

MATEMATICKÁ ANALÝZA 1
UKÁZKOVÁ ZKOUŠKOVÁ PÍSEMKÁ

I. část

[10 bodů]

PŘÍKLAD 1: Do samostatných obrázků načrtněte grafy funkcí

$$f: y = |1 - x|, \quad g: \left(\frac{1}{2}\right)^x - 1.$$

PŘÍKLAD 2: Určete definiční obor funkce $y = \sqrt{1 - \ln(x - 1)}$.

PŘÍKLAD 3: Najděte inverzní funkci (předpis, definiční obor a obor hodnot) k funkci $y = 3^{-x}$.

PŘÍKLAD 4: Určete polynom s reálnými koeficienty, který má dvojnásobný kořen $x_{12} = 0$ a kořen $x_3 = 1 + i$.

PŘÍKLAD 5: Vypočtěte limity posloupností

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\sqrt{n^2 - 1} - n \right), \quad \lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{n} \right)^{3n+5}.$$

PŘÍKLAD 6: Určete rovnici tečny a normály ke grafu funkce $y = \frac{1}{x^2+1}$ v bodě $[1, ?]$.

PŘÍKLAD 7: Určete funkci jejíž extrémy byste hledali, pokud byste do koule o poloměru R měli vepsat kužel s největším objemem.

PŘÍKLAD 8: Pomocí ε a δ definujte $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 1$. Nakreslete ilustrační obrázek.

PŘÍKLAD 9: Z definice derivace odvoďte derivaci funkce $y = x^2$ v libovolném bodě x_0 .

PŘÍKLAD 10: Udejte příklad posloupností $\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$ a $\{b_n\}_{n=1}^{\infty}$, jež splňují $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = \infty$, $\lim_{n \rightarrow \infty} b_n = \infty$ a $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{b_n} = 0$.

II. část

[2+2+2+4=10 bodů]

PŘÍKLAD 1: Rozložte na parciální zlomky funkci

$$y = \frac{1}{x^4 - 1}$$

PŘÍKLAD 2: Derivujte a upravte

$$y = \sqrt{x - x^2} - \operatorname{arctg} \sqrt{\frac{1-x}{x}}.$$

PŘÍKLAD 3: Vypočtěte limitu

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \left(\frac{2}{\pi} \arccos x \right)^{\frac{1}{x}}.$$

PŘÍKLAD 4: Vyšetřete průběh funkce

$$y = \frac{e^x}{x + 1}.$$