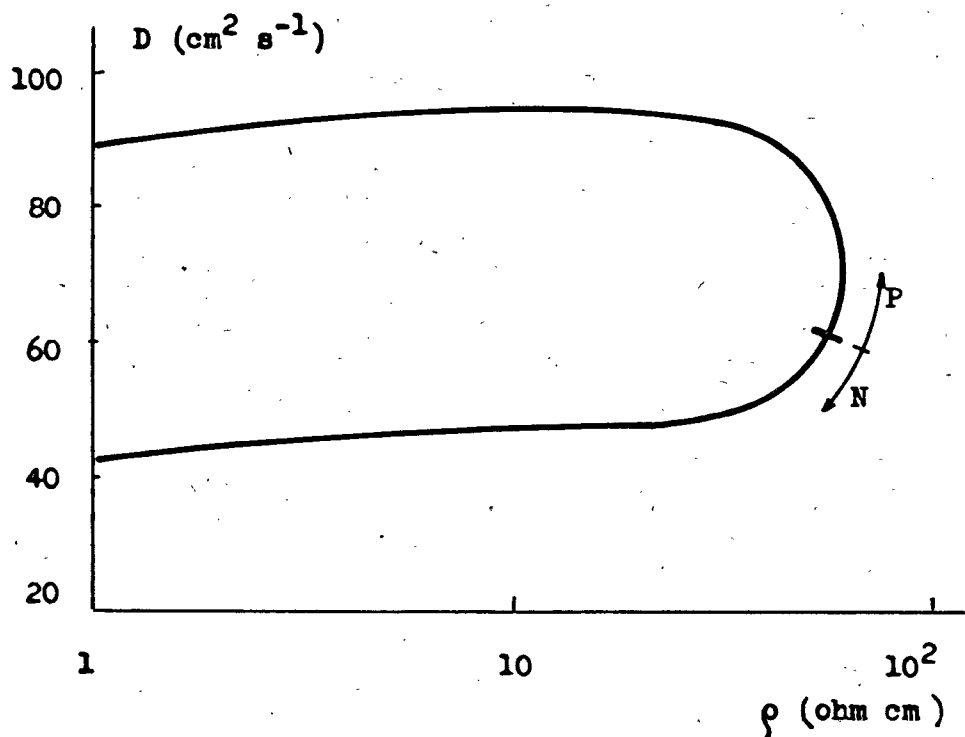
Snadno nahlédneme, že v nevlastním polovodiči, kdy je buď $n_o \ll p_o$, nebo $n_o \gg p_o$, je ambipolární koeficient difúze roven difúznímu koeficientu minoritních nositelů. Závislost koeficientu ambipolární difúze na měrném odporu materiálu a tedy na rovnovážné koncentraci nositelů je na obr. 10.2.

Dále je patrné, že nositelé budou driftovat v elektrickém poli s tzv. bipolární driftovou pohyblivostí

$$\mu = \frac{\mu_n \cdot \sigma_p - \mu_p \cdot \sigma_n}{\sigma_n + \sigma_p} = \frac{p_o - n_o}{\frac{n_o}{\mu_p} + \frac{p_o}{\mu_n}} \quad (10.6)$$

Snadno nahlédneme, že ve vlastním polovodiči ($n_o = p_o$) je $\mu = 0$.

Ukázali jsme, že při rozdílných difúzních koeficientech D_p, D_n se vytváří v polovodiči elektrické pole kompenzující rozdílnou difúzi nositelů. Bylo zjištěno, že obecně v homogenním polovodiči, ve kterém existují gradienty koncentrace nadbytečných nositelů (způsobené např. nerovnoměrnou generací) se v důsledku rozdílnosti D_p, D_n vytváří elektrické pole, které nazýváme elektrické pole Demberovo a hovoříme o Demberově jevu. Tento jev se nevyužívá k měření parametrů polovodičů hlavně proto, že elektrické kontakty, které jsou nutné k měření Dembero-

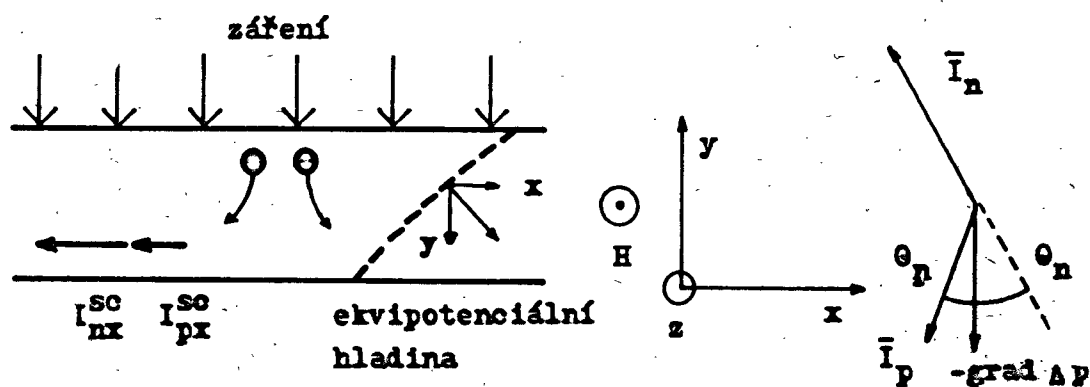


Obr. 10.2. Ambipolární koeficient difúze germania v závislosti na měrném odporu materiálu.

va napětí jsou osvětleny a fotonapětí na kontaktech zpravidla převyšuje napětí Demberovo.

FOTOMAGNETOELEKTRICKÝ JEV

Poměry ve vzorku polovodiče při FME jevu jsou znázorněny na obr. 10.3. Uvažujeme pro jednoduchost nekonečnou desku polovodiče umístěnou



Obr. 10.3. Poměry v polovodiči při FME jevu.

v magnetickém poli kolmém k rovině obrázku, jejíž jeden povrch je ozářován zářením silně absorbovaným v polovodiči, teoreticky uvažujeme, že jsou nositelé generováni pouze v rovině povrchu. Byly provedeny výpočty i pro případ generace nadbytečných nositelů při libovolné absorpci záření [9.1], výsledné vztahy jsou však tak složité, že se pro naše potřeby spokojíme s přiblížením povrchové generace. Nositelé generováni na povrchu difundují napříč vzorkem k neosvětlenému povrchu (Demberův jev). Protože difúze probíhá v magnetickém poli kolmém k pohybu nositelů dochází k jejich odklánění ve směru podél vzorku v důsledku Lorenzovy síly a proto můžeme pozorovat elektrický proud v podélném směru, je-li vzorek zapojen nakrátko, nebo vznikne elektrické pole v podélném směru, není-li vzorek vodivě spojen, tj. v případě naprázdno. V prvním případě pozorujeme FME proud nakrátko, v druhém případě pozorujeme FME napětí naprázdno.

Teorie FME jevu vychází z uvedené představy [10.2]. Postup při odvození vztahů pro FME proud nakrátko a FME napětí naprázdno bude následující: uvedeme soustavu vztahů, které umožňují nalézt rozložení koncentrace nadbytečných nositelů v desce a rozložení elektrického pole, vypočítáme koncentraci nadbytečných nositelů v desce a pomocí ní vyjádříme FME proud nakrátko a FME napětí naprázdno. Vyjádříme i fotovodivost desky, což je pro aplikaci FME jevu výhodné.

Vycházíme z fenomenologické teorie transportních jevů. Transport nositelů v polovodičovém vzorku je určen Poissonovou rovnicí, rovnicemi proudu a rovnicí kontinuity, při čemž bereme do úvahy, že transport probíhá v konstantním magnetickém poli. Abychom získali výsledné vztahy v celkem přehledném tvaru volíme řadu zjednodušení: vzorek je nekonečný ve směru osy x a z , omezíme se na ustálený, stacionární případ, dále se omezíme na slabá magnetická pole kterým odpovídá malý Hallův úhel, tj. $\tan \theta = \theta$, dále uvažujeme malou koncentraci nadbytečných nositelů, tj. $(p - p_0), (n - n_0) \ll p_0 + n_0$, konstantní doba života nositelů $\tau = \tau_n = \tau_p$.

Poissonova rovnice vyjadřuje vztah mezi intenzitou elektrického pole a hustotou prostorového náboje

$$\operatorname{div} \vec{E} = \frac{4\pi}{\epsilon} \cdot \rho = \frac{4\pi}{\epsilon} q \cdot (\Delta p - \Delta n) , \quad (10.7)$$

kde ϵ je permitivita materiálu, ρ hustota prostorového náboje. Protože v našem případě je intenzita elektrického pole malá a tedy také prostorový náboj je malý, tj. $(\Delta p - \Delta n) \ll \Delta p, \Delta n$, bere se obvykle apro-

ximace $\Delta p - \Delta n = 0$ a hovoříme o podmínce elektrické neutrality. Tuto podmínku můžeme vyjádřit ve tvaru $p - p_0 = \Delta p = \Delta n = n - n_0$.

Pro slabá magnetická pole je Hallův úhel děr a elektronů malý a

$$\begin{aligned} \operatorname{tg} \Theta_p \doteq \Theta_p &= \frac{\mu_{pH} \cdot H}{c}, \\ \operatorname{tg} \Theta_n \doteq \Theta_n &= \frac{\mu_{nH} \cdot H}{c}, \end{aligned} \quad (10.8)$$

kde μ_{pH} , μ_{nH} jsou Hallové pohyblivosti, c je rychlost světla.

Rovnice hustoty proudu lze vyjádřit ve tvaru

$$\begin{aligned} \bar{J}_p &= \bar{J}_p^* + \Theta_p \cdot \bar{J}_p \times \bar{k}, \\ \bar{J}_n &= \bar{J}_n^* + \Theta_n \cdot \bar{J}_n \times \bar{k}, \end{aligned} \quad (10.9)$$

kde

$$\begin{aligned} \bar{J}_p &= \sigma_p \bar{E} - q \cdot D_p \cdot \operatorname{grad} p, \\ \bar{J}_n &= \sigma_n \bar{E} + q \cdot D_n \cdot \operatorname{grad} n. \end{aligned}$$

kde \bar{k} je jednotkový vektor ve směru magnetického pole. Při tom

$$\bar{J}_{\text{celk.}} = \bar{J}_p + \bar{J}_n. \quad (10.10)$$

Rovnicí kontinuity pro díry a elektrony (viz úloha č. 9)

$$\frac{\partial p}{\partial t} = -\frac{1}{q} \cdot \operatorname{div} \bar{J}_p - \frac{\Delta p}{\tau} = \frac{\partial n}{\partial t} = \frac{1}{q} \cdot \operatorname{div} \bar{J}_n - \frac{\Delta p}{\tau} \quad (10.11)$$

lze nakonec vyjádřit ve tvaru

$$D \cdot \frac{d^2 \Delta p}{d y^2} - \frac{\Delta p}{\tau} = 0. \quad (10.12)$$

Pro nalezení koncentrace nadbytečných nositelů v desce je potřeba rovnicí kontinuity doplnit okrajovými podmínkami

$$y = d \quad q \cdot g_0 + J_{py} = q \cdot s_1 \cdot \Delta p,$$

$$y = 0 \quad J_{py} = -q \cdot s_2 \cdot \Delta p \quad , \quad (10.13)$$

kteřé vyjadřují skutečnost, že ve stacionárním stavu k povrchu přiteče tolik nositelů, kolik jich za 1 vteřinu na povrchu zrekombinuje. Člen $q \cdot g_0$ vyjadřuje povrchovou generaci nositelů, s_1, s_2 jsou konstanty charakterizující rekombinaci nositelů na povrchu, nazývají se rychlost povrchové rekombinace.

Koncentraci nadbytečných nositelů, která je řešením rovnice kontinuity s okrajovými podmínkami, lze vyjádřit ve tvaru

$$\Delta p = C_1 \cdot e^{y/L} + C_2 \cdot e^{-y/L} \quad , \quad (10.14)$$

kde $L = \sqrt{D \cdot \tau}$ je difúzní délka.

Intenzitu elektrického pole ve vzorku lze vyjádřit na základě rovnice (10.9) ve tvaru

$$\mathcal{E}_x = \frac{1}{\sigma} \cdot \left(J_x + \theta \cdot q \cdot D \cdot \frac{d p}{d y} \right) \quad (10.15)$$

uvážíme-li, že při naší konfiguraci je $J = J_x$, J_x je funkcí pouze y , gradient koncentrace je kolmý k povrchu, $\text{grad} \Delta p = d \Delta p / dy$. Při tom $\theta = \theta_p - \theta_n$.

Řekli jsme, že v experimentu měříme buď FME proud nakrátko nebo FME napětí naprázdno. V případě proudu nakrátko je ve vzorku podélná složka intenzity elektrického pole nulová, $\mathcal{E}_x = 0$. Ze vztahu (10.15) plyne vyjádření proudu nakrátko

$$J_x^{sc} = -q \cdot \theta \cdot \int_{\Delta p(0)}^{\Delta p(d)} D \cdot d \Delta p \quad . \quad (10.16)$$

V případě napětí naprázdno je nulový celkový podélný proud ve vzorku $\int_0^d J_x \cdot dy = 0$, což vede k podmínce

$$\mathcal{E}_x^{oc} = - \frac{J_x^{sc}}{G_1} \quad , \quad (10.17)$$

kde

$$G_1 = \int_0^d \sigma \cdot d y \quad .$$

Obeoné vyjádření FME proudu nakrátko, nebo FME napětí naprázdno

lze získat dosazením výrazu pro koncentraci Δp (10.14) do vztahů (10.16) a (10.17) a má tvar složitých a nepřehledných výrazů které zde neuvádíme a odkazujeme na literaturu [10.2]. Ke stanovení doby života nositelů a rychlosti povrchové rekombinace využijeme speciálních případů, ve kterých jsou výsledné vztahy celkem jednoduché.

STANOVENÍ DOBY ŽIVOTA A RYCHLOSTI POVRCHOVÉ REKOMBINACE Z FME

JEVU

Bez odvození uvedeme vztahy pro FME proud nakrátko a FME napětí naprázdno v případě tlustého vzorku, $d \gg L$ a tenkého vzorku, $d \ll L$, které mají jednoduchý tvar a proto se v praxi používají.

FME proud nakrátko lze v tlustém vzorku vyjádřit ve tvaru

$$J^{sc} = - \frac{q \cdot g_0 \cdot L}{\left(\frac{s_1 \cdot L}{D} + 1 \right)} = g_0 \cdot \sqrt{\frac{D}{\tau}} \cdot \frac{\Delta G_1}{(\mu_n + \mu_p)}, \quad (10.18)$$

v tenkém vzorku má J^{sc} vyjádření

$$J^{sc} = - \frac{g_0}{(\mu_n + \mu_p)} \cdot \frac{s_2 \cdot \Delta G_1}{\left(1 + s_2 \cdot \frac{d}{2D} \right)}. \quad (10.19)$$

FME proud nakrátko lze vyjádřit s pomocí intenzity generujícího záření g_0 a nebo lze g_0 vyloučit s využitím fotovodivosti ΔG_1 . Poslední způsob má tu výhodu, že měření intenzity g_0 (absolutní hodnoty) není zpravidla jednoduchá záležitost, zatímco fotovodivost při osvětlení stejném jako v případě měřeného FME jevu lze celkem snadno měřit. První vztah se využívá pro měření doby života nositelů, kterou lze vyjádřit vztahem

$$\tau = D \cdot \left[1,26 \cdot 10^{-10} \cdot \frac{H \cdot \Delta G \cdot l}{J^{sc}} \right]^2, \quad (10.20)$$

kde τ je doba života nositelů (rozměr s), D je koeficient ambipolární difúze ($\text{cm}^2 \text{s}^{-1}$), H je intenzita magnetického pole (A m^{-1}), ΔG je fotovodivost vzorku (Ω^{-1}), l je délka vzorku (cm), J^{sc} je FME proud nakrátko (A).

Vztah (10.19) je vhodný pro měření rychlosti povrchové rekombina-

ce neosvětleného povrchu s_2

$$s_2 = \frac{j^{sc}}{j^{sc} \frac{d}{2D} + H. G. w. 1,26 \cdot 10^{-10}}, \quad (10.21)$$

kde s_2 má rozměr (cm s^{-1}) , w je šířka vzorku (rozměr ve směru magnetického pole) (cm), d je tloušťka vzorku (cm), ostatní veličiny mají stejný význam a rozměr jako v předešlém případě.

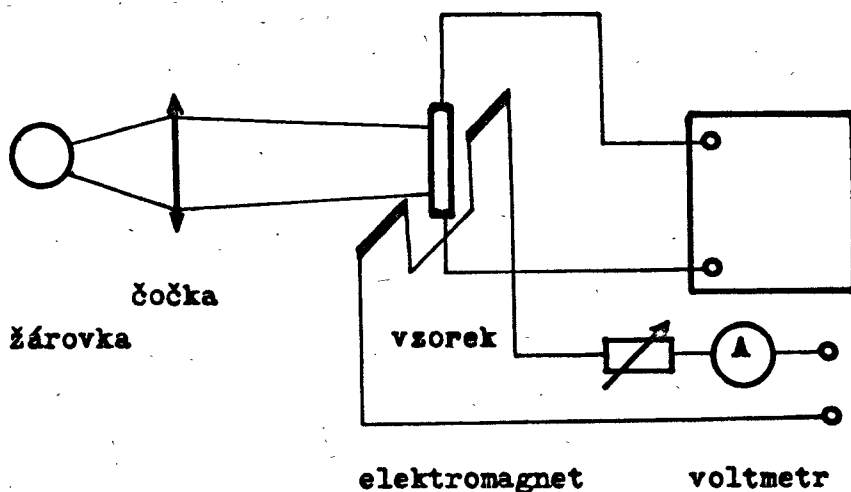
Místo FME proudu nakrátko lze měřit i FME napětí naprázdno U^{oc} a pro výpočet doby života nositelů, nebo rychlosti povrchové rekombinace využijeme vzájemného vztahu

$$j^{sc} = U^{oc} \cdot G, \quad (10.22)$$

kde G je vodivost neosvětleného vzorku.

EXPERIMENT

Experimentální uspořádání je schématicky znázorněno na obr. 10.4.

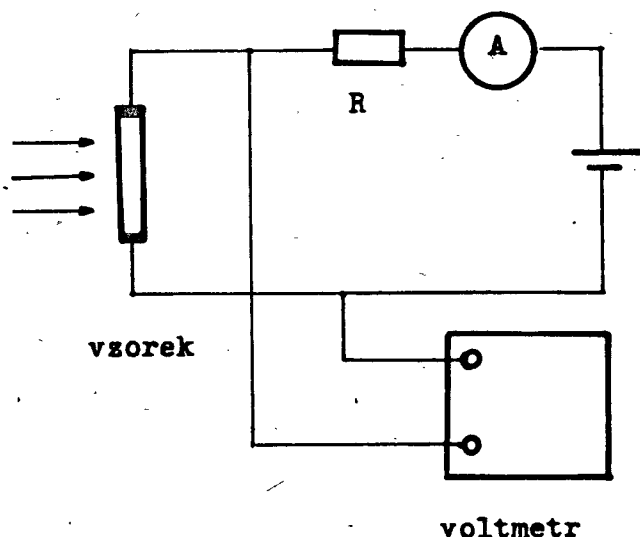


Obr. 10.4. Schéma experimentálního uspořádání pro měření FME jevu.

Generace nadbytečných nositelů prováděna zářením projekční žárovky soustředěným na vzorek pomocí čočky a filtrovaným pomocí determálního skla tak, aby na vzorek dopadalo pouze silně absorbované záření a byla tak zajištěna povrchová generace. Žárovka je napájena z transformátoru. Mag-

netické pole je vytvářeno pomocí elektromagnetu napájeného z usměrňovače, který je připojen k regulačnímu transformátoru. Vzorek germania je upevněn v držáku umístěném v magnetickém poli a je opatřen neusměrňujícími kontakty.

Napětí naprázdno U^{oc} měříme buď pomocí kompenzátoru, nebo pomocí voltmetru s vysokým vstupním odporem. Proud nakrátko měříme v zapojení znázorněném na obr. 10.5. Protože měřidlo proudu má vždy určitý vnitřní



Obr. 10.5. Schéma obvodu pro měření FME proudu nakrátko.

odpor bude měřený proud vždy menší než skutečný FME proud nakrátko. Uvážíme-li podmínku proudu nakrátko, že totiž napětí na vzorku je nulové, pochopíme snadno funkci zapojení. Z vnějšího zdroje elektrické energie vhodné polaritě zvětšíme FME proud tekoucí vzorkem a měřidlem tak, až je na vzorku nulové napětí. V tomto případě je proud procházející obvodem roven FME proudu nakrátko.

Fotovodivost vzorku měříme v zapojení pro mě-

$$\Delta G = G_{os} - G \quad (10.23)$$

ÚKOL

Změřte závislost FME napětí naprázdno, FME proudu nakrátko a fotovodivosti na intenzitě dopadajícího záření a z naměřených hodnot v oblasti lineární závislosti uvedených veličin na intenzitě záření buď dobu života nositelů, nebo rychlost povrchové rekombinace s_2 (podle druhu vzorku) je třeba stanovit.

LITERATURA

- [10.1] M. Nowak, Progr. Quantum Electr. 11 (1987) 205.
- [10.2] W. van Roosbroeck, Phys. Rev. 105 (1957) 823.

11. VOLTAMPÉROVÉ CHARAKTERISTIKY

P - N PŘECHODU

Přechod p-n vznikne v polovodiči, je-li jedna jeho část legovaná akceptorovou a druhá část donorovou příměsí. Tato nehomogenita koncentrace příměsových atomů a současně i volných nositelů vede k difúzi elektronů a děr. V důsledku difúze nabitých částic vznikne vrstva ochuzená o volné nositele s elektrickým polem, které ustaví termodynamickou rovnováhu. Elektrické pole vytvoří potenciálovou bariéru, jejíž výšku a také tloušťku ochuzené vrstvy lze ovládat napětím přivedeným na polovodič. V polovodiči s p-n přechodem tak vzniká řada zajímavých a také pro aplikace důležitých jevů: závislost proudu na polaritě napětí (usměrňování), injekce minoritních nosičů proudu, existence kapacity p-n přechodu a její závislost na napětí, tunelový jev při transportu nositelů přes ochuzenou vrstvu a řetězová generace párů elektron-díra v ochuzené vrstvě při silných elektrických polích (lavinové násobení). Všechny tyto jevy se mohou projevit na voltampérové charakteristice p-n přechodu. Z hlediska aplikací je přechod p-n významný nejen jako polovodičová dioda, ale stal se základním stavebním prvkem všech bipolárních polovodičových součástek.

11.1. ELEKTRICKÉ POLE V P-N PŘECHODU

Reálný p-n přechod vzniká přelegováním části polovodiče, např. typu n, akceptorovou příměsí na typ p. Pokud je rozhraní mezi p a n typem rovinné, vznikne plošný p-n přechod a elektrické pole i ostatní parametry polovodiče budou záviset pouze na jedné proměnné x, kolmé k rozhraní. Elektrické pole v polovodiči s p-n přechodem určíme řešením Poissonovy rovnice

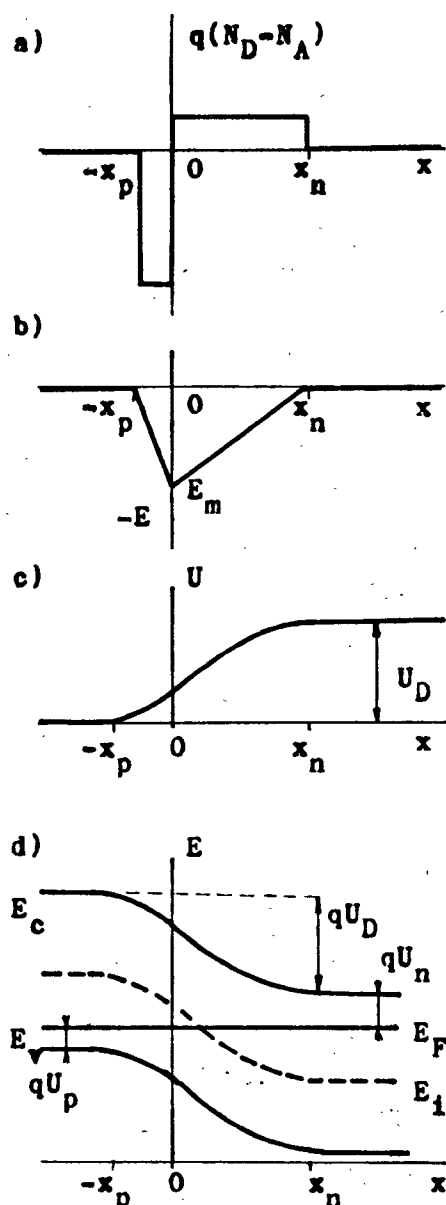
$$\frac{\partial^2 U}{\partial x^2} = - \frac{\rho(x)}{\epsilon_s} \quad (11.1.)$$

ϵ_s je permitivita polovodiče a $\rho(x)$ je hustota náboje

$$\rho(x) = q(p - n + N_D - N_A) \quad (11.2.)$$

n, p jsou koncentrace volných elektronů a děr, N_D , N_A jsou koncentrace donorů a akceptorů, u kterých předpokládáme úplnou ionizaci. Výpočet provedeme za těchto zjednodušujících předpokladů [11.2] :

- oblast prostorového náboje, tj. ochuzená vrstva, je ostře ohraničená



Obr. 11.1. Strmý, ostře ohraničený přechod p-n;

- a) hustota náboje
b) intenzita el. pole
c) potenciál
d) energie elektronů

- zanedbává se vliv elektronů a děr na elektrické pole v ochuzené vrstvě
- koncentrace donorů a akceptorů, resp. hustota náboje ionizovaných příměsí $Q(x)$, se aproximuje v oblasti přechodu buď "skokovou" funkcí - přechod strmý, nebo lineární funkcí - tzv. lineární přechod.

Předpoklad ostře ohraničené ochuzené vrstvy problém podstatně zjednodušuje a použil jej poprvé Shockley [11.1].

Označíme-li $-x_p$ a x_n hranice ochuzené oblasti - viz. obr. 11.1., bude pro strmý přechod rovnice (11.1):

$$\frac{\partial^2 U}{\partial x^2} = \frac{q}{\epsilon_s} N_A \quad \text{pro } -x_p \leq x < 0 \quad (11.3.)$$

$$\frac{\partial^2 U}{\partial x^2} = -\frac{q}{\epsilon_s} N_D \quad \text{pro } 0 < x \leq x_n$$

a okrajové podmínky

$$\left. \frac{\partial U}{\partial x} \right|_{x=-x_p} = \left. \frac{\partial U}{\partial x} \right|_{x=x_n} = 0 \quad (11.4.)$$

$$U(-x_p) = 0 \quad U(x_n) = U_D \quad (11.5.)$$

Okrajové podmínky vyjadřují nulovou intenzitu elektrického pole na hranicích ochuzené vrstvy a potenciálový rozdíl na ochuzené vrstvě způsobený difúzí, tzv. difúzní potenciál U_D . Intenzitu elektrického pole obdržíme po první integraci jako lineární funkci x :

$$E(x) = -\frac{q \cdot N_A}{\epsilon_s} (x + x_p) \quad \text{pro } -x_p \leq x < 0 \quad (11.6.)$$

$$E(x) = \frac{q \cdot N_D}{\epsilon_s} (x - x_n) = -E_m + \frac{q \cdot N_D}{\epsilon_s} x \quad \text{pro } 0 < x \leq x_n$$

maximální velikost intenzity elektrického pole v ochuzené vrstvě E_m má velikost

$$\epsilon_s |E_m| = q \cdot N_D \cdot x_n = q \cdot N_A \cdot x_p \quad (11.7.)$$

Potenciál elektrického pole v ochuzené vrstvě je

$$U(x) = \frac{q \cdot N_A}{2 \epsilon_s} (x + x_p)^2 \quad \text{pro } -x_p \leq x < 0 \quad (11.8.)$$

$$U(x) = -\frac{q \cdot N_D}{2 \epsilon_s} (x - x_n)^2 + U_D \quad \text{pro } 0 < x \leq x_n$$

Velikost difusního potenciálu závisí na šířce zakázaného pásu E_g a na koncentraci donorů a akceptorů na obou stranách p-n přechodu. Jak vyplývá z obr. 11.1.a)

$$q \cdot U_D = E_g - (q \cdot U_n + q \cdot U_p) \quad (11.9.)$$

a předpokládáme-li nedegenerovaný polovodič, pak

$$n_i = N_C \cdot N_V \cdot \exp(-E_g/k \cdot T)$$

$$N_D = n_{no} = N_C \cdot \exp[-(E_C - E_F)/k \cdot T] \quad (11.10)$$

$$N_A = p_{po} = N_V \cdot \exp[-(E_F - E_V)/k \cdot T]$$

a difusní potenciál je

$$U_D = \frac{k \cdot T}{q} \ln\left(\frac{N_A \cdot N_D}{n_i^2}\right) \quad (11.11)$$

n_i je intrinsická koncentrace, N_C a N_V hustota stavů ve vodivostním a ve valenčním pásu, n_{no} je rovnovážná koncentrace elektronů v n-typu, p_{po} je rovnovážná koncentrace děr v p-typu. Z rovnic (11.7.) a (11.8.) můžeme určit souvislost mezi difusním napětím U_D a šířkou ochuzené oblasti $w = x_n + x_p$

$$w = \sqrt{\frac{2 \epsilon_s}{q} \cdot \left(\frac{N_A + N_D}{N_A N_D}\right) \cdot U_D} \quad (11.12.)$$

Průběhy hustoty náboje $Q(x)$, intenzity elektrického pole $E(x)$, potenciálu vnitřního pole $U(x)$ a pásové schéma ve strmém p-n přechodu v termodynamické rovnováze jsou uvedeny na obr. 11.1. Výsledky výpočtu elektrického pole v lineárním p-n přechodu jsou uvedeny v literatuře, na př. [11.2.] a [11.3.] .

11.2. VOLTAMPÉROVÁ CHARAKTERISTIKA P-N PŘECHODU

Výpočet provedeme pro nejjednodušší Shockleyův model strmého, ostře ohraničeného p-n přechodu se slabou injekcí a nulovou generací a rekombinací v ochuzené vrstvě [11.2].

Vnější napětí U se poruší termodynamická rovnováha v p-n přechodu a můžeme uvažovat pouze o kvazi Fermiho energiích elektronů E_{Fn} a děr E_{Fp} . Vnější napětí je rovno rozdílu kvazi Fermiho potenciálů a přičítá se (v závěrném směru) nebo odečítá (v propustném směru) od difusního napětí U_D . Napětí v propustném směru zvýší koncentraci minoritních nositelů na hranicích ochuzené oblasti. Vyplývá to z rovnice (11.10.), ve kterých budou obecně nerovnovážné koncentrace a kvazi Fermiho energie elektronů a děr. Pro součin koncentrace elektronů a děr pak vyplývá

$$n_{no}p_{no} = n_{po}p_{po} = n_i^2 \quad (11.13.)$$

$$n_n p_n = n_p p_p = n_i^2 \cdot \exp[(E_{Fn} - E_{Fp})/kT] = n_i^2 \exp(q \cdot U/k \cdot T)$$

Z (11.13.) plyne, že na hranicích ochuzené oblasti se koncentrace minoritních nosičů změní takto:

$$\text{pro } x = -x_p \quad n_p = n_{po} \cdot \exp(q \cdot U/k \cdot T) \quad (11.14.)$$

$$\text{pro } x = x_n \quad p_n = p_{no} \cdot \exp(q \cdot U/k \cdot T)$$

kde napětí U je kladné v propustném a záporné v závěrném směru. Od hranic ochuzené oblasti vstupují do polovodiče minoritní nosiče, postupně rekombinují a tvoří difusní proud. Abychom tento proud určili, je třeba pomocí rovnice kontinuity nalézt závislost koncentrace minoritních nositelů na vzdálenosti od hranic ochuzené oblasti. Za předpokladu slabé injekce můžeme vyjádřit rekombinační rychlost pomocí doby života τ_n , resp. τ_p a rovnice kontinuity pro díry v n-oblasti má tvar:

$$\frac{\partial p_n}{\partial t} = - \frac{p_n - p_{no}}{\tau_p} - \frac{1}{q} \cdot \frac{\partial j_p}{\partial x} \quad (11.15)$$

Hustota děrového proudu v n-oblasti je

$$j_p = q \cdot p_n \cdot \mu_p \cdot E_n - q \cdot D_p \frac{\partial p_n}{\partial x} \quad (11.16.)$$

a budeme uvažovat pouze její difusní složku, vzhledem k nízké koncentraci minoritních děr p_n a předpokladu o soustředění elektrického

pole do ochuzené oblasti p-n přechodu. D_p je difusní konstanta děr. V případě stacionárního procesu je časová derivace na levé straně rovnice (11.15.) rovna nule a rovnice kontinuity bude mít jednoduchý tvar

$$\frac{\partial^2 p_n}{\partial x^2} - \frac{p_n - p_{no}}{D_p \cdot \tau_p} = 0 \quad (11.17.)$$

Okrajová podmínka na hranici ochuzené vrstvy pro $x = x_n$ je vyjádřena rovnicí (11.14.):

$$p_n(x_n) = p_{no} \cdot \exp(q \cdot U / k \cdot T)$$

a druhá podmínka pro $x \rightarrow \infty$

$$\frac{\partial p_n}{\partial x} = 0$$

vyjadřuje, že koncentrace děr daleko od hranice ochuzené oblasti je konstantní. Řešení rovnice (11.17.) je

$$p_n(x) - p_{no} = p_{no} (\exp(qU/kT) - 1) \cdot \exp[-(x - x_n)/L_p]$$

$$L_p = (D_p \cdot \tau_p)^{1/2} \text{ je difusní délka děr.} \quad (11.18.)$$

Hustota děrového proudu na hranici ochuzené oblasti bude podle (11.16.)

$$j_p = q D_p \left. \frac{\partial p_n}{\partial x} \right|_{x=x_n} = \frac{q \cdot D_p \cdot p_{no}}{L_p} [\exp(qU/kT) - 1] \quad (11.19.)$$

Podobně se určí hustota proudu minoritních elektronů na hranici ochuzené vrstvy s oblastí p-typu:

$$j_n = q D_n \left. \frac{\partial n_p}{\partial x} \right|_{x=-x_p} = \frac{q \cdot D_n \cdot n_{po}}{L_n} [\exp(qU/kT) - 1] \quad (11.20.)$$

Podle předpokladu o nulové generaci a rekombinaci uvnitř ochuzené vrstvy budou hustoty proudů vystupující z ochuzené vrstvy (11.19.) a (11.20.) stejné jako hustoty proudů do ochuzené vrstvy vstupující:

$$j_p(x_n) = j_p(-x_p)$$

$$j_n(x_n) = j_n(-x_p) \quad (11.21.)$$

Celková hustota difusního proudu tekoucího ochuzenou vrstvou je

$$j = j_p + j_n \quad (11.22.)$$

a voltampérová charakteristika p-n přechodu má tvar

$$I = I_s \cdot [\exp(q \cdot U / k \cdot T) - 1] \quad (11.23.)$$

kde I_s je saturační proud

$$I_s = A \cdot j_s$$

A je plocha p-n přechodu a j_s je hustota saturačního proudu

$$j_s = \frac{q \cdot D_p \cdot p_{no}}{L_p} + \frac{q \cdot D_n \cdot n_{po}}{L_n} \quad (11.24.)$$

Vyjádříme-li difuzní délky pomocí doby života a difusní konstanty $L = (D\tau)^{1/2}$ a koncentraci minoritních nosičů pomocí intrinsické koncentrace n_i a koncentrace akceptorů N_A a donorů N_D podle (11.10.) a (11.13.), bude hustota saturačního proudu

$$j_s = q \left(\frac{D_p}{\tau_p} \right)^{1/2} \frac{n_i^2}{N_D} + q \left(\frac{D_n}{\tau_n} \right)^{1/2} \frac{n_i^2}{N_A} \quad (11.25.)$$

Z tohoto vztahu vyplývá, že saturační proud v jednostranných přechodech, na př. typu p⁺-n ($N_A \gg N_D$), je určen vlastnostmi slaběji legované části polovodiče, tzv. báze a je menší u silněji legovaných bází. Závislost saturačního proudu na materiálu polovodiče a na teplotě je obsažena v intrinsické koncentraci $n_i(E_g, T)$ podle (11.10.).

Voltampérové charakteristiky reálných plošných přechodů p-n se od ideální odlišují na příklad vlivem generačních a rekombinačních procesů v ochuzené vrstvě, vlivem silné injekce a v důsledku úbytku napětí na seriovém odporu polovodiče při velikých proudech. Některé vlivy je možno kvalitativně odhadnout, určit příslušné proudy a připojit je k difusnímu proudu (11.23.). Takto je problém řešen v monografii [11.2].

V závěrném směru se v ochuzené vrstvě uplatňují generační procesy, neboť $n_p < n_i^2$, které způsobí generační proud j_g , jehož hustota je

$$j_g = \frac{q \cdot n_i}{\tau_e} w \quad (11.26.)$$

kde τ_e je efektivní doba života. Protože tloušťka ochuzené vrstvy w závisí na napětí podle (11.12.), kde k difusnímu napětí U_D připočteme napětí v závěrném směru U_R , bude proud v závěrném směru o hustotě j_R záviset na napětí

$$j_R = j_s + j_g(U_R)$$

a např. pro strmý přechod bude

$$j_g \sim (U_D + U_R)^{1/2} \quad (11.27.)$$

V propustném směru budou v ochuzené vrstvě převládat záchytné procesy ($n_p > n_i^2$) spojené s rekombinačním proudem j_r , který je závislý na napětí v propustném směru

$$j_r \sim \exp(q \cdot U / 2 \cdot k \cdot T) \quad (11.28.)$$

Při velkých proudových hustotách nastává silná injekce, při které je koncentrace injektovaných minoritních nosičů srovnatelná s koncentrací majoritních nosičů. I v tomto případě je proud v propustném směru dán závislostí typu (11.28.). Hustotu proudu v propustném směru j_p lze tedy vyjádřit závislostí typu

$$j_p \sim \exp(q \cdot U / m \cdot k \cdot T) \quad (11.29.)$$

Pro difusní proud je $m = 1$ a pro rekombinační proud a silnou injekci je $m = 2$.

Vliv sériového odporu polovodiče R_s lze do voltampérové charakteristiky (11.23.) zahrnout takto

$$I = I_s [\exp\{q(U - I R_s) / k T\} - 1] \quad (11.30.)$$

kde $U - I R_s$ je napětí na vlastním p - n přechodu.

11.3. PRŮRAZ PŘECHDU P - N.

Při velkém závěrném napětí na p - n přechodu dochází k silnému zvětšení proudu - průrazu a přechodem teče závěrný proud mnohem větší než je saturační proud $I_R = -I_s$, který vyplývá z ideální voltampérové charakteristiky (11.23.) pro velká záporná napětí. Příčinou průrazu může být [11.2.], [11.3.] :

- tepelná nestabilita
- tunelový jev
- lavinové násobení

Tepelná nestabilita je způsobena zahříváním polovodiče Jouleovým teplem, které vzniká průchodem proudu při závěrném napětí. Protože saturační proud je silně závislý na teplotě - prostřednictvím teplotní závislosti intrinsické koncentrace (11.25.) a (11.10.) - dochází k jeho růstu, tím ke zvětšení Jouleova tepla a dalšímu růstu teploty a proudu. Při tomto typu průrazu může dojít k nevratné destrukci p - n přechodu.

Tunelový jev způsobuje v závěrném směru při silných elektrických polích přechod elektronů z valenčního do vodivostního pásu přes potenciálovou bariéru v ochuzené vrstvě. Aby se elektron dostal do vodivostního pásu musí překonat potenciálovou bariéru výšky E_g/q a tloušťky w .

Hustota tunelového proudu j_t p - n přechodem s napětím U , intenzitou elektrického pole E je [11.2.]

$$j_t = \frac{\sqrt{2 \cdot m^* \cdot q^3 \cdot E \cdot U}}{4 \pi^2 \cdot \hbar^2 \cdot \sqrt{E_g}} \exp \left\{ - \frac{4 \sqrt{2 \cdot m^* \cdot E^{3/2}}}{3 \cdot q \cdot E \cdot \hbar} \right\} \quad (11.31.)$$

Tunelový proud výrazně roste s intenzitou elektrického pole E a ta je velká při vysoké koncentraci donorů a akceptorů na obou stranách p - n přechodu (11.7.).

Lavinové násobení volných nositelů proudu v ochuzené vrstvě vzniká nárazovou ionizací atomů polovodiče při vysokých elektrických polích. Ionizací vznikají páry elektron - díra generací přes zakázaný pás. Tento děj určuje horní hranici závěrného napětí p - n přechodů. Podmínku pro průraz p - n přechodu lavinovým násobením najdeme tak, že vypočítáme hustoty elektronového a děrového proudu v ochuzené vrstvě z rovnice kontinuity a vyjádříme jejich poměr při výstupu a vstupu do ochuzené vrstvy. Rovnice kontinuity pro díry má ve stacionárním případě tvar

$$0 = G - \frac{1}{q} \cdot \text{div } j_p \quad (11.32.)$$

G je rychlost generace párů elektron - díra

$$G = \alpha_p \cdot p \cdot v_p + \alpha_n \cdot n \cdot v_n$$

v_p a v_n jsou rychlosti elektronů a děr

$$\alpha_n, \alpha_p = f(E) \quad (11.33.)$$

jsou ionizační koeficienty elektronů a děr, které jsou silně závislé na intenzitě elektrického pole E . Po vyřešení rovnice (11.32.) můžeme určit hledaný poměr

$$M_p = \frac{j_p(w)}{j_p(0)}$$

kde $j_p(0)$ je hustota děrového proudu vstupujícího a $j_p(w)$ je hustota proudu vystupujícího z ochuzené vrstvy tloušťky w . Průraz p - n přechodu se určí z podmínky

$$M_p \rightarrow \infty$$

která je splněna, když tzv. ionizační integrál se rovná jedničce. Pro díry má tato podmínka tvar

$$\int_0^w \alpha_p \cdot \exp \left\{ - \int_0^x (\alpha_p - \alpha_n) dx \right\} dx = 1 \quad (11.34.)$$

a pro elektrony

$$\int_0^w \alpha_n \cdot \exp \left\{ - \int_x^w (\alpha_n - \alpha_p) dx \right\} dx = 1 \quad (11.34.)$$

Průraz p - n přechodu nastane, je-li splněna podmínka (11.34.) aspoň pro jeden druh nositelů proudu. Známe-li závislost ionizačních koeficientů α_n , α_p na intenzitě elektrického pole (11.33.), můžeme z ionizačního integrálu (11.34.) určit maximální intenzitu elektrického pole a tloušťku ochuzené vrstvy w potřebnou k průrazu přechodu. Z těchto hodnot pak určíme maximální závěrné napětí U_B při průrazu lavinovým násobením. Pro jednostranný strmý p⁺-n přechod je

$$U_B = \frac{1}{2} E_m \cdot w = \frac{\epsilon_s \cdot E_m^2}{2 \cdot q \cdot N_B} \quad (11.35.)$$

ϵ_s je permitivita polovodiče a N_B je koncentrace příměsí ve slaběji legované části polovodiče, v našem případě je $N_B = N_D$.

Uvedené příčiny průrazu p - n přechodu mohou působit buď samostatně nebo současně. Lze je rozlišit podle velikosti závěrného napětí případně podle teplotní závislosti závěrného napětí. Podle velikosti závěrného napětí U_B lze rozlišit typy průrazu takto:

Pro $U_B < 4 E_g/q$ se uplatní tunelový jev,

pro $4 E_g/q < U_B < 6 E_g/q$ se uplatní tunelový jev a lavinové násobení

a pro $U_B > 6 E_g/q$ je průraz způsoben lavinovým násobením. Podle teplotní závislosti průrazného napětí U_B lze rozlišit oba mechanismy tak, že při tunelovém jevu napětí U_B při vzrůstající teplotě klesá, viz (11.31.), kdežto při průrazu lavinovým násobením U_B roste [11.2.] .

11.4. KAPACITA P - N PŘECHODU.

V ochuzené vrstvě p - n přechodu je kladný a záporný náboj ionizovaných příměsí, jehož velikost závisí na napětí vloženém na přechod. Protože téměř nevodivá ochuzená vrstva navazuje na vodivé části polovodiče, chová se p - n přechod podobně jako deskový kondenzátor se vzdáleností desek rovnající se tloušťce ochuzené vrstvy. Ovšem s tím rozdílem, že závislost náboje v ochuzené vrstvě na napětí není lineární a kapacita nebude konstantní. V takovém případě určujeme diferenciální kapacitu jako derivaci náboje při určitém (stejnoseměrném) napětí na p - n přechodu.

Závislost náboje na napětí určíme pro strmý p - n přechod s ostře ohraničenou ochuzenou vrstvou tloušťky w a plochou p - n přechodu A . Kladný náboj v n - části ochuzené vrstvy je podle obr. 11.1.a).

$$Q = A q \int_0^{x_n} N_D \cdot dx = A \cdot q \cdot N_D \cdot x_n \quad (11.36.)$$

x_n vyjádříme pomocí tloušťky ochuzené vrstvy $w = x_p + x_n$ a využijeme nábojové neutrality celé ochuzené oblasti (11.7.)

$$x_n = w \frac{N_A}{N_A + N_D} \quad (11.37.)$$

Tloušťka ochuzené vrstvy závisí na napětí podle vztahu (11.12.), do kterého musíme k difuznímu napětí U_D připočítat vnější závěrné napětí U . Dosadíme-li tedy do (11.36.) x_n podle (11.37.) a w podle (11.12.) dostaneme závislost náboje na napětí

$$Q(U) = A \cdot \left[2 q \epsilon_s \frac{N_D \cdot N_A}{N_D + N_A} \cdot (U_D + U) \right]^{1/2} \quad (11.38.)$$

Diferenciální kapacita strmého přechodu p - n je při napětí U

$$C = \frac{dQ}{dU} = A \left(\frac{q \epsilon_s}{2} \frac{N_D \cdot N_A}{N_D + N_A} \right)^{1/2} \cdot (U_D + U)^{-1/2} \quad (11.39.)$$

V případě jednostranného strmého přechodu $p^+ - n$ ($N_A \gg N_D$) bude kapacita

$$C = A \left(\frac{q \epsilon_s}{2} \cdot N_D \right)^{1/2} \cdot (U_D + U)^{-1/2} \quad (11.40.)$$

Pro lineární přechod s ostře ohraničenou ochuzenou vrstvou lze obdobně odvodit [11.2.]

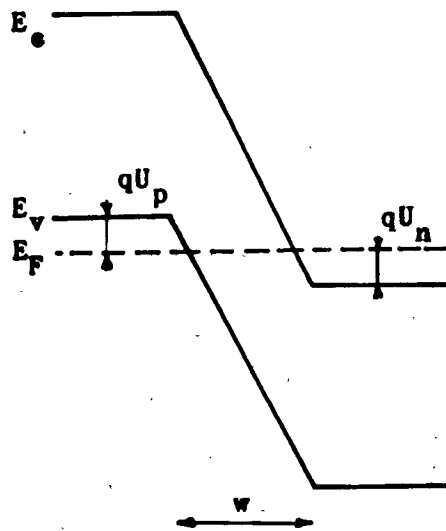
$$C = A \left(\frac{q \epsilon_s}{12} \cdot a \right)^{1/3} \cdot (U_D + U)^{-1/3} \quad (11.41.)$$

a je gradient koncentrace příměsí v oblasti ochuzené vrstvy. Pro oba tyto modely p - n přechodu je kapacita stejná jako kapacita deskového kondenzátoru se vzdáleností desek rovnající se tloušťce ochuzené vrstvy.

Pro jiný průběh koncentrace příměsí v p - n přechodu dostaneme jinou závislost kapacity na napětí.

11.5. TUNELOVÁ DIODA.

Jsou-li obě strany p - n přechodu silně legované ($N_A > N_V$ a $N_D > N_C$) leží Fermiho energie ve valenčním pásu p - typu a ve vodivostním pásu n - typu polovodiče - viz obr. 11.2. Protože tloušťka ochuzené vrstvy je v takovém případě malá a intenzita elektrického pole vysoká, může v takovém p - n přechodu existovat tunelový proud v závěrném i v propustném směru. Takový p - n přechod má tunelová dioda



Obr. 11.2. Přechod p-n tunelové diody bez napětí.

nazývaná také podle svého objevitele Esakiho dioda [11.4.] Je pro ni typický záporný diferenciální odpor v propustné části voltampérové charakteristiky.

Tunelový proud se vypočítá jako rozdíl proudu elektronů z vodivostního do valenčního a z valenčního do vodivostního pásu

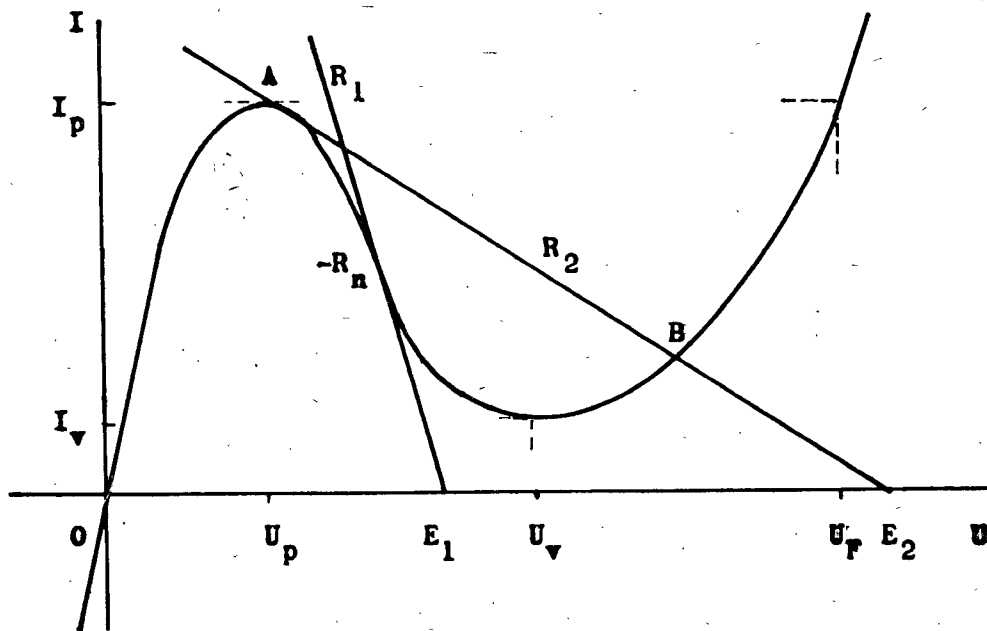
$$I_t = I_{C \rightarrow V} - I_{V \rightarrow C} \quad (11.42.)$$

Výpočet vede na tuto závislost proudu I_t na napětí [11.6.]

$$I_t = A' \cdot T_t \cdot \frac{q^3 U}{k \cdot T} \cdot (U_n + U_p - U)^2 \quad (11.43.)$$

A' je konstanta, T_t je pravděpodobnost tunelového přechodu elektronů a U_n , U_p jsou Fermiho potenciály - viz obr. 11.2. Tunelový proud dosahuje maximální hodnoty I_p při napětí U_p

$$U_p = \frac{1}{3} (U_n + U_p) \quad (11.44.)$$



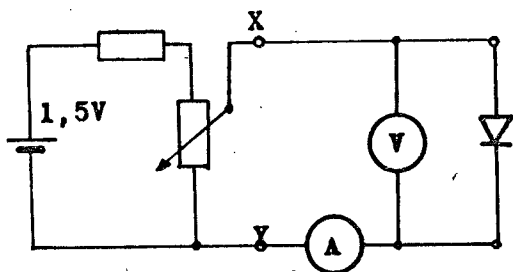
Obr. 11.3. Voltampérová charakteristika tunelové diody. Záporný diferenciální odpor v inflexním bodě je $-R_n$.

Kromě tohoto tunelového proudu existuje v $p^+ - n^+$ přechodu ještě tzv. nadproud, který je způsoben přechodem elektronů z valenčního do vodivostního pásu přes stavy v zakázaném pásu. Voltampérová charakteristika tunelové diody se určí sečtením všech tří proudů:

$$I = I_t + I_x + I_D$$

I_x je nadproud a I_D je difusní proud, který teče přechodem bez tunelování. Příklad voltampérové charakteristiky tunelové diody je na obr. 11.3. Tunelový proud se uplatňuje v závěrné části charakteristiky a v propustném směru asi do napětí údolního U_V . Nadproud se uplatní v údolní části charakteristiky a pro napětí větší než U_F převládá difusní proud. Důležitým parametrem tunelové diody je záporný diferenciální odpor R_n , který je nejmenší v inflexním bodě charakteristiky a podíl maximálního a minimálního proudu v záporné oblasti charakteristiky $p = I_P/I_V$. V případě, že tento podíl je roven 1, záporný odpor neexistuje a dioda se nazývá inverzní.

11.6. EXPERIMENTÁLNÍ ČÁST.



Obr. 11.4. Schema zapojení pro měření V - A charakteristik v propustném a v závěrném směru při malých proudech.

Voltampérové charakteristiky plošné diody měříme v propustném i v závěrném směru (mimo oblast průrazu) v zapojení podle obr. 11.4. Toto zapojení používáme pro měření v oblasti malých proudů do jednotek mA. Pro větší proudy v propustném směru zaměníme potenciometr s monočlánkem mezi body X, Y elektronickým zdrojem s regulací a s nastavitelným omezením proudu, na př. školní typ Tesla BK 127.

Měřicí přístroje volíme podle požadovaného rozsahu proudů a napětí. Jako ampérmetr je vhodný číslicový pikoampérmetr, na př. Tesla BM 545 s měřicím rozsahem 1 pA až 2 A, a jako voltmetr elektrometr, na př. Vakutronik VA - J - 51.1, který má vstupní odpor větší než 10^{12} ohmů. Běžné číslicové voltmetry mají vstupní odpor menší $10^8 - 10^9$ ohmů. Při měření velmi malých proudů a napětí je třeba diodu i přívody k přístrojům chránit stíněním před rušivým elektrickým polem.

Závěrnou část charakteristiky v oblasti průrazu měříme opět v zapojení podle obr. 11.4. (zaměníme polaritu diody) s tím, že místo zdroje napětí použijeme zdroje konstantního proudu regulovatelného v rozsahu od 1 μ A do 100 mA, který připojíme mezi svorky X, Y. Toto uspořádání chrání diodu před poškozením nadměrným proudem. Jako voltmetr můžeme

použít běžný číslicový voltmetr.

Měření tunelové diody.

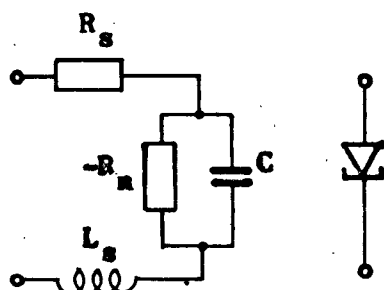
Jelikož tunelová dioda je prvek, který obsahuje záporný odpor, indukčnost a kapacitu, působí někdy potíže měření v oblasti záporného odporu. Dioda se totiž může v měřicím obvodu buď rozkmitat, nebo dojde při zvyšování napětí k přeskoku z vrcholu charakteristiky, tj. z bodu (U_p, I_p) na obr. 11.3. do údolní části charakteristiky přes oblast záporného odporu, která tak zůstane nezměřená. Přeskok nastane tehdy, je-li

$$R > |R_n| \quad (11.45.)$$

kde R je seriový odpor mezi zdrojem napětí a diodou a R_n je nejmenší hodnota záporného diferenciálního odporu. Je-li

$$R < |R_n| \quad (11.46.)$$

nemůže přeskok nastat. Oba případy jsou zachyceny na obr. 11.3.; pro $R = R_2$ je naměřená charakteristika nespojitá, protože při zvětšení napětí zdroje E_2 dojde k přeskoku z bodu A do B, pro $R = R_1$ je možno měřit celý průběh záporné části charakteristiky, ovšem za předpokladu, že měřená dioda nekmitá. Podmínku pro to, aby v měřicím obvodu nevznikly oscilace, lze odvodit z náhradního



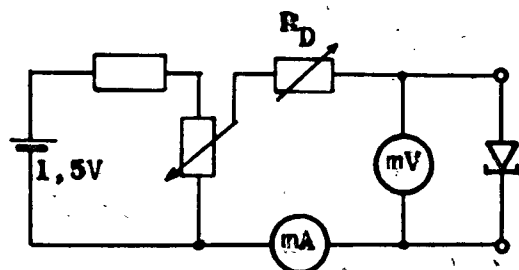
ly oscilace, lze odvodit z náhradního schematu diody na obr. 11.5. Tato podmínka má tvar [11.5.]

$$R > \frac{L_s}{|R_n|C} \quad (11.47.)$$

Obr. 11.5. Náhradní schema tunelové diody.

a vyjadřuje, že rezonanční kmitočet diody musí být vyšší než kmitočet, při němž se stane reálná část impedance diody zápornou. Odpor R v (11.47.) je součet seriového odporu diody R_s a vnitřního odporu zdroje napětí, kterým charakteristiku tunelové diody měříme. Schema zapojení pro měření voltampérové charakteristiky tunelové diody je na obr. 11.6. R_D je odporová

dekáda, kterou nastavíme vhodný odpor tak, aby byla současně splněna podmínka (11.46.) i (11.47.).



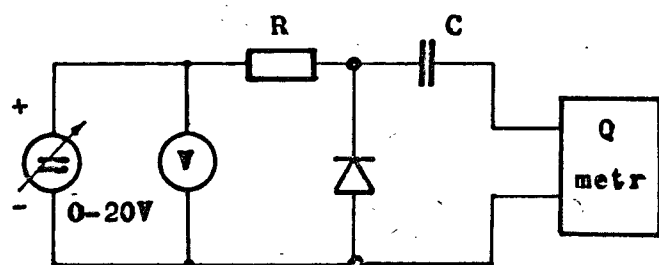
Obr. 11.6. Schema zapojení pro měření V-A charakteristiky tunelové diody.

Pro měření proudu použijeme miliampérmetr s malým vnitřním odporem a pro měření napětí milivoltmetr. Při měření postupujeme velmi opatrně, aby nedošlo k poškození di-

dy. Pozor na záměnu propustné a závěrné polarity diody - viz obr. 11.3.
- v závěrném směru má diody velmi malý odpor!

Měření kapacity p - n přechodu.

Pro měření závislosti kapacity p - n přechodu na napětí v závěrném směru použijeme zapojení podle obr. 11.7. Kapacitu určujeme pomocí



Obr. 11.7. Schema zapojení pro měření závislosti kapacity p - n přechodu na napětí.

cejchovaného kondenzátoru v Q - metru, ke kterému je přes kondenzátor C připojena měřená dioda. Je-li kapacita C mnohem větší než kapacita diody C_D , je celková kapacita rezonančního obvodu Q - metru rovna součtu $C_D + C_K$, kde C_K je kapacita cejchovaného kondenzátoru. Při rezonanci musí být celková kapacita konstantní

$$C_D + C_K = C_0$$

Kde C_0 je kapacita proměnného kondenzátoru C_K při odpojené diodě. Kapacita diody je při napětí U

$$C_D(U) = C_0 - C_K \quad (11.48.)$$

Kondenzátor C odděluje stejnosměrné napětí na diodě od Q-metru. Přes odpor R se přivádí na diodu stejnosměrné napětí z regulovatelného zdroje. Jeho hodnota musí být dostatečně veliká, aby se vlivem malého vnitřního odporu zdroje napětí nezhorsila jakost rezonančního obvodu. Protože měříme diferenciální kapacitu je třeba, aby střídavé napětí na diodě bylo dostatečně malé (~ 100 mV). Pro měření kapacity diody je možné použít také střídavý most.

11.7. ÚKOL PRO MĚŘENÍ.

1. Změřte voltampérové charakteristiky p - n přechodů v Ge a Si v propustném směru od proudů 10^{-7} A u Ge a 10^{-10} A u Si až do 1 A u obou polovodičů a v závěrném směru do napětí -1 V.
Sestrojte grafy charakteristik v semilogaritmické formě $\log I = f(U)$
 - ověřte platnost vztahu (11.23)
 - určete saturační proud I_s
 - určete, ve které oblasti lze charakteristiku vyjádřit závislostí (11.29.) pro $m = 1$ a ve které oblasti pro $m = 2$ a na základě toho
 - určete, ve kterých částech charakteristik převládá difusní proud (11.23.), rekombinační proud (11.28.), silná injekce (11.28.) a kdy se projevuje sériový odpor polovodiče (11.30.)

- podle tvaru závěrné části charakteristiky rozhodněte, zda se uplatňuje generační proud (11.27.).
- 2. Změřte voltampérovou charakteristiku Si Zenerovy diody v oblasti průrazu v rozsahu proudů od $1\ \mu\text{A}$ do $100\ \text{mA}$.
Sestrojte graf závislosti $\log I_R = f(U_R)$ a podle velikosti průrazného napětí U_B určete, zda je průraz způsoben tunelovým jevem nebo lavinovým násobením.
- 3. Změřte voltampérovou charakteristiku tunelové diody v propustném i v závěrném směru a sestrojte její graf;
 - určete záporný diferenciální odpor
 - určete význačné body na charakteristice: I_P , I_V , U_P , U_V , U_F a poměr $p = I_P/I_V$
 - ověřte, zda v okolí bodu $A(U_P, I_P)$ odpovídá průběh charakteristiky rovnici (11.43.)
 - určete polohu Fermiho energie vzhledem k okrajům příslušného pásu v p^+ i n^+ typu za předpokladu, že jsou stejné. Použijte pásové schéma na obr. 11.2 a vztah (11.44.)
 - vysvětlete průběh charakteristiky pomocí pásového schématu na obr. 11.2, případně použijte literaturu [11.2.], [11.3.].
- 4. Změřte závislost kapacity $p - n$ přechodu v Si diodě na závěrném napětí. Sestrojte graf závislosti $\log C_D = f(\log U)$;
 - určete exponent n v závislosti $C_D = K \cdot U^n$ a podle (11.40.) a (11.44.) rozhodněte, zda $p - n$ přechod je strmý nebo lineární
 - sestrojte graf závislosti $1/C_D^n = f(U)$ a z něho pomocí (11.40.) určete difusní napětí U_D , případně koncentraci příměsí N_B v bázi, resp. gradient koncentrace příměsí a podle (11.41.).

LITERATURA

- [11.1.] Shockley W.: Electrons and Holes in Semiconductors, D. Van Nostrand, Princeton, N. J. 1950
- [11.2.] Sze S.M.: Physics of Semiconductor Devices (2. vydání), ruský překlad, Moskva 1984
- [11.3.] Frank H., Šnejdar V.: Principy a vlastnosti polovodičových součástek, SNTL Praha 1976
- [11.4.] Esaki L.: Phys. Rev. 109 (2), 603 (1958)
- [11.5.] Taušová M.: Sl. obzor 23, 282 (1962)
- [11.6.] Karlovský J.: Phys. Rev. 127, 419 (1962)

12. M Ě Ř Ě N Í O P T I C K Ý C H K O N S T A N T Z O P T I -

C K Ě O D R A Z I V O S T I

Měření optických konstant, které je založeno na interakci elektromagnetického záření s pevnou látkou, poskytuje důležité údaje o pevných látkách jako je energie elektronových stavů, šířka zakázaného pásu, efektivní hmotnost nositelů proudu, relaxační doba nositelů aj. Hlavní výhodou optických metod je to, že jde o metody bezkontaktní a do značné míry nedestruktivní. S problematikou optických měření se seznámíme na příkladu měření optické odrazivosti podložky pokryté tenkou vrstvou.

OPTICKÉ KONSTANTY PEVNÝCH LÁTEK

Průchod optického záření (infrachervené, viditelné, ultrafialové) elektricky vodivým materiálem a chování takového záření na rozhraní různých materiálů lze popsat na základě Maxwellových rovnic. Omezíme-li se pro jednoduchost na homogenní a isotropní prostředí, pak

$$\vec{J} = \sigma \vec{E}, \quad \vec{B} = \mu \cdot \mu_0 \cdot \vec{H} = \mu_0 \cdot \vec{H} \quad (12.1)$$

neboť pro optické frekvence je relativní permeabilita všech materiálů $\mu = 1$. Vektor elektrického posunutí lze vyjádřit

$$\vec{D} = \epsilon \cdot \epsilon_0 \cdot \vec{E} = \epsilon_0 \cdot \vec{E} + \vec{P}, \quad (12.2)$$

kde $\vec{P} = N \cdot q \cdot \vec{s}$ je polarizace prostředí způsobená posunutím náboje $N \cdot q$ o vzdálenost \vec{s} ve směru elektrického pole. Dále lze pro dobře vodivé prostředí (což je obvykle přiměřená aproximace i pro polovodiče) položit $\rho = 0$.

Vzhledem k uvedenému lze Maxwellovy rovnice vyjádřit ve tvaru

$$\text{curl } \vec{E} = -\mu_0 \cdot \frac{\partial \vec{H}}{\partial t},$$

$$\text{curl } \vec{H} = \sigma \cdot \vec{E} + \epsilon \cdot \epsilon_0 \cdot \frac{\partial \vec{E}}{\partial t},$$

$$\text{div } \vec{H} = 0, \quad \text{div } \vec{E} = 0,$$

kde ϵ_0 , μ_0 je permitivita a permeabilita vakua, ϵ relativní per-

mitivita prostředí a σ jeho vodivost. Z vyjádření $\text{curl curl } \vec{E}$ lze nakonec dospět k vlnové rovnici určující chování elektrického pole v látce

$$\nabla^2 \vec{E} - \sigma \cdot \mu_0 \cdot \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} - \mu_0 \cdot \epsilon \cdot \epsilon_0 \cdot \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = 0 \quad (12.4)$$

Podobný vztah lze nalézt i pro vektor intenzity magnetického pole \vec{H} .

Např. x-ovou složku řešení poslední rovnice lze vyjádřit ve tvaru

$$E_x = E_0 \cdot \exp i \cdot \omega \cdot (t - \hat{N} \cdot z / c) \quad (12.5)$$

Řešení vyhovuje vlnové rovnici tehdy, když

$$\hat{N}^2 = c^2 \cdot (\epsilon \cdot \epsilon_0 \cdot \mu_0 - i \cdot \sigma \cdot \mu_0 / \omega) \quad (12.6)$$

Řešení (12.5) vyjadřuje rovinnou vlnu šířící se ve směru osy z , přičemž konstanta charakterizující šíření \hat{N} je obecně komplexní veličina. Je-li vodivost prostředí $\sigma = 0$, pak je \hat{N} reálné a hodnota c / \hat{N} vyjadřuje rychlost šíření vlny. V tomto případě má \hat{N} význam indexu lomu prostředí n .

V případě nenulové vodivosti určuje výraz (12.6) komplexní index lomu,

$$\hat{N}^2 = c^2 \cdot \mu_0 \cdot \epsilon_0 \cdot (\epsilon - i \cdot \sigma / \omega \cdot \epsilon_0) \quad (12.7)$$

Ve vakuu je $\epsilon = 1$ a $\sigma = 0$ a $N = 1$, takže $c^2 \cdot \mu_0 \cdot \epsilon = 1$. Lze tedy vyjádřit

$$\hat{N}^2 = \epsilon - i \cdot \sigma / \omega \cdot \epsilon_0 \quad (12.8)$$

\hat{N} lze vyjádřit pomocí reálných složek n a k ve tvaru

$$\hat{N} = n - i \cdot k \quad (12.9)$$

a vztah pro E_x lze napsat ve tvaru

$$E_x = E_0 \cdot \exp(-\omega \cdot k \cdot z / c) \cdot \exp[i \cdot \omega (t - nz / c)] \quad (12.10)$$

Tento výraz vyjadřuje tlumenou vlnu o frekvenci $\omega / 2\pi$, mající rych-

lost σ / n , kde útlum souvisí s koeficientem k . Podobně lze vyjádřit i složku magnetického pole H_x .

Na základě srovnání (12.8) a (12.9) lze odvodit vztahy

$$n^2 - k^2 = \varepsilon, \quad (12.11)$$

$$2 n \cdot k = \sigma / \omega \cdot \varepsilon_0$$

a dále

$$\begin{aligned} 2. n^2 &= \varepsilon \cdot (1 + \sigma^2 / \omega^2 \cdot \varepsilon^2 \cdot \varepsilon_0^2)^{1/2} + \varepsilon, \\ 2. k^2 &= \varepsilon \cdot (1 + \sigma^2 / \omega^2 \cdot \varepsilon^2 \cdot \varepsilon_0^2)^{1/2} - \varepsilon. \end{aligned} \quad (12.12)$$

Je vhodné uvést, že σ představuje vodivost na optických frekvencích, která se obecně nerovná vodivosti stejnosměrné, nebo nízkofrekvenční.

Z uvedeného vyplývá, že určité prostředí lze charakterizovat buď materiálovými konstantami σ , ε , nebo optickými konstantami n , k . Jejich vzájemná souvislost vyplývá z uvedených vztahů.

Snadno nalezneme, že pro $\sigma \rightarrow 0$ a $k \rightarrow 0$ je $n^2 \rightarrow \varepsilon$.

Z praktických důvodů se zavádí absorpční koeficient K ,

$$K = 2 \omega \cdot k / \sigma = 4 \pi \cdot k / \lambda,$$

kde λ je vlnová délka ve vakuu. Koeficient K má ten význam, že energie záření poklesne na hodnotu $1/e$ na vzdálenosti rovné $1/K$. Je zřejmé, že na základě měření intenzity prošlého záření vzorkem lze stanovit K , nebo k .

Na druhé straně experimenty umožňující měření vlastností souvisejících s rychlostí vlnění, např. měření interference, vedou ke stanovení n .

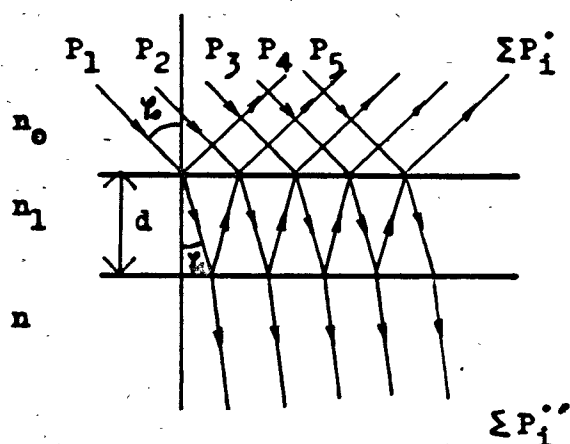
Nezávislé určování konstant n a k je možné zpravidla u materiálů o nepřilíživé velké absorpci. Tloušťka vzorků při měření činí násobek hodnoty $1/K$ a u silně absorbujících materiálů je obtížné zhotovit dostatečně tenké vzorky a proto se měří optická odrazivost. Analýza odrazivosti obvykle vede ke dvěma rovnícím obsahujícím n a k . Při měření odrazivosti je potřeba mít na zřeteli, že případné vrstvy různého původu na povrchu (např. oxidové), nebo poruchy ve zhmožděné vrstvě materiálu u povrchu mohou způsobit odchylky v naměřených hodnotách odrazi-

vosti od odrazivosti neporušeného objemového materiálu. Proto je potřeba věnovat povrchovému opracování vzorku náležitou pozornost.

Na rozhraní mezi dvěma prostředími dochází jednak k odrazu, jednak k lomu elektromagnetické vlny. Amplitudy odražené a prošlé vlny jsou vyjádřeny Fresnelovými vztahy, které dostaneme z okrajové podmínky, že se tangenciální složky \mathcal{E} a \mathcal{H} nemění při průchodu rozhraním. Aniž bychom tyto otázky dále rozebírali (odkazujeme na literaturu [12.1, 12.2]) využijeme Fresnelovy vztahy při vyjádření odrazivosti soustavy podložka s tenkou vrstvou, což je případ, který budeme experimentálně sledovat.

ODRAZIVOST PODLOŽKY S TENKOU VRSTVOU

Uvažujme podložku o indexu lomu n pokrytou tenkou vrstvou o indexu lomu n_1 , prostředí nad vrstvou má index lomu n_0 , obr. 12.1.



Obr. 12.1. Vícenásobné odrazy v tenké vrstvě na podložce.

Dopadá-li na tuto soustavu monochromatické záření dochází k vícenásobným odrazům jak na prvním tak na druhém rozhraní a pro vyjádření intenzity záření při interferenci je potřeba vícenásobné odrazy započítat.

Odrazivost podložky s tenkou vrstvou s přihlédnutím k vícenásobným odrazům lze vyjádřit ve tvaru (pro složku rovnoběžnou s rovinou dopadu) [12.3]

$$R = r_p^2 = \frac{r_p^{12} + r_p^{112} + 2 \cdot r_p^I \cdot r_p^{II} \cdot \cos x}{1 + r_p^{12} \cdot r_p^{112} + 2 \cdot r_p^I \cdot r_p^{II} \cdot \cos x}, \quad (12.14)$$

kde r_p je poměr amplitud odražené a dopadající složky intenzity elektrického pole záření, r_p^I je analogický poměr pro 1. rozhraní, r_p^{II} pro druhé rozhraní, $x = (2\pi/\lambda) \cdot 2 \cdot n_1 \cdot d \cdot \cos \varphi_1$ je drahový rozdíl paprsku ve vrstvě.

Vztah se značně zjednoduší pro kolmý dopad záření na soustavu. V tomto případě má složka rovnoběžná s rovinou dopadu a kolmá k rovině dopadu stejnou hodnotu

$$r_p^I = \frac{n_1 - n_0}{n_1 + n_0} = -r_s^I$$

$$a \quad (12.15)$$

$$r_p^{II} = \frac{n - n_1}{n + n_1} = -r_s^{II}$$

a odrazivost soustavy je možno vyjádřit pro obě složky vztahem

$$R = \frac{n_1^2 \cdot (n - n_0)^2 \cdot \cos^2(x/2) + (n_1^2 - n_0 \cdot n)^2 \cdot \sin^2(x/2)}{n_1^2 \cdot (n + n_0)^2 \cdot \cos^2(x/2) + (n_1^2 + n_0 \cdot n)^2 \cdot \sin^2(x/2)} \quad (12.16)$$

Měníme-li vlnovou délku dopadajícího záření λ , mění se hodnota x a v odraženém záření pozorujeme interferenční jev, který se projeví zvětšováním a zmenšováním intenzity odraženého záření v závislosti na λ . Při tom záleží na hodnotách indexů lomu n_0 , n_1 , n . Pro námi sledovanou soustavu je $n_0 < n_1 < n$ a pro hodnoty

$$2 \cdot n_1 \cdot d = 2m \frac{\lambda}{2}, \text{ kde } m = 1, 2, 3, \dots, \quad (12.17)$$

je $\sin^2(x/2) = 0$ a $\cos^2(x/2) = 1$, odrazivost nabývá největší hodnotu, která se rovná

$$R_{\max} = \left(\frac{n - n_0}{n + n_0} \right)^2 \quad (12.18)$$

Odrazivost je rovna odrazivosti podložky.

Pro

$$2 \cdot n_1 \cdot d = (2m - 1) \frac{\lambda}{2}, \text{ kde } m = 1, 2, 3, \dots, \quad (12.19)$$

je $\sin^2(x/2) = 1$ a $\cos^2(x/2) = 0$, odrazivost nabývá nejmenší hodnotu, která se rovná

$$R_{\min} = \left(\frac{n_1^2 - n \cdot n_0}{n_1^2 + n \cdot n_0} \right)^2 \quad (12.20)$$

Z extrémních hodnot odrazivosti lze určit index lomu podložky

$$n = \frac{1 + \sqrt{R_{\max}}}{1 - \sqrt{R_{\max}}} \cdot n_0, \quad (12.21)$$

index lomu vrstvy

$$n_1^2 = n_0 \cdot n \cdot \frac{1 - \sqrt{R_{\min}}}{1 + \sqrt{R_{\min}}}, \quad (12.22)$$

a z podmínek maxima (12.17) a minima (12.19) odrazivosti i tloušťku vrstvy d po vyloučení veličiny m např. s využitím vztahu

$$\frac{2m}{2m - 1} = \frac{\lambda_{\min}}{\lambda_{\max}}, \quad (12.23)$$

který je splněn tím lépe, čím je menší disperze indexu lomu prostředí.

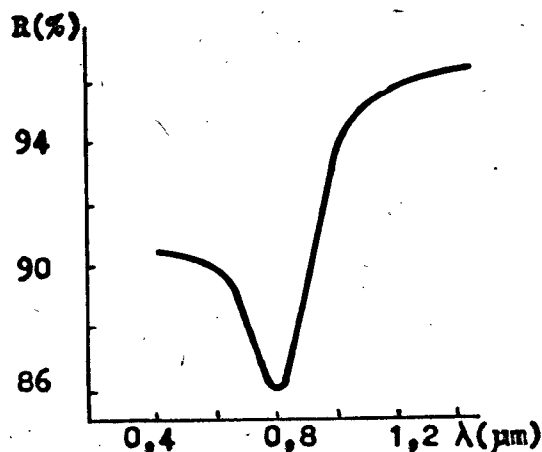
MĚŘENÍ ODRAZIVOSTI

Podle definice odrazivosti bychom měli měřit intenzitu záření dopadajícího na vzorek a intenzitu odraženého záření. Protože však absolutní měření intenzity záření s dostatečnou přesností není jednoduché a navíc potřebná zařízení nejsou běžně dostupná, volí se relativní měření, při kterém se srovnává intenzita záření odraženého od standardního vzorku o známé odrazivosti s intenzitou záření odraženého od měřeného vzorku. V nejjednodušším uspořádání je standardní vzorek umístěn vedle měřeného vzorku a posunutím se vloží do svazku buď standard nebo vzorek tak, aby byly optické dráhy svazku v obou případech stejné. Detektor záření je umístěn ve stálé poloze.

Jako standardního vzorku lze použít napařenou hliníkovou vrstvu, jejíž odrazivost v závislosti na vlnové délce záření je na obr. 12.2. Ve skutečnosti se ukazuje, že napařené hliníkové vrstvy mohou obsahovat dírký a v důsledku toho mají nižší odrazivost. Z těchto důvodů se doporučuje použít jako standardní vzorek křemík, jehož odrazivost ve viditelné a blízké infračervené oblasti závisí na vlnové délce záření vztahem

$$R = A + \frac{B}{\lambda^2} + \frac{C}{\lambda^4}, \quad (12.24)$$

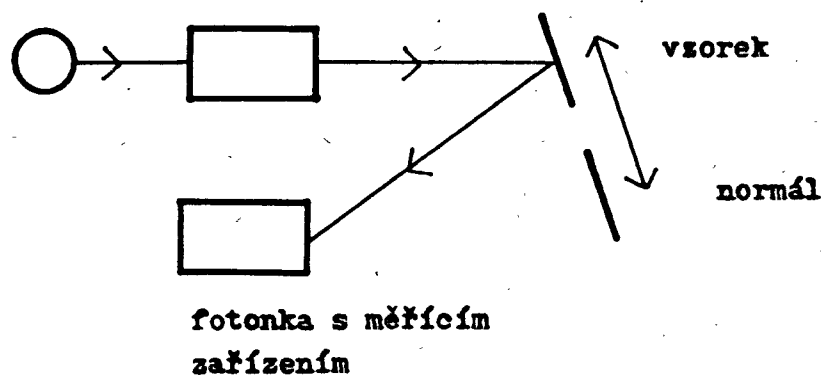
kde $A = 0,30294$, $B = 10670,4$, $C = 2,5486 \cdot 10^9$, vlnovou délku bereme v nm . Případná přirozená kysličníková vrstva na povrchu křemíku mění odrazivost podstatně méně než je chyba měření.



Obr. 12.2. Optická odrazivost hliníku [12.4]

Experimentální uspořádání pro měření odrazivosti je schematicky znázorněno na obr. 12.3. Monochromatické záření získáváme pomocí žárovky a monochromátoru. Vhodný svazek záření vytvoříme pomocí čočky a rovinovým zrcadlem zaměříme svazek tak, aby dopadal kolmo na povrch vzorku. Intenzitu odraženého záření měříme pomocí fotonky. Fotoproud, který je

žárovka monochromátor

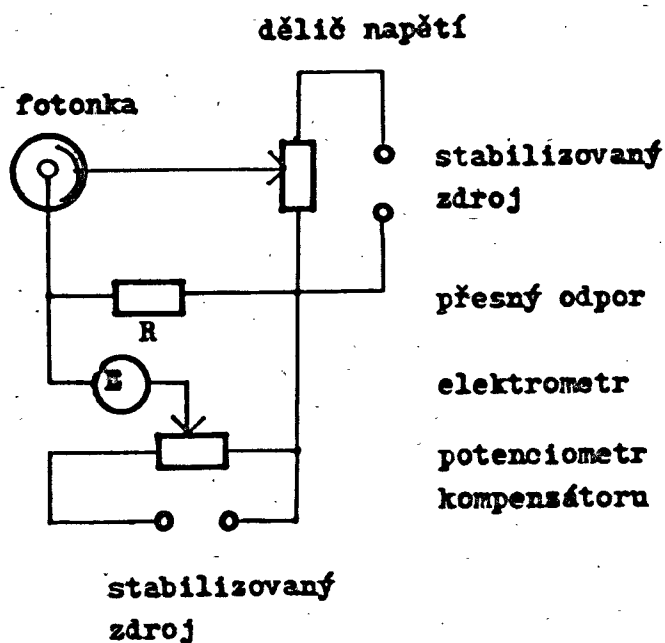


Obr. 12.3. Schéma uspořádání pro měření odrazivosti.

úměrný měřené intenzitě záření prochází přesným odporem a způsobuje na něm napětí, které měříme pomocí kompenzátoru s elektrometrem jako nulovým indikátorem. Podrobný popis funkce zařízení je k dispozici v praktiku.

ÚKOL

Změřte optickou odrazivost křemíku s vrstvou oxidu křemíku (SiO_2) v oboru citlivosti fotonky použitého zařízení (asi 0,4 až 1,1 μm) a z naměřených maxim a minim určete index lomu podložky, vrstvy a tloušťku vrstvy.



Obr. 12.4. Schéma obvodu pro měření intenzity odraženého záření.

LITERATURA

- [12.1] T.S. Moss, G.J. Burrell, B. Ellis, Semiconductor Opto-Electronics Butterworths, London 1973, kap. 1.
- [12.2] J. Brož a kol., Základy fyzikálních měření II B, SPN, Praha 1974, str. 654.
- [12.3] A. Vašíček, Optika tenkých vrstev, Nakl. ČSAV, Praha 1956, kap. 3.
- [12.4] E.D. Palik, Handbook of Optical Constants of Solids, Academic Press, 1985, str. 369.