

M1101 Matematická analýza I

Opravná zápočtová písemná práce, 11. 12. 2017

Varianta A

1. (4 body) Určete *definiční obor* (prosté) funkce zadané předpisem

$$f: y = \frac{e^x + 1}{e^x - 1}$$

a nalezněte předpis *funkce k ní inverzní*.

2. (4 body) Určete obě jednostranné limity

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \operatorname{arctg} \frac{1}{x}, \quad \lim_{x \rightarrow 0^-} \operatorname{arctg} \frac{1}{x}$$

a na základě těchto dvou výsledků rozhodněte o existenci a případné hodnotě limity

$$\lim_{x \rightarrow 0} \operatorname{arctg} \frac{1}{x}.$$

3. (6 bodů) Stanovte limitu posloupnosti, resp. funkce:

- a) (3 body)

$$\lim_{n \rightarrow \infty} n \left(n - \sqrt{n^2 - 1} \right),$$

- b) (3 body)

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(\cos 3x)}{\ln(\cos 4x)}.$$

4. (4 body) Určete *definiční obor* a vyšetřete *monotonii* funkce zadané předpisem

$$f(x) = \ln(4 - x^2).$$

Stanovte rovněž všechny její lokální extrémy *včetně odpovídajících funkčních hodnot*.

5. (4 body) Pomocí *pátého Maclaurinova polynomu* funkce $f(x) = \sin x$ určete *přibližnou hodnotu čísla $\sin 1$ (tedy sinu jednoho radiánu)*.

6. (4 body) Stanovte neurčitý integrál

$$\int \frac{dx}{\sin^2 x \cos^2 x}.$$

7. (4 body) Nalezněte obsah útvaru ohraničeného křivkami o rovnicích

$$y = -x^3, \quad y = \sqrt[3]{x}, \quad x = 1.$$