

GONIOMETRICKÉ VÝRAZY

(Seminář z matematiky I - M1130/02 2016)

(1) Zjednodušte výrazy (uvažujte $x, y \in \mathbb{R}$, pro něž jsou výrazy definovány)

(a) $\frac{1 - \sin x - \cos 2x + \sin 3x}{\sin 2x + 2 \cos x \cos 2x}$ [tg x]

(b) $\frac{\sin x + \sin 3x + \sin 5x + \sin 7x}{\cos x + \cos 3x + \cos 5x + \cos 7x}$ [tg 4x]

(c) $\cos^4 x - \sin^4 x$ [cos 2x]

(d) $\sin x \cdot \cos x (\operatorname{tg} x + \operatorname{cotg} x)$ [1]

(e) $\frac{1 - \operatorname{tg}^2 x}{\cos 2x}$ $\left[\frac{1}{\cos^2 x} \right]$

(f) $\cos 2x + \sin 2x \cdot \operatorname{tg} x$ [1]

(g) $\frac{\cos^2 x \cdot \operatorname{tg} x}{1 - \cos^2 x}$ [cotg x]

(h) $\frac{\sin x + \sin y}{\cos x + \cos y}$ $\left[\operatorname{tg} \frac{x+y}{2} \right]$

(2) Dokažte, že pro všechna $x \in \mathbb{R}$, pro něž jsou následující výrazy definovány, platí:

(a) $2(\sin^6 x + \cos^6 x) - 3(\sin^4 x + \cos^4 x) + 1 = 0$

(b) $2 \cos^2 x + \cos x - 1 = 2 \cos \frac{3x}{2} \cos \frac{x}{2}$

(c) $\frac{2 \sin 2x - \sin 4x}{2 \sin 2x + \sin 4x} = \operatorname{tg}^2 x$

(d) $1 - (\sin^6 x + \cos^6 x) = 3 \sin^2 x \cdot \cos^2 x$

(e) $\frac{\sin^4 x - \cos^4 x + \cos^2 x}{2(1 - \cos x)} = \cos^2 \frac{1}{2} x$

(f) $\frac{1 + \operatorname{tg} x}{1 - \operatorname{tg} x} = \operatorname{tg} \left(\frac{\pi}{4} + x \right)$