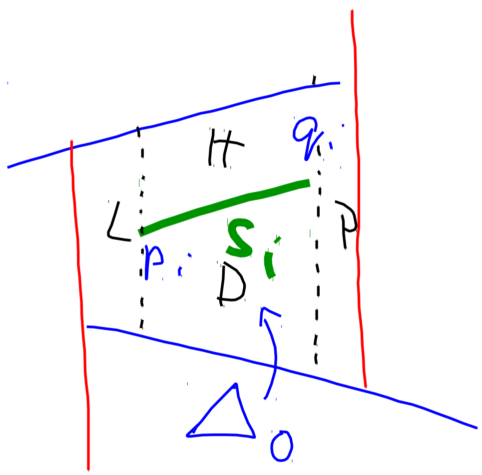
LICHOBĚŽNÍKOVÁ MAPA

Pokračování

Přechod od $T(S_{i-1})$ k $T(S_i)$

$S_i = \{s_1, s_2, \dots s_i\}$

Nová úsečka s_i leží pouze v jediném lichoběžníku Δ_0



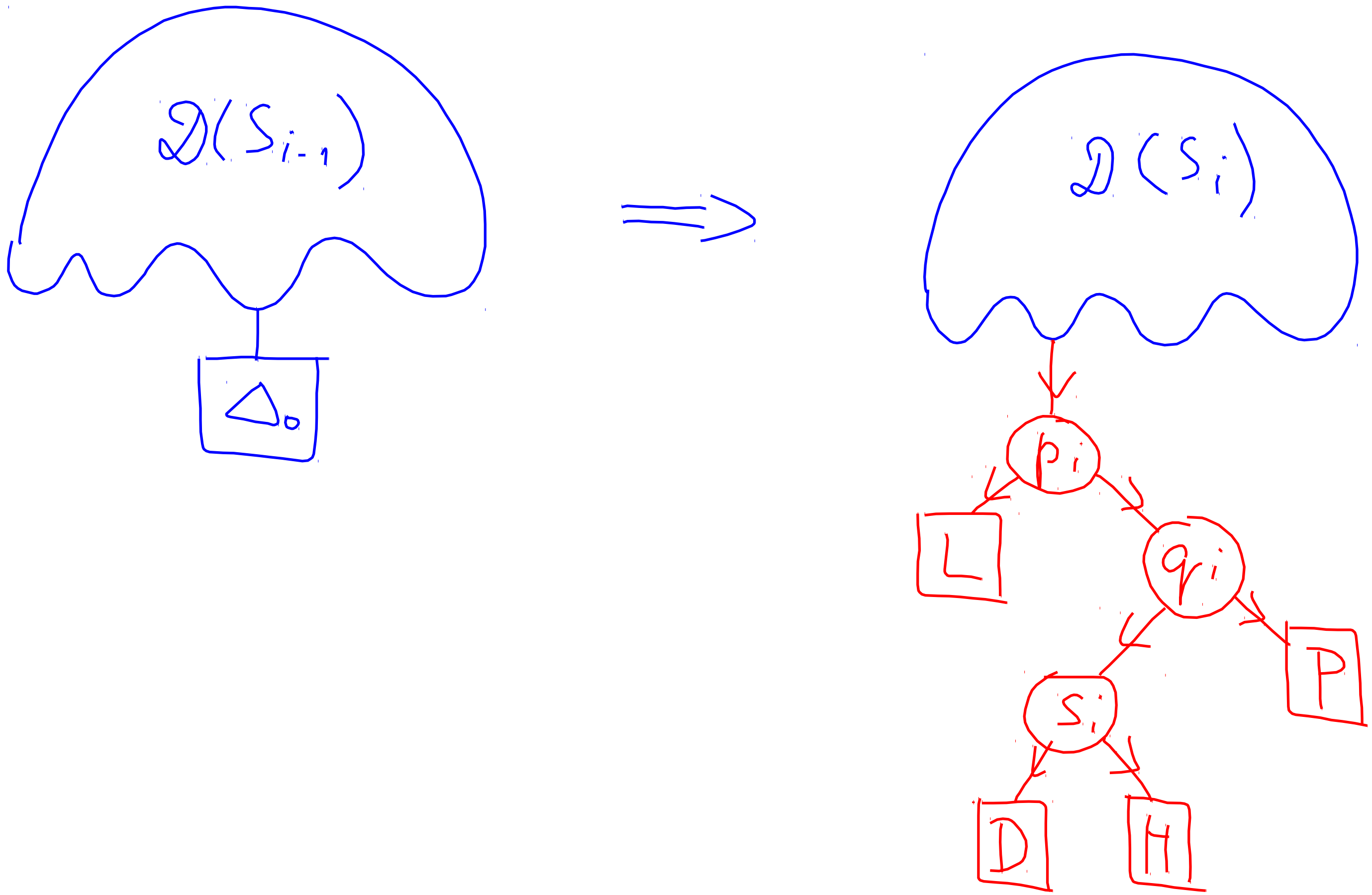
V $T(S_{i-1})$ zrušíme Δ_0 a nahradíme lichoběžníky

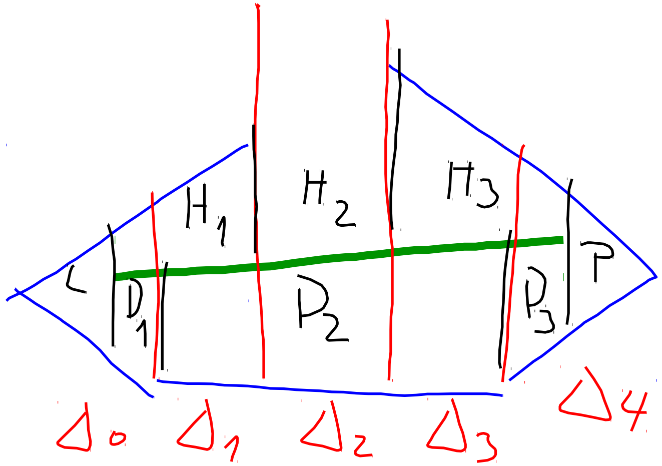
L ... stejný top, bottom, leftp jako Δ_0, rightp p_i

H ... stejný top jako Δ_0, bottom je s_i, leftp p_i, rightp je q_i

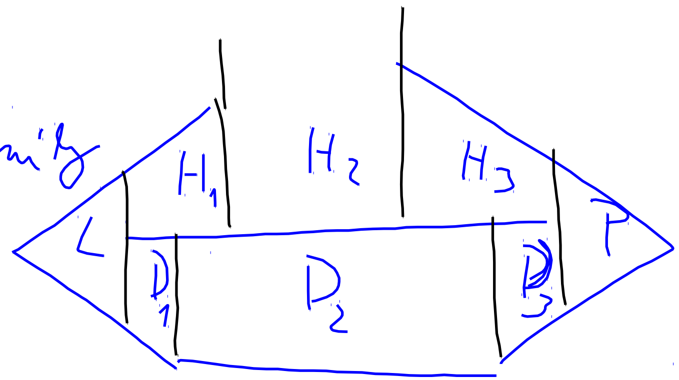
atd.

Změna vyhledávací struktury z $\mathcal{D}(S_{i-1})$ na $\mathcal{D}(S)$

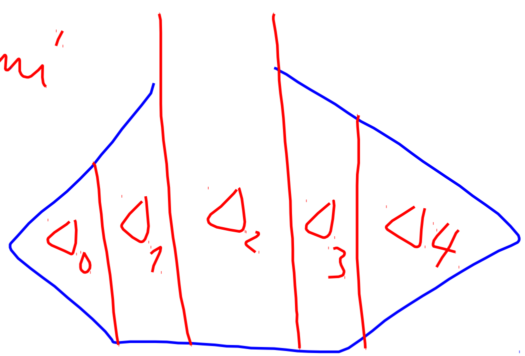




Nové lichoběžníky



Původní



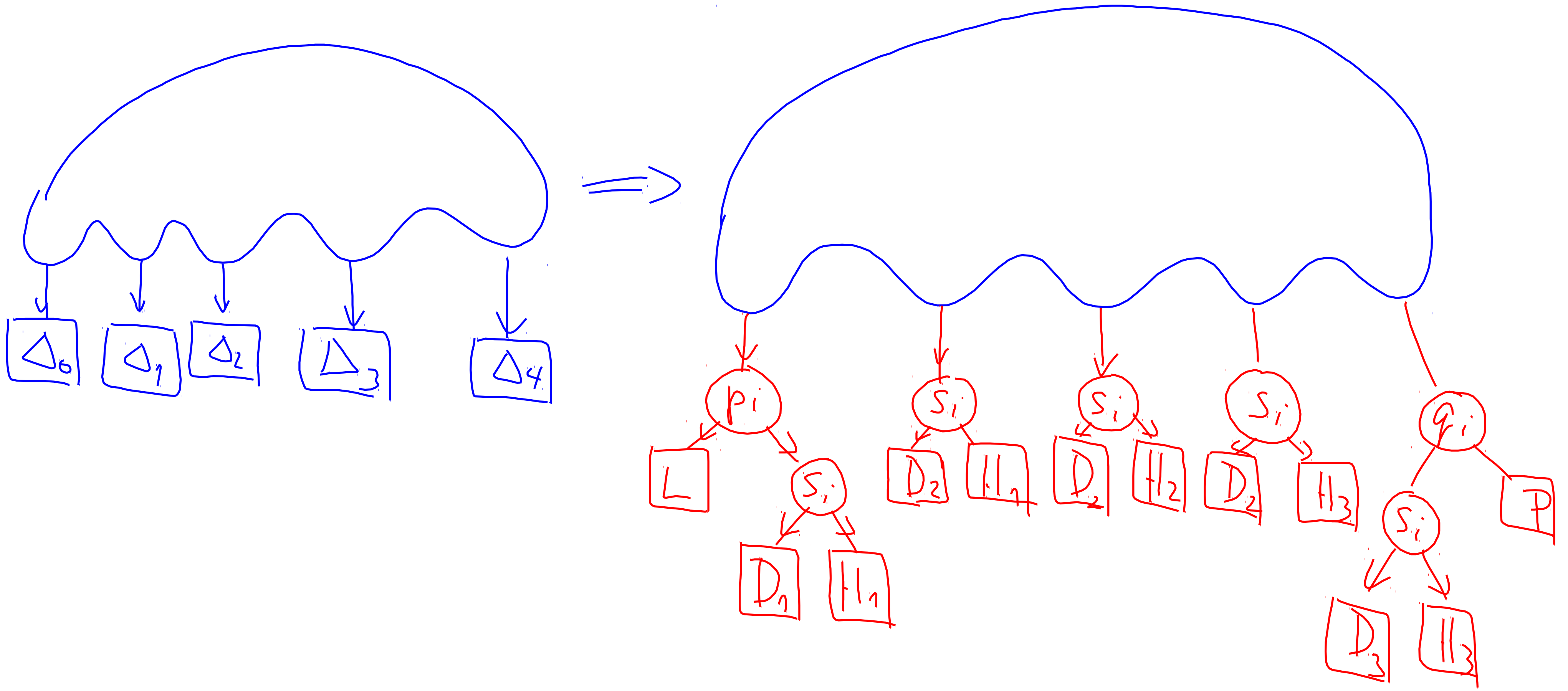
$T(S_{i-1}) \longrightarrow T(S_i)$

Nové lichoběžníky P_1, H_1, H_2, P_2 vytvoříme podle polohy původních lichoběžníků $\Delta_0, \Delta_1, \Delta_2, \Delta_3$ vzhledem k s_i (jsou pod nebo nad)

Protože původní Δ_4 leží vpravo od q_i, vytvoříme vlevo od q_i dva lichoběžníky: nad s_i H_3, pod s_i D_3.

④

Zmiana $\mathcal{D}(S_{i-1})$



Odstranění předpokladu, že každé dva různé koncové body úseček mají různé x-ové souřadnice

Pomocí tzv. shear transformation

Místo bodu $p=(x,y)$ uvažujeme bod $\varphi(p)=(x+\varepsilon y, y)$ pro $\varepsilon > 0$ dostatečně malé.

Jestliže máme dva body p a q a platí $p_x < q_x$, pak pro dostatečně malé $\varepsilon > 0$ je i rovněž

$$p_x + \varepsilon p_y < q_x + \varepsilon q_y$$

$$p_x - q_x < \varepsilon(\underbrace{q_y - p_y}_{<0})$$

Jestliže $p_x = q_x$ a $p_y < q_y$, pak platí

$$\frac{p_x - q_x}{q_y - p_y} > \varepsilon > 0$$

$$p_x + \varepsilon p_y < q_x + \varepsilon q_y$$

Jestliže $p \neq q$, tak $\varphi(p)$ a $\varphi(q)$ mají různé x-ové souřadnice

Podstatné je, že žádné ε nemusíme počítat.

Stačí si uvědomit, že uspořádání bodů $\varphi(p), \varphi(q)$ podle x-ové souřadnice pro dost malé ε je <u>stejné</u> jako lexikografické uspořádání nejdřív podle x a pak podle y.

$$\boxed{\varphi_\varepsilon(p)_x < \varphi_\varepsilon(q)_x \iff p < q \text{ lexikograficky}}$$

$$p_x < q_x \implies p_x + \varepsilon p_y < q_x + \varepsilon q_y \iff \varphi(p)_x < \varphi(q)_x$$

$$p_x = q_x \text{ a } p_y < q_y \implies p_x + \varepsilon p_y < q_x + \varepsilon q_y \iff \varphi(p)_x < \varphi(q)_x$$

Pravidlo – když jsme se v algoritmu pro speciální případ rozhodovali podle souřadnice x, tam se v obecném případě rozhodujeme podle lexikografického uspořádání

– rozhodování podle souřadnice y zůstane zachováno

Věta: Pro množinu n úseček lze zkonstruovat lichoběžníkovou mapu T a vyhledávací strukturu D v očekávaném čase $O(n \log n)$.

Očekávaná velikost vyhledávací struktury je $O(n)$.

Očekávaný čas vyhledávání je $O(\log n)$.

Důkaz v e-learningu.

(9)

Pravděpodobnost, že $X_i \neq 0$ znamená pravděpodobnost, že hledaný bod z leží v lichoběžníku Δ, který vznikl přidáním s_i

$$p(\text{bottom } \Delta = s_i) = \frac{1}{i}$$

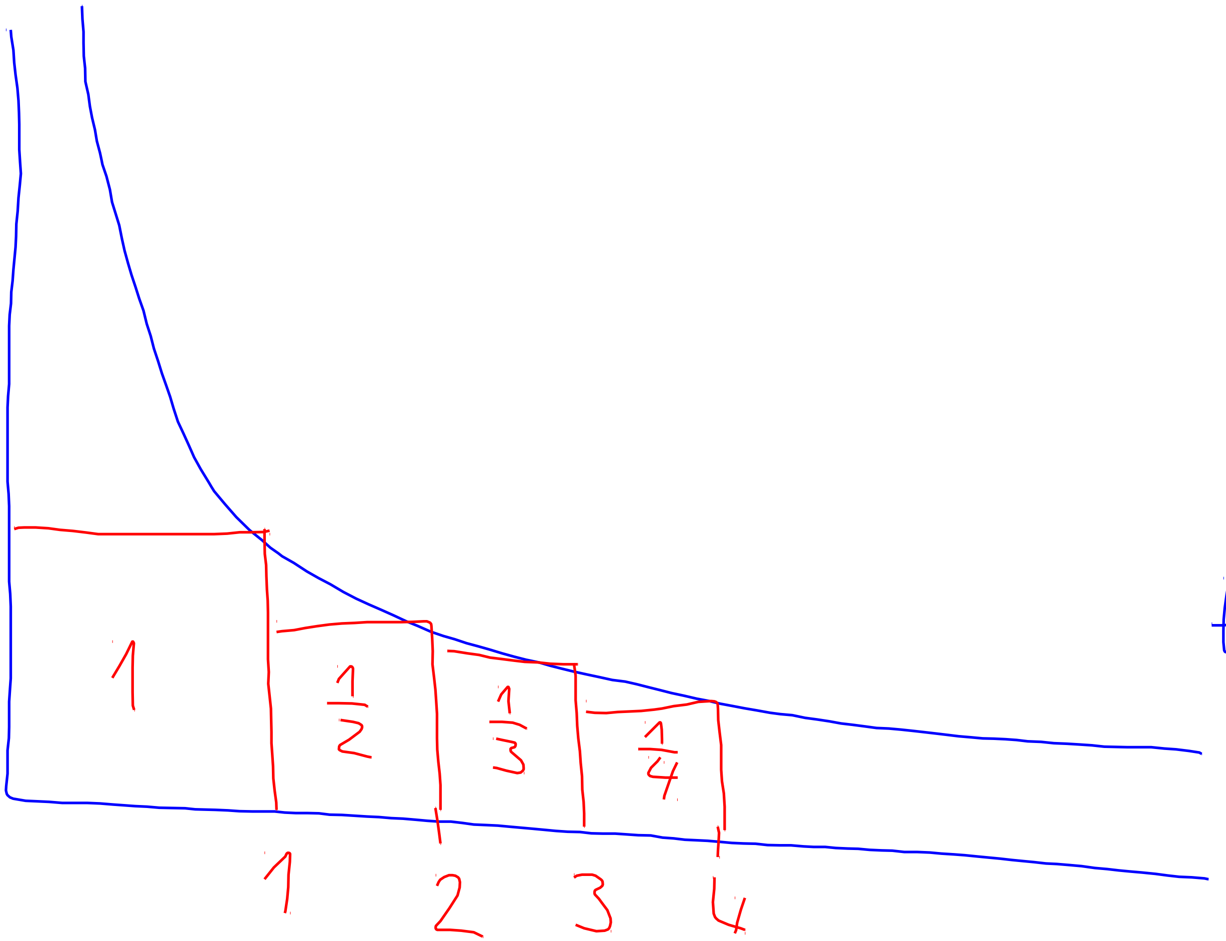
$$p(\text{top } \Delta = s_i) = \frac{1}{i}$$

$$p(\text{left } \Delta = p_i \text{ nebo } q_i) = \frac{1}{i}$$

$$p(\text{right } \Delta = p_i \text{ nebo } q_i) = \frac{1}{i}$$

$$p(\Delta \text{ vznikl s pomocí } s_i) \leq \frac{4}{i}$$

(10)



$f(x) = \frac{1}{x}$