

Domácí úloha 1

Úloha 1. Buď $X \subseteq \mathbb{R}^2$ množina konečné Lebesgueovy míry $\mu(X)$. Dokažte, že existují dvě přímky $p \perp q$, které rozdělují rovinu na kvadranty A_1, A_2, A_3, A_4 tak, že $\mu(A_i \cap X) = \frac{1}{4}\mu(X)$, $i \in \{1, 2, 3, 4\}$.

Úloha 2. Necht' $X, Y \subseteq \mathbb{R}^2$ jsou množiny konečné Lebesgueovy míry $\mu(X), \mu(Y)$. Dokažte, že existuje přímka p rozdělující rovinu na poloroviny p^+, p^- tak, že $\mu(p^+ \cap X) = \frac{1}{2}\mu(X)$ a $\mu(p^+ \cap Y) = \frac{1}{2}\mu(Y)$.

Úloha 3. Dokažte, zobrazení $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ je spojitě (topologicky) právě když je spojitě $(\epsilon - \delta)$.

Úloha 4. Dokažte, že otevřený interval $(a, b) \subseteq \mathbb{R}$ a polouzavřený interval $[c, d) \subseteq \mathbb{R}$ nejsou homeomorfní.