

# GONIOMETRICKÉ VÝRAZY

(Seminář z matematiky I - M1130/02 2017)

(1) Zjednodušte výrazy (uvažujte  $x, y \in \mathbb{R}$ , pro něž jsou výrazy definovány)

(a)  $\frac{1 - \sin x - \cos 2x + \sin 3x}{\sin 2x + 2 \cos x \cos 2x}$  [tg x]

(b)  $\frac{\sin x + \sin 3x + \sin 5x + \sin 7x}{\cos x + \cos 3x + \cos 5x + \cos 7x}$  [tg 4x]

(c)  $\cos^4 x - \sin^4 x$  [cos 2x]

(d)  $\sin x \cdot \cos x (\operatorname{tg} x + \operatorname{cotg} x)$  [1]

(e)  $\frac{1 - \operatorname{tg}^2 x}{\cos 2x}$   $\left[ \frac{1}{\cos^2 x} \right]$

(f)  $\cos 2x + \sin 2x \cdot \operatorname{tg} x$  [1]

(g)  $\frac{\cos^2 x \cdot \operatorname{tg} x}{1 - \cos^2 x}$  [cotg x]

(h)  $\frac{\sin x + \sin y}{\cos x + \cos y}$   $\left[ \operatorname{tg} \frac{x+y}{2} \right]$

(2) Dokažte, že pro všechna  $x \in \mathbb{R}$ , pro něž jsou následující výrazy definovány, platí:

(a)  $2(\sin^6 x + \cos^6 x) - 3(\sin^4 x + \cos^4 x) + 1 = 0$

(b)  $2 \cos^2 x + \cos x - 1 = 2 \cos \frac{3x}{2} \cos \frac{x}{2}$

(c)  $\frac{2 \sin 2x - \sin 4x}{2 \sin 2x + \sin 4x} = \operatorname{tg}^2 x$

(d)  $1 - (\sin^6 x + \cos^6 x) = 3 \sin^2 x \cdot \cos^2 x$

(e)  $\frac{\sin^4 x - \cos^4 x + \cos^2 x}{2(1 - \cos x)} = \cos^2 \frac{1}{2} x$

(f)  $\frac{1 + \operatorname{tg} x}{1 - \operatorname{tg} x} = \operatorname{tg} \left( \frac{\pi}{4} + x \right)$