

INTERVALY SPOLEHLIVOSTI

- máme náhodný výběr $X_1 \dots X_n$ z rozložení $L(\theta)$, θ je parametr, $\alpha \in (0, 1)$
- interval (D, H)
 - 100(1 - α)% oboustranný IS pro parametr θ
 - pro každé $\theta : P(D < \theta < H) = 1 - \alpha$
- interval (D, ∞)
 - 100(1 - α)% levostranný IS pro parametr θ
 - pro každé $\theta : P(D < \theta) = 1 - \alpha$
- interval $(-\infty, H)$
 - 100(1 - α)% pravostranný IS pro parametr θ
 - pro každé $\theta : P(\theta < H) = 1 - \alpha$
- α se nazývá *riziko*, $(1 - \alpha)$ se nazývá *spolehlivost*.

Pivotové statistiky W

Nechť $X_1 \dots X_n$ je náhodný výběr z normálního rozložení $N(\mu, \sigma^2)$, $n \geq 2$. Nechť M je výběrový průměr a S^2 je výběrový rozptyl.

1. Pivotová statistika

$$U = \frac{M - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} \sim N(0, 1)$$

slouží k řešení úloh o μ , když σ^2 známe.

2. Pivotová statistika

$$T = \frac{M - \mu}{\frac{S}{\sqrt{n}}} \sim t(n - 1)$$

slouží k řešení úloh o μ , když σ^2 neznáme.

3. Pivotová statistika

$$\frac{\sum_{i=1}^n (X_i - \mu)^2}{\sigma^2} \sim \chi^2(n)$$

slouží k řešení úloh o σ^2 , když μ známe.

4. Pivotová statistika

$$K = \frac{(n - 1)S^2}{\sigma^2} \sim \chi^2(n - 1)$$

slouží k řešení úloh o σ^2 , když μ neznáme.

Tvary intervalů spolehlivosti

1. IS pro μ , když σ^2 známe

(a) Oboustranný:

$$(d, h) = \left(m - \frac{\sigma}{\sqrt{n}}u_{1-\alpha/2}, m - \frac{\sigma}{\sqrt{n}}u_{\alpha/2}\right)$$

(b) Levostranný:

$$(d, \infty) = \left(m - \frac{\sigma}{\sqrt{n}}u_{1-\alpha}, \infty\right)$$

(c) Pravostranný:

$$(-\infty, h) = \left(-\infty, m - \frac{\sigma}{\sqrt{n}}u_{\alpha}\right)$$

Pozn: u_{α} je α kvantil standardizovaného normálního rozložení ... `qnorm(alpha,0,1)`.

2. IS pro μ , když σ^2 neznáme

(a) Oboustranný:

$$(d, h) = \left(m - \frac{s}{\sqrt{n}}t_{1-\alpha/2}(n-1), m - \frac{s}{\sqrt{n}}t_{\alpha/2}(n-1)\right)$$

(b) Levostranný:

$$(d, \infty) = \left(m - \frac{s}{\sqrt{n}}t_{1-\alpha}(n-1), \infty\right)$$

(c) Pravostranný:

$$(-\infty, h) = \left(-\infty, m - \frac{s}{\sqrt{n}}t_{\alpha}(n-1)\right)$$

Pozn: $t_{\alpha}(n-1)$ je α kvantil studentova rozdělení o $n-1$ stupních volnosti ... `qt(alpha,n-1)`.

3. IS pro σ^2 , když μ známe

(a) Oboustranný:

$$(d, h) = \left(\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \mu)^2}{\chi_{1-\alpha/2}^2(n)}, \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \mu)^2}{\chi_{\alpha/2}^2(n)}\right)$$

(b) Levostranný:

$$(d, \infty) = \left(\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \mu)^2}{\chi_{1-\alpha}^2(n)}, \infty\right)$$

(c) Pravostranný:

$$(-\infty, h) = \left(-\infty, \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \mu)^2}{\chi_{\alpha}^2(n)}\right)$$

Pozn: $\chi_{\alpha}^2(n)$ je α kvantil χ^2 rozdělení o n stupních volnosti ... `qchisq(alpha,n)`.

4. IS pro σ^2 , když μ neznáme

(a) Oboustranný:

$$(d, h) = \left(\frac{(n-1)s^2}{\chi_{1-\alpha/2}^2(n-1)}, \frac{(n-1)s^2}{\chi_{\alpha/2}^2(n-1)}\right)$$

(b) Levostranný:

$$(d, \infty) = \left(\frac{(n-1)s^2}{\chi_{1-\alpha}^2(n-1)}, \infty\right)$$

(c) Pravostranný:

$$(-\infty, h) = \left(-\infty, \frac{(n-1)s^2}{\chi_{\alpha}^2(n-1)}\right)$$

Pozn: $\chi_{\alpha}^2(n-1)$ je α kvantil χ^2 rozdělení o $n-1$ stupních volnosti ... `qchisq(alpha,n-1)`.