

MASARYKOVA UNIVERZITA  
 JANA BŘEVNÉNSKÁ  
 Z1069 Statistické metody a zpracování dat  
 Z- test - příklad

### 5. Způsoby interpretace hodnoty testovacího kritéria

5.1 porovnání vypočtené hodnoty s hodnotou kritickou, kterou nalezneme v **tabulkách**

- vypočteme hodnotu testovací statistiky
- v tabulkách nalezneme tzv. kritickou hodnotu testovací charakteristiky pro zvolené  $\alpha$
- obě hodnoty porovnáme

Příloha IV. Hodnoty, které náhodná veličina  $Z^2$  překročí s danou pravděpodobností (p)

Z	0,050	0,025	0,010	0,005	0,0025	0,01	0,005
1	0,000	0,000	0,001	0,004	0,008	6,0	7,0
2	0,010	0,020	0,051	0,103	0,160	7,4	8,2
3	0,072	0,115	0,216	0,352	0,509	7,8	8,4
4	0,207	0,287	0,484	0,711	1,054	8,2	8,8
5	0,412	0,554	0,831	1,145	1,705	8,6	9,2
6	0,688	0,871	1,241	1,644	2,204	9,0	9,6
7	0,939	1,241	1,699	2,177	2,833	9,4	10,0

### Hodnocení testovacího kritéria s využitím statistických tabulek

Výrok o platnosti či neplatnosti nulové hypotézy vyslovujeme na základě porovnání vypočtené hodnoty testovacího kritéria s hodnotou kritickou:

Mohou nastat dvě situace:

**I. Vypočtené kritérium je větší než kritická hodnota**

- Jedná se o případ, který jsme očekávali s nepatrnou pravděpodobností  $\alpha$
- Takový případ je téměř **nemožný**.
- Testovaná odchylna tedy nemá náhodný charakter.
- Nulovou hypotézu **zamítáme** a rozdíl mezi testovanými charakteristikami je statisticky významný na zvolené hladině  $\alpha$ .

### Hodnocení testovacího kritéria s využitím statistických tabulek

**II. Vypočtené kritérium je menší než kritická hodnota**

- Jedná se o případ, který jsme očekávali s pravděpodobností  $1 - \alpha$  – tedy velmi vysokou
- Takový případ můžeme považovat za téměř **jistý**.
- Mezi testovanými charakteristikami není rozdíl.
- Nulovou hypotézu **přijímáme** a rozdíl mezi testovanými charakteristikami není statisticky významný na zvolené hladině  $\alpha$ .

### Příklad Z-testu, oboustranná alternativa

Ve výběru 216 vzorků byl zjišťován obsah rozpuštěných látek:

Průměr: 34,46 g/l  
 Směrodatná chyba: 0,397 g/l

$H_0$  průměr se neliší od průměru základního souboru (33,5 g/l)  
 $\mu = \mu_0$

$H_1$   $\mu \neq \mu_0$

Protože měříme spojitou veličinu a rozsah výběru je velký – můžeme předpokládat normální rozdělení a použít tzv. **Z-testu**:

Testová charakteristika  $Z = \frac{\text{výběrový průměr} - \text{očekávaný průměr při } H_0}{\text{směrodatná chyba výběrového průměru}} = \frac{34,46 - 33,5}{0,397} = 2,418.$

$\hat{\sigma}_z = \frac{\hat{\sigma}}{\sqrt{n}} = \frac{s}{\sqrt{n-1}}$

Příloha II. Distribuční funkce normálního rozdělení  $F(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^z e^{-\frac{z^2}{2}} dz$

z	.00	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08	.09
0	.5000	.5040	.5080	.5120	.5160	.5199	.5239	.5279	.5319	.5359
1	.5398	.5438	.5478	.5517	.5557	.5596	.5636	.5675	.5714	.5753
2	.5793	.5832	.5871	.5910	.5949	.5987	.6026	.6064	.6103	.6141
3	.6179	.6217	.6255	.6293	.6331	.6368	.6406	.6443	.6480	.6517
4	.6554	.6591	.6628	.6664	.6700	.6736	.6772	.6808	.6844	.6879
5	.6915	.6950	.6985	.7019	.7054	.7088	.7123	.7157	.7190	.7224
6	.7258	.7291	.7324	.7357	.7389	.7422	.7454	.7486	.7518	.7549
7	.7580	.7612	.7644	.7675	.7704	.7734	.7764	.7794	.7823	.7852
8	.7881	.7910	.7938	.7967	.7996	.8023	.8051	.8078	.8106	.8133
9	.8159	.8186	.8212	.8238	.8264	.8289	.8315	.8340	.8365	.8389
1.0	.8413	.8438	.8461	.8485	.8508	.8531	.8554	.8577	.8599	.8621
1.1	.8643	.8665	.8686	.8708	.8729	.8749	.8770	.8790	.8810	.8830
1.2	.8849	.8869	.8888	.8907	.8925	.8944	.8962	.8980	.8997	.9015
1.3	.9032	.9049	.9066	.9082	.9099	.9115	.9131	.9147	.9162	.9177
1.4	.9192	.9207	.9222	.9236	.9251	.9265	.9279	.9292	.9306	.9319
1.5	.9332	.9345	.9357	.9370	.9382	.9394	.9406	.9418	.9429	.9441
1.6	.9452	.9463	.9474	.9485	.9495	.9505	.9515	.9525	.9535	.9545
1.7	.9554	.9564	.9573	.9582	.9591	.9599	.9608	.9616	.9625	.9633
1.8	.9641	.9649	.9656	.9664	.9671	.9678	.9686	.9693	.9700	.9706
1.9	.9713	.9719	.9726	.9732	.9738	.9744	.9750	.9756	.9762	.9767
2.0	.9773	.9778	.9783	.9788	.9793	.9798	.9803	.9808	.9812	.9817
2.1	.9821	.9826	.9830	.9834	.9838	.9842	.9846	.9850	.9854	.9857
2.2	.9861	.9865	.9869	.9871	.9875	.9878	.9881	.9884	.9887	.9890
2.3	.9893	.9896	.9898	.9901	.9904	.9906	.9909	.9911	.9913	.9916
2.4	.9918	.9920	.9922	.9925	.9927	.9929	.9931	.9932	.9934	.9936
2.5	.9938	.9940	.9941	.9943	.9945	.9946	.9948	.9949	.9951	.9952
2.6	.9953	.9955	.9956	.9957	.9957	.9959	.9960	.9961	.9962	.9964
2.7	.9965	.9966	.9967	.9968	.9969	.9970	.9971	.9972	.9973	.9974
2.8	.9974	.9975	.9976	.9977	.9977	.9978	.9979	.9979	.9980	.9981

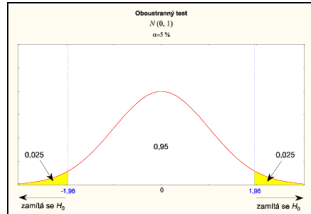
$\alpha = 0,05$   
 a tedy:  
 $1 - 0,5\alpha = 0,9750$   
 $Z_{1-0,5\alpha} = 1,96$

Nalezneme kritickou hodnotu  $Z$  standardizovaného normálního rozdělení odpovídající 95% hladině spolehlivosti – nebo-li 5% hladině významnosti  $\alpha$ :

$$Z_{1-0,5\alpha}$$

$$Z_{1-0,5\alpha} = 1,960$$

Protože  $Z > Z_{1-0,5\alpha}$  dostáváme na zvolené hladině významnosti významný výsledek – zamítáme  $H_0$  – Průměr získaný ze vzorků se liší od průměru populace



### Příklad Z-testu, jednostranná alternativa

Ve výběru 216 vzorků byl zjišťován obsah rozpuštěných látek:

Průměr: 34,46 g/l

Směrodatná chyba: 0,397 g/l

$H_0$  průměr je stejný jako průměr základního souboru (33,5 g/l)

$H_1$  průměr je větší  $\mu > \mu_0$   $\mu = \mu_0$

Testová charakteristika  $Z = 2,418$

Kritická hodnota  $Z$  pro  $\alpha = 0,05$ , tedy  $Z_{1-\alpha} = 1,645$

Protože  $Z > Z_{1-\alpha}$  zamítáme  $H_0$  – Průměr získaný ze vzorků je významně větší než průměr populace na 5 % hladině významnosti

### Příklad Z-testu s jednostrannou alternativou

Test  $H_0$  oproti  $H_1: \mu > \mu_0$

Test  $H_0$  oproti  $H_1: \mu < \mu_0$

