

## Vzorová písemná zkouška z předmětu „Pravděpodobnost a statistika“

**Příklad 1.:** (14 bodů) U 11 náhodně vybraných aut jisté značky bylo zjišťováno jejich stáří (znak  $X$  – v letech) a cena (znak  $Y$  – v tisících Kč).

Výsledky: (5, 85), (4, 103), (6, 70), (5, 82), (5, 89), (5, 98), (6, 66), (6, 95), (2, 169), (7, 70), (7, 48). Pro úsporu času máte uvedeny číselné charakteristiky (zaokrouhlené na dvě desetinná místa):  $m_1 = 5,28$ ,  $m_2 = 88,63$ ,  $s_1^2 = 2,02$ ,  $s_2^2 = 970,85$ ,  $s_{12} = -40,89$ . Najděte rovnici regresní přímky znaku  $Y$  na znak  $X$  a vypočtěte regresní odhad ceny auta, které je staré 3 roky.

**Příklad 2.:** (12 bodů) Koupená láhev z jistého pivovaru má vadný uzávěr. Je známo, že pivovar má dva automaty na plnění lahví. První má kapacitu 1000 lahví za hodinu, druhý 1500 lahví za hodinu. Z tohoto počtu má v průměru vadný uzávěr 5 lahví z 1. automatu a 12 lahví z 2. automatu. S jakou pravděpodobností pochází koupená láhev z 2. automatu?

**Příklad 3.:** (12 bodů) V jedné dílně pracují nezávisle na sobě tři dělníci. Náhodná veličina  $X_i$  udává počet zmetků, které vyrobí  $i$ -tý dělník za jednu směnu,  $i = 1, 2, 3$ . Dlouhodobým pozorováním byly zjištěny hodnoty pravděpodobnostní funkce  $\pi_i(x_i)$ ,  $i = 1, 2, 3$ .

1.dělník		2.dělník		3.dělník	
$x_1$	$\pi_1(x_1)$	$x_2$	$\pi_2(x_2)$	$x_3$	$\pi_3(x_3)$
0	0,01	0	0,09	0	0,00
1	0,52	1	0,63	1	0,41
2	0,36	2	0,28	2	0,52
3	0,11	3	0,00	3	0,07

Jaká je střední hodnota počtu zmetků vyrobených v této dílně za jednu pracovní směnu?

**Příklad 4.:** (14 bodů) Náhodná veličina  $X$  má normální rozložení se střední hodnotou  $E(X) = -2$  a s rozptylem  $D(X) = 4$ , náhodná veličina  $Y$  má normální rozložení se střední hodnotou  $E(Y) = 5$  a s rozptylem  $D(Y) = 16$ . Náhodné veličiny  $X$  a  $Y$  jsou stochasticky nezávislé. Náhodná veličina  $Z$  je určena vztahem  $Z = 3X - 2Y + 12$ . Určete pravděpodobnost toho, že náhodná veličina  $Z$  nabude kladné hodnoty.

**Příklad 5.:** (12 bodů) Náhodná veličina  $X$  znamená počet zásahů terče při čtyřech nezávislých výstřelech, přičemž pravděpodobnost zásahu je při každém výstřelu 0,8. Vypočtěte střední hodnotu a rozptyl náhodné veličiny  $X$ .

**Příklad 6.:** (12 bodů) Diskrétní náhodný vektor  $(X, Y)$  má simultánní pravděpodobnostní funkci s hodnotami  $\pi(0, -1) = 0$ ,  $\pi(0, 0) = c$ ,  $\pi(0, 1) = 2c$ ,  $\pi(1, -1) = c$ ,  $\pi(1, 0) = 2c$ ,  $\pi(1, 1) = c$ ,  $\pi(2, -1) = 2c$ ,  $\pi(2, 0) = c$ ,  $\pi(2, 1) = 0$ ,  $\pi(x, y) = 0$  jinak. Určete konstantu  $c$ .

**Příklad 7.:** (12 bodů) Při prodávání hamburgerů bylo zjištěno, že 75% zákazníků používá hořčici, 80% kečup a 65% obojí. Jaká je pravděpodobnost, že náhodně vybraný zákazník použije alespoň jednu z těchto přísad?

**Příklad 8.:** (12 bodů) Je známo, že náhodná veličina  $X$  se řídí rozložením  $N(2, 4)$ . Najděte číslo  $k$  tak, že platí  $P(X \leq k) = 0,95$ .

### Hodnocení:

(90, 100] ... A, (80, 90] ... B, (70, 80] ... C, (60, 70] ... D, (50, 60] ... E, [0, 50] ... F