

## Fyzikální praktikum 4

# Vlnově částicová povaha světla

### Úvod

Světlo je v centru nejen fyzikálního zkoumání od nepaměti. První pokusy o pochopení světla se zaměřovaly na jeho popis jakožto proud částic, tyto první modely se označují jako korpuskulární. Světlo takto pojal i Newton ve své slavné práci Principia [1] a poskytl jeho první teoretický popis. Newton toto chápání přijal zřejmě i proto, že se světlo pak dalo popsat pomocí aparátu pohybových zákonů, které sám vytvořil. Ve stejné době ale vypracoval Christian Huygens alternativní teorii [2], která popisuje světlo jako vlny šířící se prostředím. Tomuto modelu světla se začalo říkat vlnový. Zejména kvůli velkému respektu fyzikální komunity té doby k Newtonovi, který svým dílem započal kanonický fyzikální popis přírody a jejích zákonitostí užívaný dodnes, se vlnový model světla ve své době neujal. Až pokusy Augustin-Jeana Fresnela či Thomase Younga ukázaly, že jen Huygensův koncept je schopný správně popsat výsledky jejich experimentů, nikoliv Newtonův. Světlo tedy začalo být chápáno jako vlna. V 18. století James Clerk Maxwell usoudil z porovnání rychlosti elektromagnetické vlny, odvozené z jeho čtyř rovnic [3], s tehdy experimentálně známou hodnotou rychlosti světla, že světlo je elektromagnetická vlna pohybující se ve vakuu rychlostí

$$c = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}} = 299\,792\,458 \text{ ms}^{-1}, \quad (1)$$

kde  $\varepsilon_0$  a  $\mu_0$  jsou po řadě permitivita a permeabilita vakua. Počátkem 20. století ale pokusy o vysvětlení vyzařování absolutně černého tělesa vedly Maxe Plancka k hypotéze [4], že energie je vyzařována vždy jen po určitých malých množstvích, tzv. kvantech

$$E = h\nu, \quad (2)$$

kde  $h$  je Planckova konstanta a  $\nu$  je frekvence emitovaného záření. Tento vztah tak propojil energii světelné vlny s její frekvencí a vlnovou délkou. Planckem odvozený vztah pro vyzařování absolutně černého tělesa vedl Alberta Einsteina k závěru [5], že pokud je správně, tak toto kvantum energie má i hybnost

$$p = \frac{h}{\lambda}, \quad (3)$$

kde  $\lambda$  je vlnová délka světla. Einstein tak ukázal, že světlo má v jistém směru podobné vlastnosti jako jiné částice, např. elektron. Kvantum světla se začalo označovat jako foton. Ve své disertační práci [6] roku 1924 Louis de Broglie zobecnil Einsteinovu úvahu na všechny částice, nejen světlo, a to užitím Einsteinem dříve vytvořené speciální teorie relativity [7]. Podle

De Broglieovy hypotézy je s každou částicí o klidové hmotnosti  $m_0$  pohybující se rychlostí  $v$  spojená vlna s vlnovou délkou

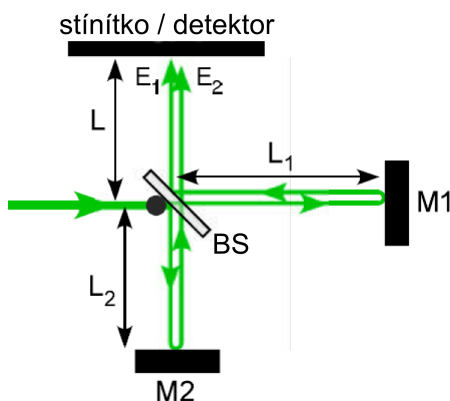
$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{m_0 v} \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}. \quad (4)$$

De Broglie tedy zobecnil Einsteinův vztah (3) a propojil dále hybnost oné vlny  $\mathbf{p}$  s jejím vlnovým vektorem  $\mathbf{k}$  jako  $\mathbf{p} = \hbar \mathbf{k}$ . Tato hypotéza vedla k teorii tzv. vlnově částicového dualismu všech elementárních částic, která říká, že každá elementární částice má zároveň nejen očekávané částicové chování, ale i projevy charakteristické vlnění. Krom toho vedla také k rozvoji kvantové mechaniky a např. vztah (4) vedl později Erwina Schrödingera k odvození jeho slavné rovnice [8].

## Měření vlnově částicové povahy světla

V této úloze máte za úkol ukázat částicové i vlnové projevy světla, a to zároveň v jednom experimentu. Částicový charakter světla není jednoduché vizualizovat. Lze ale ukázat diskrétní povahu světla, tedy že se šíří jakožto kvanta energie a hybnosti. Typické pro vlnu je zase její interference s jinou vlnou nebo její ohyb na překážce.

Efektu interference lze dosáhnout řadou způsobů jako např. průchodem světla tenkou vrstvou průhledného materiálu, dvouštěrbinou (Youngův experiment), pomocí Newtonových skel nebo v interferometru. Jedním z nejstarších návrhů interferometru je tzv. Michelsonův. Tento typ interferometru, jehož princip je ukázán na obrázku 1, použijeme i v této úloze.



Obrázek 1: Schéma Michelsonova interferometru. Upraveno z [9].

## Popis z pohledu klasické fyziky

Předpokládejme, že do Michelsonova interferometru na obr. 1 vstupuje zleva rovinná elektromagnetická vlna  $\mathbf{E} = \mathbf{E}' \exp[i(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - \omega t)]$ , přičemž  $\mathbf{k}$  je vlnový vektor, jehož velikost je  $|\mathbf{k}| = 2\pi/\lambda$ , kde  $\lambda$  je vlnová délka elektromagnetického záření. Tato vlna se na děliči svazku (beamsplitter-BS) rozdělí na dvě rovinné vlny  $\mathbf{E}_1$  a  $\mathbf{E}_2$ . Předpokládáme pro jednoduchost, že dělič svazku rozdělí obě vlny tak, že velikosti jejich amplitud  $\mathbf{E}'_1$  a  $\mathbf{E}'_2$  jsou stejné, tedy  $|\mathbf{E}'_1| = |\mathbf{E}'_2| = |\mathbf{E}'|/2$ . Tyto vlny následně putují k zrcadlům  $M_1$  a  $M_2$ , které jsou po řadě ve vzdálenosti  $L_1$  a  $L_2$  od děliče svazku. Každá z vln se zcela odrazí od zrcadel a pak každá

znovu rozdělí na dvě v děliči svazků (díky předešlému předpokladu musí být ze symetrie amplituda obou rozdělených vln stejná i nyní). Na stínítku pak dochází k superpozici (součtu) vln. Pokud navíc  $L_1 \neq L_2$  lze vlnu dopadající na stínítko/detektor  $\mathbf{E}_d$  zapsat jako

$$\mathbf{E}_d = \mathbf{E}_1 + \mathbf{E}_2 = \frac{\mathbf{E}'}{2} e^{i(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - \omega t)} [1 + e^{i\Delta\varphi}] = \mathbf{E} e^{i\frac{\Delta\varphi}{2}} \cos \frac{\Delta\varphi}{2}, \quad (5)$$

kde pro fázový rozdíl mezi vlnami platí  $\Delta\varphi = \frac{2\pi d}{\lambda}$  a pro dráhový  $d = 2(L_1 - L_2)$ . V optickém experimentu se ale obvykle detekuje pouze celková intenzita záření

$$I_d = \mathbf{E}_d \mathbf{E}_d^* = I_0 \cos^2 \frac{\Delta\varphi}{2}, \quad (6)$$

kde  $I_0 = |\mathbf{E}'|^2$  je intenzita dopadajícího záření. Na stínítku tedy pozorujeme buď světlo skvrnu pokud je interference konstruktivní, což nastává při změně fáze o  $\Delta\varphi = 2n\pi$  (dráhový rozdíl  $d = n\lambda$ ), nebo tmu při destruktivní interferenci, když  $\Delta\varphi = (2n + 1)\pi$  ( $d = \frac{2n+1}{2}\lambda$ ), kde  $n \in \mathbb{Z}$ .

Existuje ale ještě jedna cesta, kterou světlo interferometr opouští, a to zpět ke zdroji. Ze zákona zachování energie je zřejmé, že světlo opouštějící zdroj s intenzitou  $I_0$  se v ideálním (beze ztrát) Michelsonově interferometru nemůže ztrácet. Musí tedy platit  $I_0 = I_d + I_b$ , kde  $I_b$  značí intenzitu světla vracejícího se zpět ke zdroji. Využitím vztahu (6) tedy máme

$$I_b = I_0(1 - \cos^2 \frac{\Delta\varphi}{2}) = I_0 \sin^2 \frac{\Delta\varphi}{2}. \quad (7)$$

Všimněme si, že světlo dopadající na detektor a světlo vracející se ke zdroji jsou fázově posunuty o  $\pi$ . Celé klasické odvození by se dalo také provést pomocí násobení matic podobně jako v případě kvantové mechaniky, které uvedeme dále.

## Popis z pohledu kvantové mechaniky

Kvantová mechanika (QM) zachycuje diskrétní povahu světla pomocí kvant energie a hybnosti, tedy jako proud fotonů. U fotonu QM neumí přesně předpovědět, kde se v kterémkoliv čase v Michelsonově interferometru nachází a ani odkud a jakým směrem se konkrétní foton pohybuje. Fotony jsou z pohledu QM nerozlišitelné. Co ale může QM předpovědět je průměrný počet fotonů, které v daném čase dopadnou na stínítko/detektor nebo se vrátí zpět. Z předešlého je zřejmé, že nemá smysl popisovat pomocí QM Michelsonův interferometr přesně tak, jako to bylo provedeno klasicky, nebo se na něj dívat jako na obr. 1. Je třeba přejít k abstraktnímu, čistě matematickému, popisu. Výsledky takového popisu lze pak různě interpretovat např. pohlížením na foton jako na pole nebo jako na částici. Je důležité nezapomenout, že ani jedna z předešlých interpretací nevystihuje přesně skutečnou povahu světla, což je kvantované pole.

Označme stav fotonu vstupujícího do Michelsonova interferometru jako  $|in\rangle$  a stav fotonu z něj vystupujícího jako  $|out\rangle$ . Pro zápis stavů jsme využili obecný Diracův bra-ket formalismus [10], který umožňuje úsporný a přehledný zápis. Pro přehlednost lze chápat ket  $|in\rangle$  jako vlnovou funkci  $\Psi_{in}(\mathbf{r}, t)$ . Tomuto označení se pak říká Schrödingerova reprezentace. Výhodou Diracova formalismu je, že umožňuje popisovat kvantovou mechaniku pomocí objektů (ketů). Není pak třeba uvažovat o fotonu nebo např. elektronu jako o prostorovém rozložení pravděpodobnosti, ale jako o stavech  $|foton\rangle$ ,  $|elektron\rangle$ . Zákonitosti kvantové mechaniky lze odvodit s využitím této definice stavů bez potřeby je přesně specifikovat v nějakém prostoru nebo čase. Reprezentaci je ale potřeba využít, pokud chceme předpovědět číselně jak dopadne nějaký experiment.

Samotný interferometr pak provádí následující lineární transformaci

$$|out\rangle = \mathcal{M} |in\rangle, \quad (8)$$

kde  $\mathcal{M}$  je lineární operátor představující ideální (beze ztrát) Michelsonův interferometr. Protože neuvažujeme žádné ztráty v interferometru musí být počet fotonů, který do něj vstoupí, stejný jako těch, co z něj vystoupí, tedy  $\langle out|out\rangle = \langle in|in\rangle$ . Po dosazení z (8) máme  $\langle in|\overline{\mathcal{M}^T}\mathcal{M}|in\rangle = \langle in|in\rangle$ , kde  $\overline{\mathcal{M}^T}$  je Hermitovsky sdružená matice k  $\mathcal{M}$ . Platí tedy  $\overline{\mathcal{M}^T}\mathcal{M} = E$ , kde  $E$  je jednotková matice. Pro matici  $\mathcal{M}$  tak musí platit

$$\overline{\mathcal{M}^T} = \mathcal{M}^{-1}. \quad (9)$$

Takovou matici pak označujeme jako unitární. Vlastností unitární matice je, že nemění spektrum vlastních hodnot operátoru. Například Hamiltoniánu, který působí na ket  $|in\rangle$ . Michelsonův interferometr tak nemůže změnit amplitudu ketu  $|in\rangle$ , jen jeho fázi.

Nyní je třeba řešit dynamiku (časový vývoj) fotonu v interferometru. Toto provedeme např. ve Schrödingerově reprezentaci řešením Schrödingerovy rovnice [8]

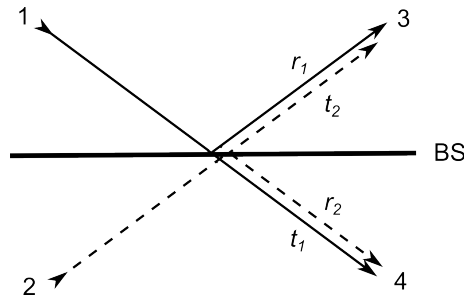
$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} |in\rangle = \hat{H} |in\rangle. \quad (10)$$

Předpokládejme, že fotony, které směřují z laseru do Michelsonova interferometru jsou ve stacionárním stavu, daném řešením rovnice (10) s Hamiltoniánem  $H$ . Rovnici řešíme separací proměnných, tj. zapsáním  $|in\rangle$  jako součinu složky závislé pouze na souřadnici  $|R\rangle$  a funkce závislé pouze na čase  $f(t)$ , tj.  $|in\rangle = |R\rangle f(t)$ . Po provedení výpočtu obdržíme

$$|in\rangle = |R\rangle e^{-i\frac{E}{\hbar}t} = |R\rangle e^{-i\frac{2\pi\nu}{\hbar}t} = |R\rangle e^{-i\omega t}, \quad (11)$$

kde jsme dosadili Einsteinův vztah  $E = h\nu$ . Veličina  $E$  vyjadřuje energii fotonu, kterému odpovídá v klasické fyzice elektromagnetická vlna s frekvencí  $\nu$  a vlnovou délkou  $\lambda = c/\nu$ .

Michelsonův interferometr, stejně jako jeho komponenty, můžeme popsat např. pomocí matic. Matici popisující celý interferometr pak získáme jako součin matic reprezentujících jednotlivé jeho komponenty.



Obrázek 2: Schéma ideálního děliče svazku (BS). Vyznačeny jsou oba vstupní kanály (1,2) i oba výstupní (3,4). Amplituda pravděpodobnosti pro průchod fotonu z kanálu 1 děličem BS je vyznačena jako  $t_1$  a pro odraz od něj  $r_1$ . Podobně jsou vyznačeny odpovídající amplitudy pro fotony z kanálu 2 jako  $t_2$  a  $r_2$ . Podle [13].

Zaměřme se nejprve na dělič svazku (BS v obr. 2). Předpokládejme, že dělič svazku je ideální a nedochází v něm k útlumu světla. Foton  $|in\rangle$  může dopadat na dělič svazku všemi

možnými způsoby. To stejné platí pro výstupující foton  $|outBS\rangle$ . Dělič svazku provádí následující lineární transformaci

$$|outBS\rangle = B |in\rangle, \quad (12)$$

kde  $B$  je operátor provádějící rozdělení svazku v děliči. Nyní je třeba vyjádřit matici  $B$  ve vhodné reprezentaci.

Ze všech směrů, ze kterých může foton na dělič svazku dopadat, se v makroskopickém experimentu uplatní především směry 1 a 2 na obr. 2. Naopak směry 3 a 4 se uplatní jako výstupní. Správné odůvodnění toho, z jakého důvodu se zrovna tyto směry uplatňují v makroskopickém experimentu lze získat např. řešením Feynmanových integrálů [11]. Jejich základy lze snadno pochopit ze zjednodušené verze v [12].

Vezměme nyní tyto 4 směry jako bázevé vektory, ve kterých vyjádříme matici  $B$ . Bázevé vektor fotonu ze vstupu 1 označme jako  $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ , pro foton ze vstupu 2 pak jako  $\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ . Podobně výstupní směry 3 a 4 označme popořadě jako bázevé vektory  $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$  a  $\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ . Foton ze směru 1 s určitou amplitudou pravděpodobnosti  $t_1$  děličem svazku projde a s amplitudou  $r_1$  se od něj odrazí. Podobně pro foton ze směru 2, čemuž odpovídají amplitudy  $t_2$  a  $r_2$ . Z obr. 2 je zřejmé, že foton ze směru 1 (bázevé vektor amplitudy  $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ ) s amplitudou pravděpodobnosti  $t_1$  projde do výstupního směru 4 (bázevé vektor amplitudy  $\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ ) a s amplitudou  $r_1$  se odrazí do směru 3 (bázevé vektor amplitudy  $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ ). Podobně pro směr 2 a  $t_2$  a  $r_2$ . Matici  $B$  tak můžeme vyjádřit ve zvolené reprezentaci jako

$$B = \begin{pmatrix} r_1 & t_2 \\ t_1 & r_2 \end{pmatrix}. \quad (13)$$

Protože, jak jsme ukázali, matice  $B$  musí být unitární tak podle (9) musí platit  $\overline{B^T} = B^{-1}$ . Po dosazení inverzní matice tak získáváme

$$\begin{pmatrix} r_1^* & t_1^* \\ t_2^* & r_2^* \end{pmatrix} = \frac{1}{r_1 r_2 - t_1 t_2} \begin{pmatrix} r_2 & -t_2 \\ -t_1 & r_1 \end{pmatrix}. \quad (14)$$

Determinant unitární matice je +1 nebo -1, tedy pro prefaktor před maticí v (14) musí platit  $r_1 r_2 - t_1 t_2 = \exp(i\gamma)$ , kde  $\gamma$  je libovolná fáze. Zvolme pro jednoduchost  $\gamma = 0$ . Porovnáním členů v matici (14) pak obdržíme

$$r_1 = r_2^*, \quad (15)$$

$$t_1 = -t_2^*. \quad (16)$$

Nyní zapíšeme komplexní propustnosti a odrazivosti v exponenciálním tvaru, tedy

$$\begin{aligned} t_1 &= |t_1| e^{i\theta_{t_1}}, \\ r_1 &= |r_1| e^{i\theta_{r_1}}, \\ t_2 &= |t_2| e^{i\theta_{t_2}}, \\ r_2 &= |r_2| e^{i\theta_{r_2}}. \end{aligned} \quad (17)$$

Pokud (17) dosadíme do rovnic (15) a (16) a podělíme druhou z rovnic tou první, dostaneme

$$\frac{|t_1|}{|r_1|} e^{i(\theta_{t_1} - \theta_{r_1})} = -\frac{|t_2|}{|r_2|} e^{-i(\theta_{t_2} - \theta_{r_2})}, \quad (18)$$

Také si všimneme, že z rovnic (15) a (16) dále vyplývá  $|r_1| = |r_2|$  a  $|t_1| = |t_2|$ . Pokud vyjádříme -1 před pravou stranou v rovnici (18) jako  $\exp(i\pi)$  tak dostáváme pro fáze v exponenciálách v (18)

$$\theta_{t_1} - \theta_{r_1} + \theta_{t_2} - \theta_{r_2} = \pi. \quad (19)$$

Nyní pokud jsou vstupy 1 a 2 do děliče svazku ekvivalentní, což je náš případ v tomto praktiku, pak mluvíme o tzv. symetrickém děliči svazku a platí  $r_1 = r_2$  a  $t_1 = t_2$ . Z rovnic (17) pak vyplývá  $\theta_{t_1} = \theta_{t_2}$  a  $\theta_{r_1} = \theta_{r_2}$  a z rovnice (19) máme

$$\theta_{t_1} - \theta_{r_1} = \theta_{t_2} - \theta_{r_2} = \frac{\pi}{2}. \quad (20)$$

Dalšího zjednodušení dosáhneme uvážením, že v tomto praktiku použijeme dělič svazku, od kterého se přesně polovina světla odrazí jako ta, která jím projde. Pro takový dělič svazku platí  $|r_1| = |t_1| = |r_2| = |t_2|$ . Pokud toto společně s (20) dosadíme do rovnic (15) a (16) zjistíme, že v takovém děliči svazku  $r$  musí být reálné a  $t$  ryze imaginární. S uvážením, že pro determinant matice  $B$  platí z rovnice (14)  $r_1 r_2 - t_1 t_2 = 1$ , získáváme  $t = i/\sqrt{2}$  a  $r = 1/\sqrt{2}$ . Následně po dosazení do (13) získáváme matici reprezentující dělič svazku

$$B = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & i \\ i & 1 \end{pmatrix}. \quad (21)$$

V Michelsonově interferometru musí foton projít děličem svazku dvakrát. Jak jsme viděli při odvození pomocí klasické fyziky, odlišná délka ramen interferometru způsobuje periodickou změnu fáze vystupujícího světla. To byl důsledek faktu, že v rovnici (5) jsme předpokládali, že elektromagnetické vlny procházející každým ramenem lze počítat. Jak to ale popsat pomocí kvantové mechaniky?

Pokud jsou zrcadla na koncích ramen identická, pak jejich efekt je pro obě větve stejný, a ona tak nemají v součtu žádný vliv na amplitudu pravděpodobnosti fotonu z interferometru vycházejícího. Uvažme nyní foton, který putuje delší drahou interferometru. Vzhledem ke konečné velikosti rychlosti světla mu bude trvat o čas  $t_L$  déle než dorazí zpátky k děliči svazku, než fotonu v kratším ramenu. Po opětovném průchodu děličem svazku jsou tak nerozlišitelné fotony procházející kratším ramenem od těch, které vstoupily do delšího ramena o  $t_L$  dříve. Za tu dobu ale prodělaly fotony v delším rameni změnu fáze o  $\omega t_L = \Delta\varphi$ . Stav těchto dvou nerozlišitelných fotonů můžeme popsat pomocí superpozice jejich ketů

$$|\text{ramena}\rangle = |R\rangle e^{-i\omega t} + |R\rangle e^{-i(\omega t - \Delta\varphi)} = |R\rangle e^{-i\omega t} (1 + e^{i\Delta\varphi}). \quad (22)$$

Efekt ramen interferometru můžeme také vyjádřit pomocí matice v báзовých vektorech fotonu v jednotlivých ramenech jako

$$\mathcal{R} = \begin{pmatrix} e^{i\Delta\varphi} & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}. \quad (23)$$

Konečně celý Michelsonův interferometr můžeme popsat pomocí součinu matic

$$|\text{out}\rangle = B\mathcal{R}B|\text{in}\rangle = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & i \\ i & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} e^{i\Delta\varphi} & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & i \\ i & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} |R\rangle, \quad (24)$$

kde jsme vyjádřili amplitudu pravděpodobnosti vstupujícího fotonu do interferometru v bázi fotonu pohybujícího se od laseru ke vstupu do interferometru a fotonu pohybujícího se ze vstupu interferometru zpět k laseru jako  $|R\rangle \otimes \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} |R\rangle \\ 0 \end{pmatrix}$ . Po provedení násobení matic dostáváme

$$|out\rangle = ie^{\frac{i\Delta\varphi}{2}} \begin{pmatrix} \sin \frac{\Delta\varphi}{2} \\ \cos \frac{\Delta\varphi}{2} \end{pmatrix} |R\rangle. \quad (25)$$

Ve shodě s experimentem by pro  $\Delta\varphi = 0$  mělo na detektor dopadat nejvíce světla, tedy tomu by měl odpovídat druhý člen. Označme bázevý stav fotonu směřujícího od interferometru k detektoru jako  $\langle d| = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \otimes \langle out|$  a fotonu vracejícímu se zpět k laseru jako  $\langle b| = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \otimes \langle out|$ . Získáme pak pro pravděpodobnosti dopadu na ně

$$\langle d|out\rangle = \left| ie^{i\Delta\varphi/2} \cos \frac{\Delta\varphi}{2} \right|^2 \langle R|R\rangle = I_0 \cos^2 \frac{\Delta\varphi}{2}, \quad (26)$$

$$\langle b|out\rangle = \left| ie^{i\Delta\varphi/2} \sin \frac{\Delta\varphi}{2} \right|^2 \langle R|R\rangle = I_0 \sin^2 \frac{\Delta\varphi}{2}. \quad (27)$$

Dostali jsme tak nakonec stejné výsledky jako v rovnicích (6) a (7), odvozené z klasické fyziky. Na rozdíl od klasické fyziky ale v kvantové mechanice vyjadřuje rovnice (26) pravděpodobnost dopadu fotonu na detektor. Jinak řečeno na detektor zcela náhodně dopadají fotony. Pokud ale statisticky vyhodnotíme velký počet zachycených fotonů, zjistíme, že tento počet jako závislost změny délky ramen Michelsonova interferometru bude velmi dobře popisovat rovnice (26). Toto je zásadní rozdíl oproti klasické fyzice, která chápe experiment jako sice modulovaný ale kontinuální proud elektromagnetických vln do detektoru.

Je nutné také zmínit, že uvedené odvození pomocí kvantové mechaniky v zásadě kopíruje postup, který se volí i v klasické fyzice a nechává některé otázky otevřené. Např. proč dělič svazku umožňuje některým fotonům projít a jiným se odrazit, kde a jak k tomuto průchodu a odrazu dochází. Proč je na obr. 1 a 2, ve shodě s běžnou zkušeností, úhel dopadu světla roven úhlu jeho odrazu a proč se světlo vůbec pohybuje v drahách na obrázku 1, když jsme zmínili, že se fotony v interferometru pohybují všemi směry? Na tyto a další otázky odpovídá kvantová elektrodynamika (QED) popsána v publikacích [12] a [11]. Obzvláště první z nich je napsána jednoduchým a poutavým způsobem, snadno přístupným i bakalářským studentům.

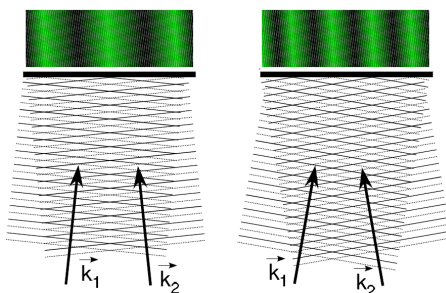
## Úmyslné rozladění Michelsonova interferometru

Při obou předešlých odvozeních předpokládáme, že vlnové vektory  $\mathbf{k}$  vln opouštějících interferometr jsou rovnoběžné. Tomu odpovídá situace, kdy jsou obě ramena interferometru na sebe kolmá. Kvůli velké citlivosti interference na optickou dráhu je relativně náročné Michelsonův interferometr takto přesně nastavit. Mírná odchylka kolmosti obou ramen způsobí odchylku od rovnoběžnosti mezi vlnovými vektory  $\mathbf{k}_1$  a  $\mathbf{k}_2$  vln dopadajících na stínítko. Výsledkem interference na stínítku je pak soustava interferenčních proužků zobrazená na obr. 3.

## Princip fotonásobiče

Abychom dokázali, že světlo má diskrétní povahu je naopak potřeba naměřit, že na stínítko/detektor dopadají jednotlivé fotony v různých časových okamžicích. Pro detekci jed-

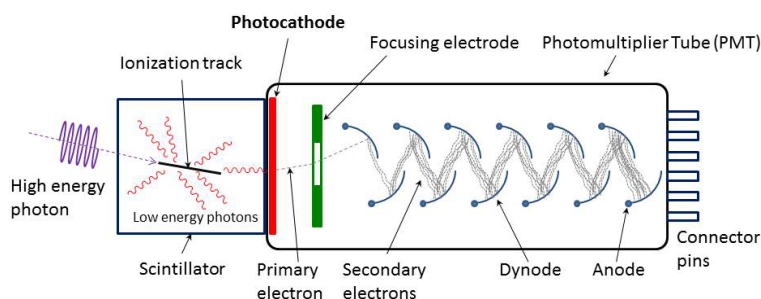




Obrázek 3: Interference vln s úhlovým rozdílem mezi jejich k-vektory. Převzato z [9]

notlivých fotonů je ale třeba velmi citlivý detektor. Obvykle jím je lavinová fotodioda nebo fotonásobič. V tomto praktiku využijeme druhé možnosti.

Fotonásobič funguje na principu fotoelektrického jevu, jeho schéma je na obr. 4. Při dopadu fotonu dochází k excitaci elektronu z materiálu fotokatody. Elektron je pak urychlen elektrickým polem mezi jednotlivými elektrodami, tzv. dynodami. Kinetická energie, kterou elektron při urychlení získá může způsobit po jeho nárazu do dynody excitaci dalších elektronů, které jsou pak urychlovány k další dynodě a celý jev se opakuje. Díky sérii dynod tak dojde k vytvoření značného množství elektronů, které pak vytvoří mezi fotokatodou a anodou detekovatelný proud. Díky tomu může fotonásobič detekovat až jednotlivé fotony s odezvou až 1 ns (obojí jen u nejlepších zařízení).



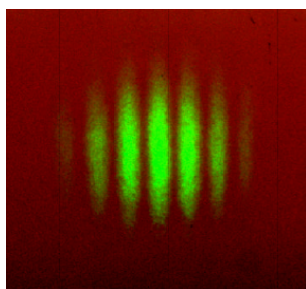
Obrázek 4: Schéma fotonásobiče. Převzato z [14]

Z principu jeho fungování jsou zřejmá i omezení fotonásobiče a požadavky na jeho provoz. Zejména energie detekovatelných fotonů musí být větší nebo rovna výstupní práci materiálu fotokatody a elektrické pole mezi dynodami musí být takové, aby elektronu dodalo kinetickou energii alespoň o velikosti výstupní práce materiálu dynod. Z toho důvodu nelze fotonásobičem detekovat např. infračervené fotony (kromě velmi blízkého IR) a napětí připojované k dynodám obvykle dosahuje kilovoltů a více.

## Postup měření

1. Proveďte návrh a sestavte Michelsonův interferometr tak, aby obraz na stínítku vypadal jako na obr. 5. Jako jedno ze zrcadel interferometru použijte to, které je připojeno k piezoelektrickému modulu.





Obrázek 5: Interference na stínítku. Převzato z [9]

2. Vhodně nastavte frekvenci a amplitudu změn napětí připojovaného na piezoelektrický modul. Dbejte se zvýšenou opatrností na to, že na piezoelektrický modul se nesmí přivést napětí se zápornou polaritou nebo napětí s kladnou polaritou větší jak 100 V. Obojí může způsobit zničení piezoelektrického modulu. Po vhodném nastavení byste měli pozorovat kmitání interferenčního jevu z obr. 5.
3. Nastavte do interferenčního obrazu křemíkovou diodu. Vezměte přitom v potaz, že oba dva detektory mají před sebou sérii filtrů propouštějících pouze záření s vlnovou délkou 532 nm a úzkou šěrbinu. Obojí je nutné pro správnou funkci celého zařízení.
4. Detekujte světlo pomocí křemíkové diody a při zapnutém kmitání piezoelektrického modulu pozorujte sinusový průběh signálu v čase. Fotonásobič mějte vypnutý a zatemněný. Naměřená spektra uložte na počítači, který je při tomto praktiku k dispozici.
5. Zeslabte intenzitu laserového světla alespoň o 6 až 7 řádů sérií šedých filtrů. Při vypnutém kmitání piezoelektrického modulu zapněte fotonásobič a nastavte zesílení tak až na osciloskopu uvidíte dopady jednotlivých fotonů jako na obr. 6.



Obrázek 6: Příklad signálu od jednotlivých fotonů na osciloskopu, detekovaný fotonásobičem.

6. Zapněte piezoelektrický modul, nastavte na osciloskopu průměrování signálu a sledujte postupné vytvoření interferenčního jevu z dopadů jednotlivých fotonů. Uložte si na počítači jak zprůměrovaný signál z osciloskopu, tak dostatečné množství snímků jednotlivých sepnutí osciloskopu.

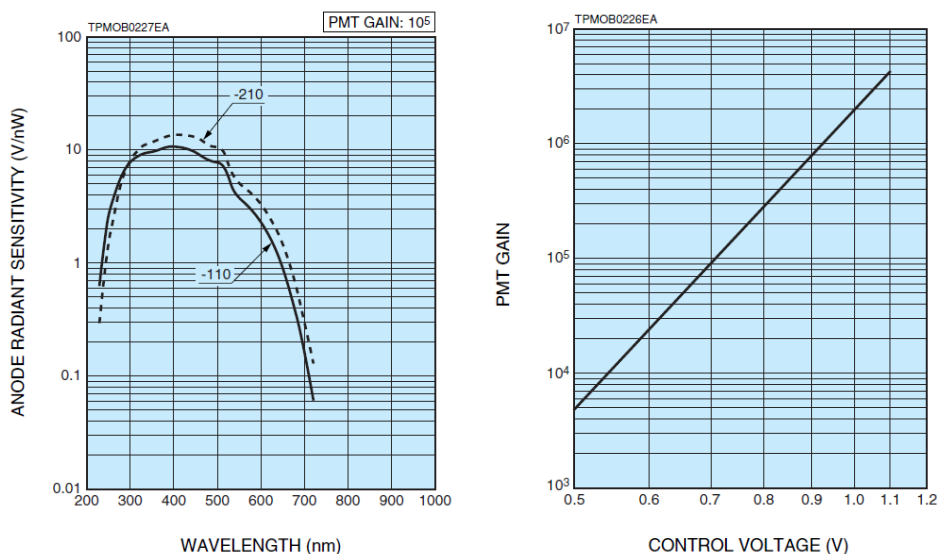
## Popis zařízení, která jsou potřebná pro měření úlohy

Student bude mít k dispozici následující komponenty:

- Laser s vlnovou délkou 532 nm a výkonem 5 mW.
- Několik šedých filtrů pro zeslabení světla 10x, 100x a 1000x.
- Zrcadla, dělič svazku a čočka s ohniskovou vzdáleností  $f = -12$  mm.
- Zrcadlo připevněné k piezoelektrickému aktuátoru. Napětí přiváděné na aktuátor je v rozsahu 0-100 V. Při 100 V je celková délková expanze piezoelektrického aktuátoru kolem  $17 \mu\text{m}$ .
- Generátor pulzů.
- Osciloskop.
- Bodový křemíkový detektor s laditelnou citlivostí.
- Optický stůl pro mechanické upevnění optických komponent a stojánky pro optické komponenty (Thorlabs).
- Fotonásobič Hamamatsu H10722-210. Jeho parametry lze vyčíst z následující tabulky. Zejména věnujte pozornost těm řádkům tabulky, které vyjadřují napětí, která je třeba připojit mezi fotokatodu a anodu (input voltage), a intervalu napětí, kterými se svazek elektronů urychluje (recommended control voltage adjustment range).

Parameter		H10722-110	H10722-210	H10722-01	H10722-20	Unit	
Input Voltage		$\pm 4.5$ to $\pm 5.5$				V	
Max. Input Voltage		$\pm 5.5$				V	
Max. Input Current *1		+6.2 / -3.5				mA	
Max. Output Signal Voltage *2		+4 (Load resistance 10 k $\Omega$ )				V	
Max. Control Voltage		+1.1 (Input Impedance 1 M $\Omega$ )				V	
Recommended Control Voltage Adjustment Range		+0.5 to +1.1 (Input Impedance 1 M $\Omega$ )				V	
Effective Area		$\phi 8$				mm	
Peak Sensitivity Wavelength		400	400	400	630	nm	
Cathode	Luminous Sensitivity	Min.	80	100	100	350	$\mu\text{A/lm}$
		Typ.	105	135	200	500	
	Blue Sensitivity Index (CS 5-58)	Typ.	13.5	15.5	—	—	—
	Red / White Ratio	Typ.	—	—	0.2	0.45	—
Radiant Sensitivity *3		Typ.	110	130	77	78	mA/W
Anode	Luminous Sensitivity *4	Min.	$8.0 \times 10^7$	$1.0 \times 10^8$	$1.0 \times 10^8$	$3.5 \times 10^8$	V/lm
		Typ.	$2.1 \times 10^8$	$2.7 \times 10^8$	$4.0 \times 10^8$	$1.0 \times 10^9$	
	Radiant Sensitivity *3 *4	Typ.	220	260	150	150	V/nW
Voltage Output Depending on PMT Dark Current *4 *5		Typ.	1	1	1	10	mV
		Max.	10	10	10	100	
Current-to-Voltage Conversion Factor		1				V/ $\mu\text{A}$	
Output Offset Voltage		Typ. $\pm 1$				mV	
Ripple Noise *4 *6 (peak to peak)		Max. 0.5				mV	
Settling Time *7		Max. 10				s	
Operating Ambient Temperature *8		+5 to +50				$^{\circ}\text{C}$	
Storage Temperature *8		-20 to +50				$^{\circ}\text{C}$	
Weight		Typ. 100				g	

Citlivost použitého fotonásobiče jako funkce vlnové délky dopadajícího záření a jeho zesílení jako funkce přiloženého napětí jsou pak na následujících grafech.



Neboť musí student v praktiku pracovat s velmi citlivými (a drahými) komponentami je třeba věnovat pozornost zejména následujícímu:

- Vstupní napětí na laseru nesmí být větší jak 2.9 V, musí být ale větší jak 2 V, aby laser fungoval. Optimální je nastavit vstupní napětí na 2.5 V. Vyšší napětí laser spálí.
- Při ladění komponent na optickém stole se světlo z laseru do něj nikdy nesmí vracet jinak dochází ke spálení laseru.
- Na piezoelektrický modul se nikdy nesmí přivést napětí se zápornou polaritou nebo napětí s kladnou polaritou větší jak 100 V. Při měření je tedy nutné přivést napětí, které kmitá např. mezi 20 V a 25 V. Dbejte rovněž velikosti amplitudy kmitání napětí tak, aby se dosáhlo podmínek pro interferenci pro používaný laser.
- Napětí přiložené mezi katodu a anodu fotonásobiče nesmí překročit 5 V a ladící napětí zase nesmí překročit 1.2 V. Při práci s fotonásobičem buďte obzvláště opatrní.

## Úkoly pro zpracování

1. Zakreslete do protokolu schéma celé Vámi vytvořené aparatury pro ověření vlnově částicového dualismu světla.
2. Nakreslete graf zobrazující časovou závislost signálu z křemíkové diody.
3. Nakreslete graf zobrazující časovou závislost signálu z fotonásobiče. Uveďte jak graf signálu pro krátkou dobu měření (jedno sepnutí osciloskopu), tak časově zprůměrovaný signál.
4. Zprůměrujte několik signálů z osciloskopu, abyste si ověřili, že takto skutečně získáte podobný signál jako z křemíkové diody.
5. Vypočítejte kolik fotonů je detekováno fotonásobičem během jedné periody generátoru pulzů. Tuto hodnotu pak srovnajte sečtením počtu maxim signálu z osciloskopu za daný časový interval.

**Literatura:**

- [1] Sir Isaac Newton, *Philosophiae Naturalis Principia Mathematica*, (1687).
- [2] Christian Huygens, *Traite de la Lumiere* (dokončeno 1678, publikováno v Leydenu 1690).
- [3] James Clerk Maxwell, *A dynamical theory of the electromagnetic field*, Philosophical Transactions of the Royal Society of London 155: 459–512 (1865).
- [4] Max Planck, *Über eine Verbesserung der Wienschen Spektralgleichung*, Verhandlungen der Deutschen Physikalischen Gesellschaft 2: 202–204 (1900).
- [5] Albert Einstein, *Über die Entwicklung unserer Anschauungen über das Wesen und die Konstitution der Strahlung*. Physikalische Zeitschrift 10: 817–825 (1909).
- [6] Louis de Broglie, *Recherches sur la théorie des quanta*, Doktorská práce (Paříž 1924).
- [7] Albert Einstein, *Zur Elektrodynamik bewegter Körper*, Annalen der Physik 17: 891 (1905).
  
- [8] Erwin Schrödinger, *Quantisierung als Eigenwertproblem*. Annalen der Physik: 361–377 (1926).
- [9] A. Weiss, T. Dimitrova, *Kohärentes Licht - Interferometrie*, Návod k praktiku, univerzita Fribourg (2008).
- [10] P. A. M. Dirac, *The principles of quantum mechanics*. 4. vydání, Oxford university press (New York 1958).
- [11] R. P. Feynman, A. R. Hibbs *Quantum mechanics and path integrals*. McGraw-Hill (New York 2005).
- [12] R. P. Feynman, *QED: The strange theory of light and matter*. Princeton university press (1985).
- [13] C. H. Holbrow, E. Galvez, M. E. Parks *Photon quantum mechanics and beam splitters*, Am. J. Phys. 70 (2002).
- [14] <http://en.wikipedia.org/wiki/Photomultiplier>