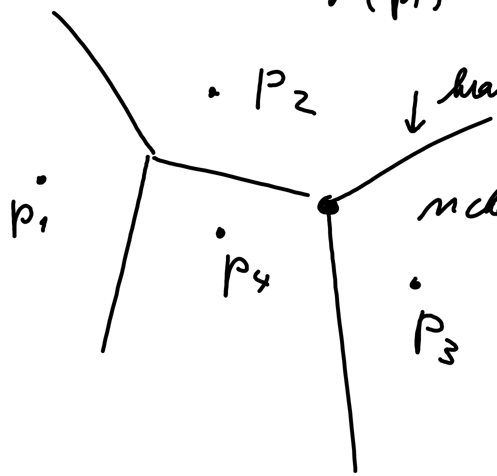
V-DIAGRAMY

$P = \{p_1, p_2, \dots p_n\}$ množina n bodů v rovině. Chceme najít rozumné podrozdělení s oblastmi

$$V(p_i) = \{ q \in \mathbb{R}^2,\ dist(q, p_i) \leq dist(q, p_j)\ \forall j \neq i \}$$



hrany V-diagramu

uzly V-diagramu

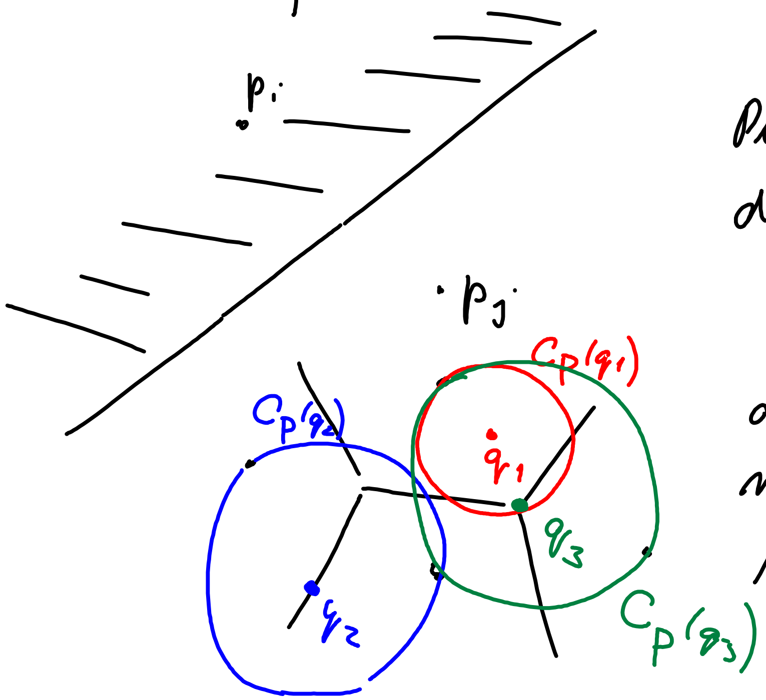
Minule: počet uzlů a počet hran je řádu $O(n)$

(2)

$$V(p_i) = \bigcap_{\substack{j \neq i \\ j=1}}^{n} h(p_i, p_j)$$

$h(p_i,p_j)$ je polorovina bodů q, kde

$$\mathrm{dist}(q,p_i) \leq \mathrm{dist}(q,p_j)$$



Pro bod q a množinu $P = \{p_1, \dots p_n\}$ definujme kružnici

$$C_P(q)$$

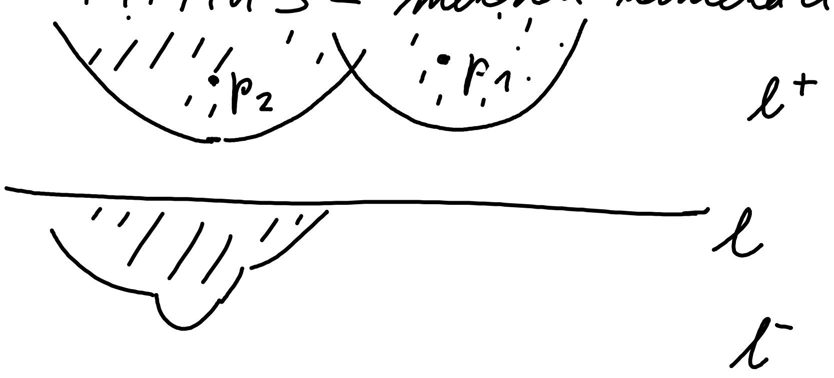
o středu q takovou, že v jejím vnitřku neleží žádný bod z množiny P a nějaký bod z P leží na této kružnici.

③

q je bodem na hraně V-diagramu, právě když na $C_P(q)$ leží aspoň 2 body z množiny P

q je vrcholem V-diagramu, právě když na $C_P(q)$ leží aspoň 3 body z množiny P.

ALGORITMUS – metodou zametací přímky



Geometrické místo bodů, které mají blíž k nějakému z bodů nad ℓ než k nějakému z bodů pod ℓ je

4

sjednocení části rovin nad parabolami, které jsou určeny přímkou l a bodem z množiny P nad l.

(Parabola je geom. místo bodů, které mají stejnou vzdálenost od pevné přímky a pevného bodu.)

Toto geometrické místo bodů je zdola ohraničena oblouky parabol a toto ohraničení se nazývá plážová linie (beach line)

$$\bigcup_{p \text{ nad } l} \alpha^+(l,p)$$

$$\alpha(l,p) = \{q \in \mathbb{R}^2 ; \; dist(q,p) = dist(q,l)\}$$

$$\alpha^+(l,p) = \{q \in \mathbb{R}^2 ; \; dist(q,p) \leq dist(q,l)\}$$

5

Vyprázdněný terminální strom T v tomto případě určuje pořadí oblouků parabol.
U každého oblouku bude odkaz na bod z P, který je společně se zametací přímkou určuje

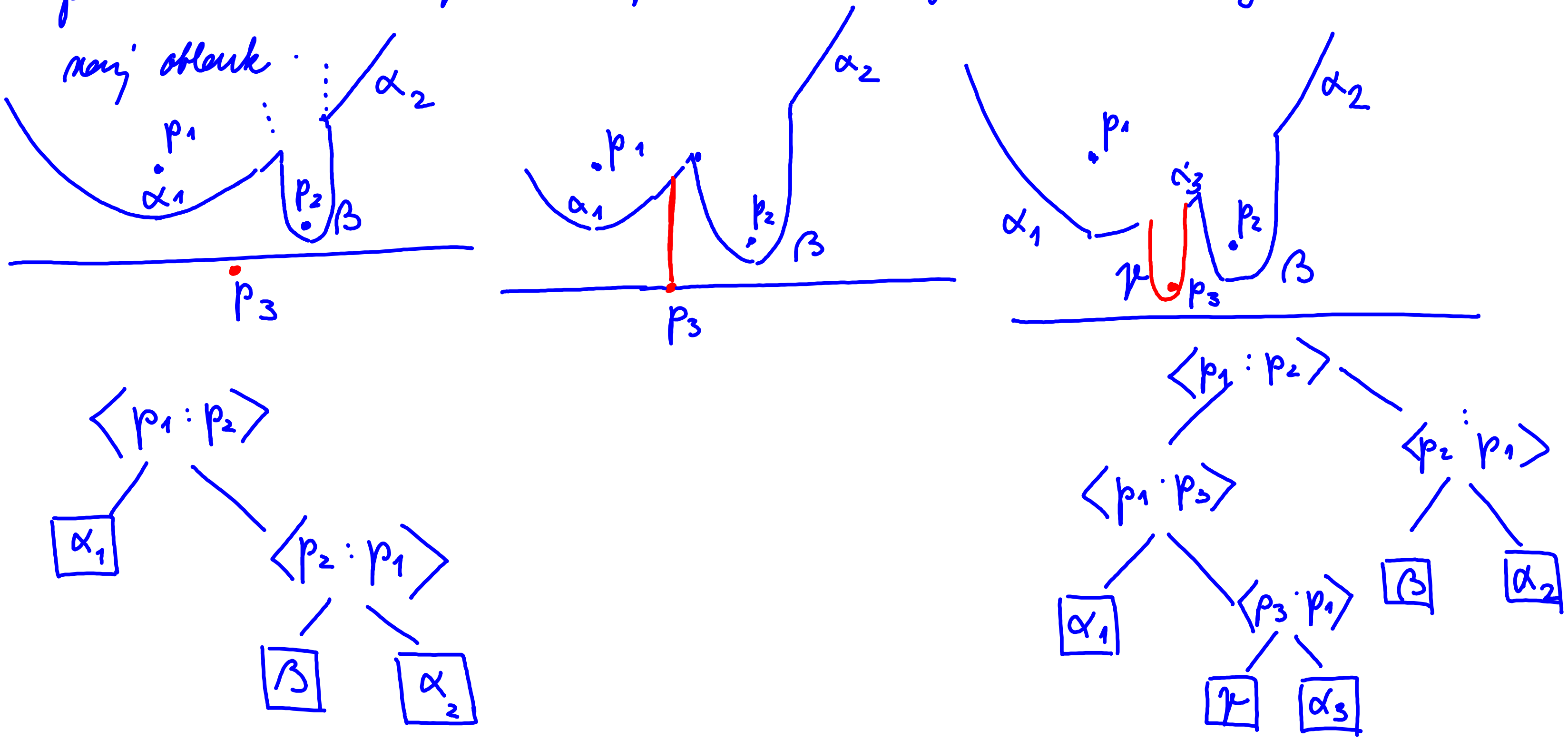
$$\mathrm{dist}(q, p_1) = \mathrm{dist}(q, \ell) = \mathrm{dist}(q, p_2)$$

$$\Downarrow$$

Na průniku oblouků leží body a hrany V-diagramu.
V průběhu algoritmu s plážové linii nové oblouky vznikají a staré zanikají. Vznik a zánik oblouků v plážové linii je určen událostmi.

6

Jestliže zametací přímka přechází nějaký bod z množiny P, pak vzniká nový oblouk:



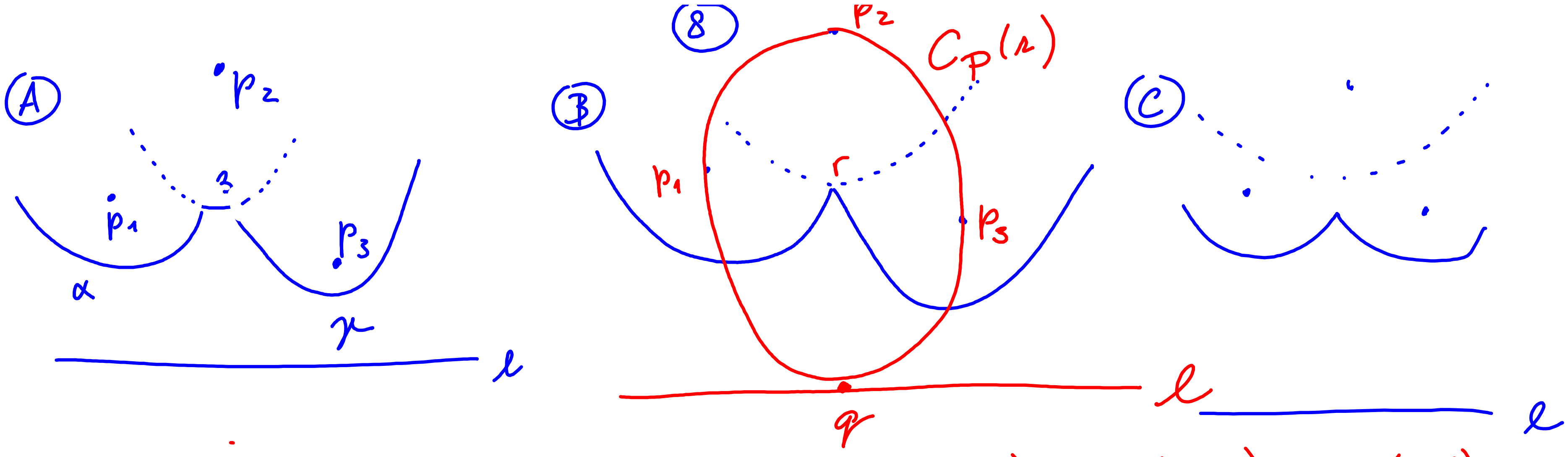
7

<u>Tvrzení 1</u>: Toto je jediný způsob, jak mohou v plážové linii vzniknout nové oblouky

Body z množiny P se nazývají místní události (site event)
– vznikají v nich nové oblouky.

Plážová linie může mít <u>nejvýše 2n - 1 oblouků.</u>
Po přechodu zam. přímky 1. bodem má jediný oblouk
Při přechodu dalšími body můžou přibýt nejvýše 2 oblouky

<u>Tvrzení 2:</u> Jediný způsob, jak může oblouk paraboly z plážové linie zmizet, je přechod zametací přímky přes tzv. kruhovou událost (circle event).



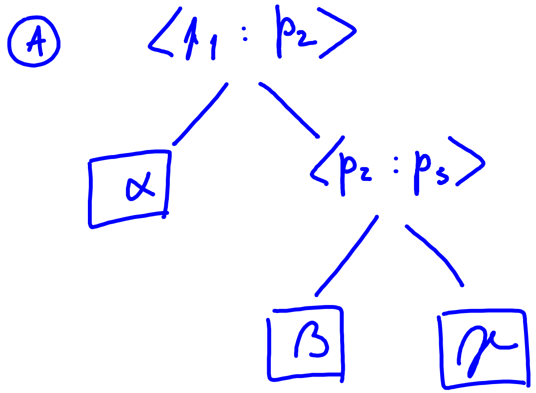
$$dist(r,p_1) = dist(r,p_2) = dist(r,p_3) = dist(r,\ell) = dist(r,q)$$

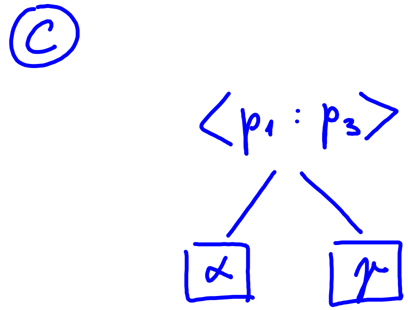
q je K VÁ UDÁLOST

- je to kružnice obsahující body p_1, p_2, p_3, který má nejmenší y-ovou souřadnici. V tomto bodě zaniká oblouk β příslušný k bodu p_2.

9

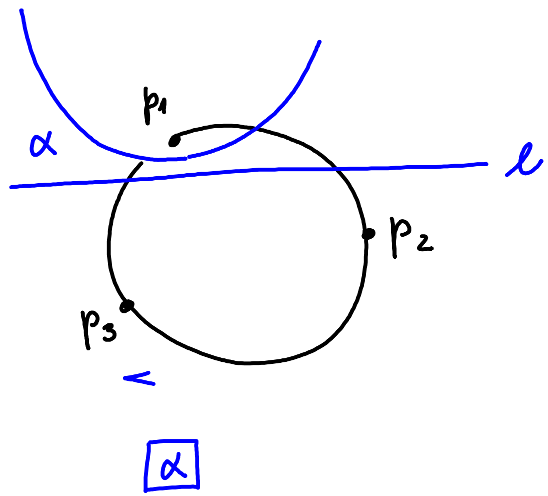
Změna stromu při přechodu kruhové události

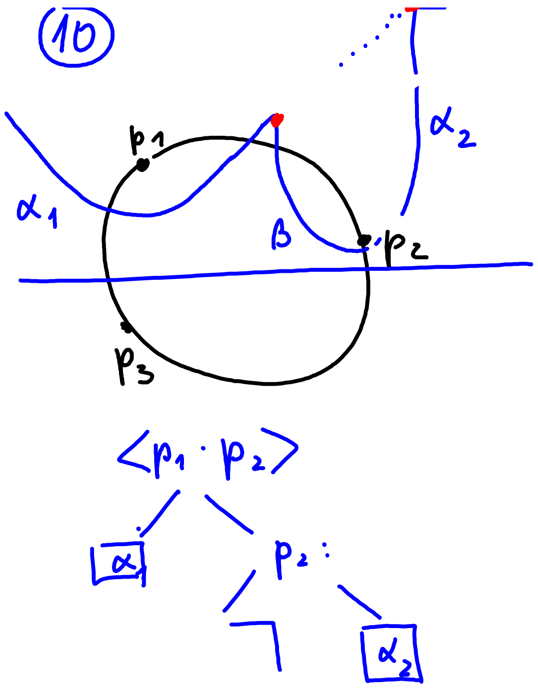


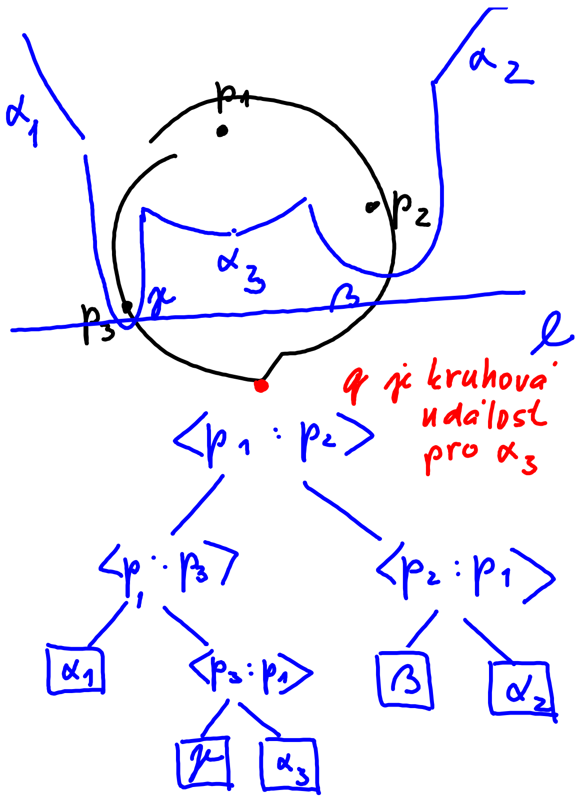


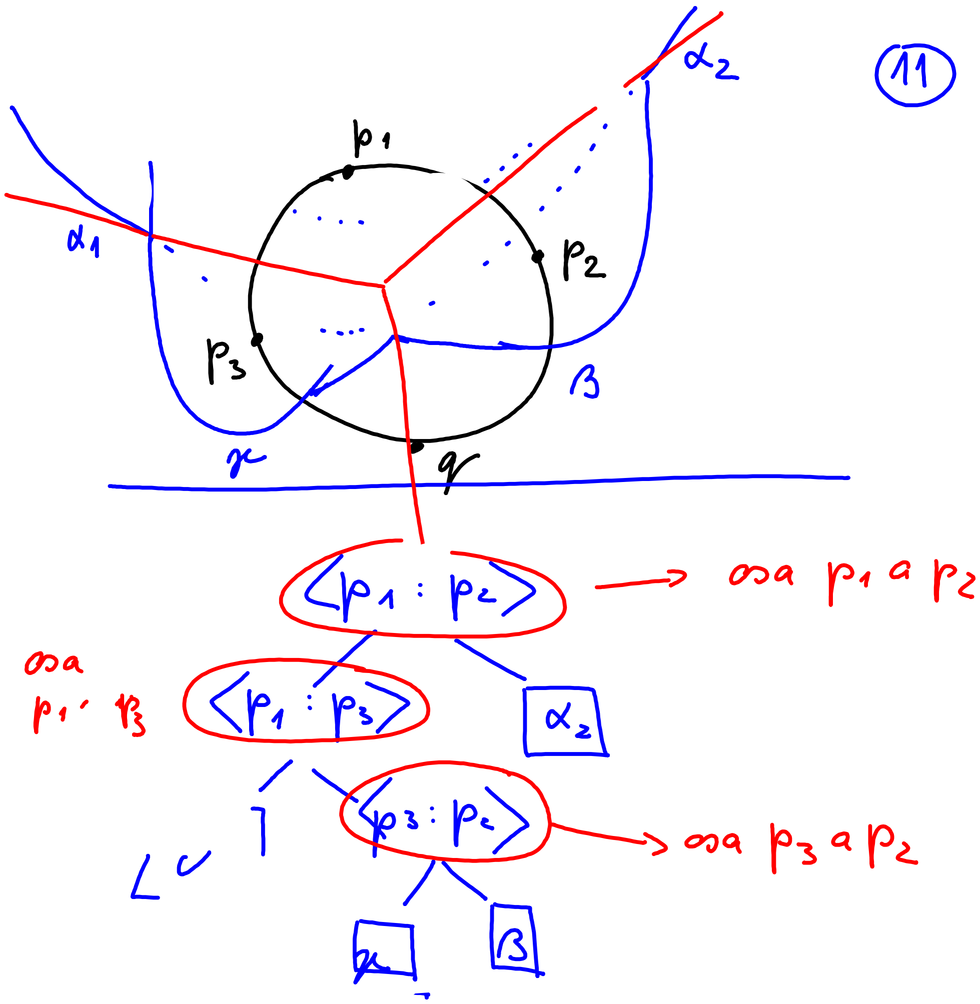
Události – místní (site event) ... vznikají nové oblouky v plážové linii
– kruhové (circle event) .. staré oblouky v plážové linii zanikají.

Fronta událostí Q – na začátku do ní vložíme body z množiny P
v průběhu algoritmu vkládáme nebo vyndaváme z fronty kruhové události.


p1
p2
p3
α
ℓ
α


10
p1
p2
p3
α1
α2
β
<p1 : p2>
α
p2 :
α2


p1
p2
p3
α1
α2
α3
β
γ
ℓ
q je kruhová
událost
pro α3
<p1 : p2>
<p1 : p3>
<p2 : p1>
<p3 : p1>
α1
β
α2
γ
α3


11
p1
p2
p3
q
α1
α2
β
γ
⟨p1 : p2⟩
osa p1 a p2
osa
p1 : p3
⟨p1 : p3⟩
α2
⟨p3 : p2⟩
osa p3 a p2
γ
β

12

Časová náročnost algoritmu je $O(n \log n)$

Fronta na začátku $O(n \log n)$

Fronta má zadané $O(n)$ událostí:

V každé události strávíme čas $O(\log n)$

- vyhledání okolí nad p $O(\log n)$
- nové události do fronty $O(\log n)$
- upravení stromu $O(\log n)$