

## Domácí úkol ze šestého cvičení

**Příklad 6. Skripta, příklad 60 na straně 128.** V  $\mathcal{A}_3$  nalezněte parametrické vyjádření přímky v mimoběžek  $p, q$ , která je rovnoběžná s rovinami  $\varrho$  a  $\sigma$ . Přitom:

- $p : X = [-5, 2, 2] + t(2, 0, 1)$ ;
- $q : z - 2 = 0, 5x - 8y + 9z + 100 = 0$ ;
- $\varrho : X = [3, 0, 0] + r(3, 2, 0) + s(1, 0, 2)$ ;
- $\sigma : x - 4y - 3z + 12 = 0$ .

---

*Řešení.* Úlohu převedeme na hledání přímky mimoběžek  $p, q$  zadané směrem. Tento směr bude přitom zřejmě totožný se směrem průsečnice rovin  $\varrho$  a  $\sigma$  – nejprve tedy najdeme jejich průsečnici.

Převedeme vyjádření roviny  $\varrho$  na obecný tvar. Protože  $(3, 2, 0) \times (1, 0, 2) = (4, -6, -2)$  a  $[3, 0, 0] \in \varrho$ , obecná rovnice roviny  $\varrho$  je  $2x - 3y - z - 6 = 0$ . Nyní můžeme vyřešit soustavu dvou rovnic (vyjádření rovin  $\varrho$  a  $\sigma$ ) o třech neznámých.

$$\left( \begin{array}{ccc|c} 2 & -3 & -1 & 6 \\ 1 & -4 & -3 & -12 \end{array} \right) \implies \begin{array}{l} x = 6 + u \\ y = u \\ z = 6 - u \end{array}$$

Hledaný směr přímky mimoběžek  $p, q$  je tedy vektor  $(1, 1, -1)$ . Způsobem popsaným na cvičení dále zjistíme její parametrické vyjádření.

Směr  $(1, 1, -1)$  a přímka  $p$  zadávají rovinu  $\alpha$ , která protíná přímku  $q$  v jistém bodě  $Q$  – ten bude průsečíkem hledané přímky s přímkou  $q$ . Parametrické vyjádření roviny  $\alpha$  je tedy zřejmě  $\alpha : X = [-5, 2, 2] + t_1(2, 0, 1) + t_2(1, 1, -1)$  – protože je přímka  $q$  vyjádřena neparаметricky, bude vhodné i vyjádření roviny  $\alpha$  převést na obecné. Protože  $(2, 0, 1) \times (1, 1, -1) = (-1, 3, 2)$  a  $[-5, 2, 2] \in \alpha$ , obecná rovnice roviny  $\alpha$  je  $x - 3y - 2z + 15 = 0$ . Nyní můžeme vyřešit soustavu tří rovnic (vyjádření roviny  $\alpha$  a přímky  $q$ ) o třech neznámých.

$$\left( \begin{array}{ccc|c} 1 & -3 & -2 & -15 \\ 5 & -8 & 9 & -100 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \end{array} \right) \implies Q = [-38, -9, 2]$$

Hledané parametrické vyjádření přímky  $v$  je tedy  $v : X = [-38, -9, 2] + a(1, 1, -1)$ .