Příklad 19 (dvourozměrné normální rozdělení). Simulaci pseudonáhodných čísel z $N_2(\boldsymbol{\mu}, \boldsymbol{\Sigma})$ můžeme v R vytvořit následujícími způsoby:

i použitím funkce mvrnorm() z knihovny MASS;

ii použitím funkce rmvnorm() z knihovny mvtnorm

iii použitím funkce rnorm() a následujícího algoritmu:
Nechť $X_1 \sim N(0,1)$ a $X_2 \sim N(0,1)$; potom $(Y_1, Y_2)^T \sim N_2(\boldsymbol{\mu}, \boldsymbol{\Sigma})$, kde $\boldsymbol{\mu} = (\mu_1, \mu_2)^T$ je vektor středních hodnot a σ_1^2 a σ_2^2 a ρ jsou parametry kovarianční matice $\boldsymbol{\Sigma}$, přičemž síla lineárního vztahu Y_1 a Y_2 je daná velikostí a znaménkem ρ; $Y_1 = \sigma_1 X_1 + \mu_1$ a $Y_2 = \sigma_2(\rho X_1 + \sqrt{1-\rho^2} X_2) + \mu_2$.

1. Nasimulujte pseudonáhodná čísla Y_1 a Y_2 z $N_2(\boldsymbol{\mu}, \boldsymbol{\Sigma})$ všemi třemi uvedenými způsoby.

2. Vyberte si jeden konkrétní způsob simulování dat a pomocí něj nasimulujte náhodný výběr z dvourozměrného normálního rozdělení. Ten zobrazte pomocí tečkového grafu a superponujte jej pomocí funkce countour() jednak konturami z teoretického dvourozměrného normálního rozdělení a jednak konturami odhadnutými pomocí dvourozměrného jádrového odhadu hustoty, který získáme pomocí funkce kde2d().

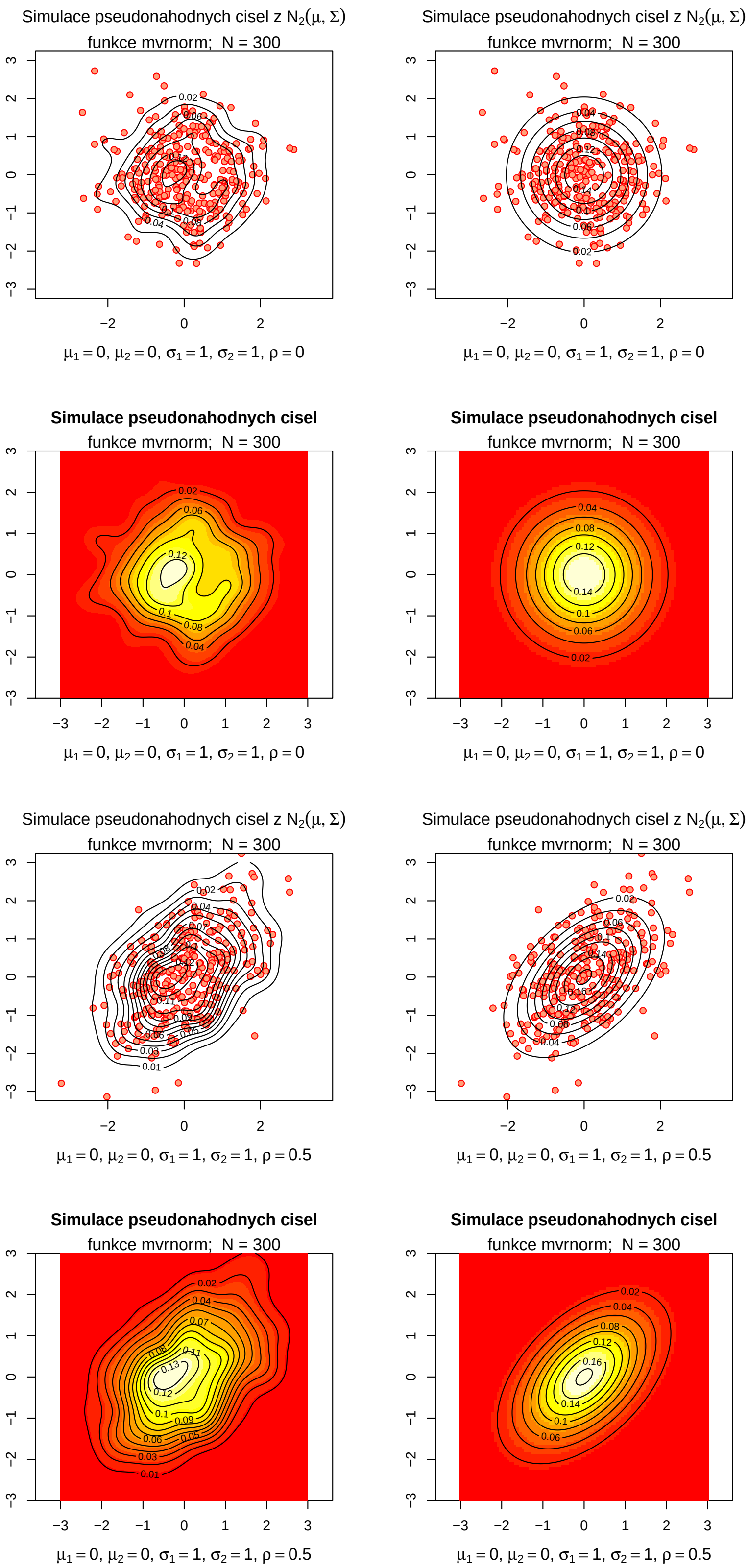
3. Dále zobrazte dvourozměrný jádrový odhad hustoty pomocí funkce image() a superponujte jej jednak konturovým grafem teoretické hustoty dvourozměrného normálního rozdělení $N_2(\boldsymbol{\mu}, \boldsymbol{\Sigma})$ a jednak konturami odhadnutými pomocí dvourozměrného jádrového odhadu hustoty. Při simulaci použijte následující parametry:

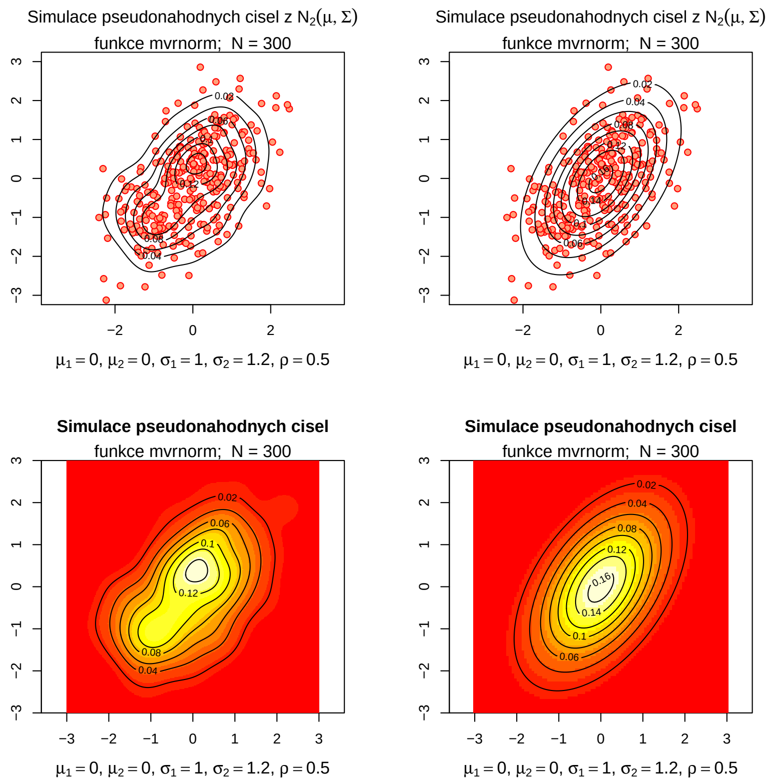
   (a) $\mu_1 = 0$, $\mu_2 = 0$, $\sigma_1 = 1$, $\sigma_2 = 1$, $\rho = 0$; (1) $n = 50$, (2) $n = 300$

   (b) $\mu_1 = 0$, $\mu_2 = 0$, $\sigma_1 = 1$, $\sigma_2 = 1$, $\rho = 0.5$; (1) $n = 50$, (2) $n = 300$

   (c) $\mu_1 = 0$, $\mu_2 = 0$, $\sigma_1 = 1$, $\sigma_2 = 1.2$, $\rho = 0.5$; (1) $n = 50$, (2) $n = 300$

   Vzorové řešení pro data generovaná pomocí funkce mvrnorm() viz obrázek 1.


Simulace pseudonahodnych cisel z $N_2(\mu, \Sigma)$
funkce mvrnorm; N = 300
$\mu_1 = 0, \mu_2 = 0, \sigma_1 = 1, \sigma_2 = 1, \rho = 0$
Simulace pseudonahodnych cisel z $N_2(\mu, \Sigma)$
funkce mvrnorm; N = 300
$\mu_1 = 0, \mu_2 = 0, \sigma_1 = 1, \sigma_2 = 1, \rho = 0$
Simulace pseudonahodnych cisel
funkce mvrnorm; N = 300
$\mu_1 = 0, \mu_2 = 0, \sigma_1 = 1, \sigma_2 = 1, \rho = 0$
Simulace pseudonahodnych cisel
funkce mvrnorm; N = 300
$\mu_1 = 0, \mu_2 = 0, \sigma_1 = 1, \sigma_2 = 1, \rho = 0$
Simulace pseudonahodnych cisel z $N_2(\mu, \Sigma)$
funkce mvrnorm; N = 300
$\mu_1 = 0, \mu_2 = 0, \sigma_1 = 1, \sigma_2 = 1, \rho = 0.5$
Simulace pseudonahodnych cisel z $N_2(\mu, \Sigma)$
funkce mvrnorm; N = 300
$\mu_1 = 0, \mu_2 = 0, \sigma_1 = 1, \sigma_2 = 1, \rho = 0.5$
Simulace pseudonahodnych cisel
funkce mvrnorm; N = 300
$\mu_1 = 0, \mu_2 = 0, \sigma_1 = 1, \sigma_2 = 1, \rho = 0.5$
Simulace pseudonahodnych cisel
funkce mvrnorm; N = 300
$\mu_1 = 0, \mu_2 = 0, \sigma_1 = 1, \sigma_2 = 1, \rho = 0.5$



Obrázek 1: Hustoty dvourozměrného normálního rozdělení