

Domácí úloha z 20. října 2016 (odevzdává se 27. října 2016)

V podokruhu $\mathbb{Z}[\sqrt{10}] = \{a + b\sqrt{10}; a, b \in \mathbb{Z}\}$ tělesa reálných čísel \mathbb{R} je dána podmnožina

$$I = \{a + b\sqrt{10}; a, b \in \mathbb{Z}, 13 \mid 2a - b\}.$$

Pro množinu I dokažte, že je ideálem okruhu $\mathbb{Z}[\sqrt{10}]$. Dále rozhodněte, zda je to ideál hlavní, ideál maximální, prvoideál (svá rozhodnutí dokazujte).

[Při práci s okruhy $\mathbb{Z}[i]$ a $\mathbb{Z}[i\sqrt{5}]$ jsme s úspěchem využili druhou mocninu absolutní hodnoty, kterou nyní použít nelze. Ve stejné roli zde však je možné použít zobrazení $a + b\sqrt{10} \mapsto (a + b\sqrt{10})(a - b\sqrt{10}) = a^2 - 10b^2$.]