7.1 Parametrické úlohy o jednom náhodném výběru z normálního rozdělení

Příklad 7.1. Víme, že výška hochů ve věku 9.5 až 10 let má normální rozdělení s neznámou střední hodnotou μ a známým rozptylem $\sigma^2 = 39.112$ cm^2. Dětský lékař náhodně vybral 15 hochů uvedeného věku, změřil je a vypočítal realizaci výběrového průměru $m = 139.13$ cm. Podle jeho názoru by výška hochů v tomto věku neměla přesáhnout 142 cm s pravděpodobností 0.95. Lze tvrzení lékaře akceptovat?

1. Test pomocí kritického oboru

   ```
   ## [1] -1.644854
   ```

   Kritický obor má tvar .... Protože ...., H_0................................. na hladině významnosti $\alpha =$............................. .

2. Test pomocí intervalu spolehlivosti.

   ```
   ## [1] 141.7861
   ```

   Interval spolehlivosti má tvar .... Protože ...., H_0................................. na hladině významnosti $\alpha =$............................. .

3. Test pomocí p-hodnoty.

   ```
   ## [1] 0.03775549
   ```

p-hodnota vyšla .... Protože p-hodnota ...., H_0................................. na hladině významnosti $\alpha =$............................. .

Příklad 7.2. Testování hypotézy o střední hodnotě μ: Systematická chyba měřicího přístroje se eliminuje nastavením přístroje a měřením etalonu, jehož správná hodnota je $\mu = 10.00$. Nezávislými měřeními za stejných podmínek byly získány hodnoty: 10.24, 10.12, 9.91, 10.19, 9.78, 10.14, 9.86, 10.17, 10.05, které považujeme za realizace náhodného výběru rozsahu 9 z rozdělení $N(\mu, \sigma^2)$. Je možné při riziku 0.05 vysvětlit odchylky od hodnoty 10.00 působením náhodných vlivů?

Test normality:

```
## [1] 0.2873252
```

P-hodnota .... testu je ...., tedy nulovou hypotézu o normálním rozdělení náhodného výběru .... na hladině významnosti $\alpha =$.........................

Testování nulové hypotézy:
Na hladině významnosti $\alpha = 0.05$ testujeme hypotézu H_0 : .... proti oboustranné alternativě H_1 : ....

a) Testování pomocí kritického oboru

   ```
   ## [1] "t0 = 0.9426"
   ## [1] "w1 = 2.306"
   ## [1] "w2 = -2.306"
   ```

   Testovací statistika t_0 nabývá hodnoty ...., kritický obor má tvar ....
   Protože ...., H_0 .... na hladině významnosti $\alpha =$........................

b) Testování pomocí intervalu spolehlivosti

```
## [1] "dh = 9.9261"
## [1] "hh = 10.1761"
```

.... empirický interval spolehlivosti pro rozptyl σ^2 má tvar ....
Protože ...., nulovou hypotézu H_0 .... na hladině významnosti $\alpha =$...........................
.

c) Testování pomocí p-hodnoty

```
## [1] "p-hodnota = 0.3735"
```

Protože p-hodnota je .... , nulovou hypotézu H_0 .... na hladině významnosti $\alpha =$........................... .

Poznámka: K otestování nulové hypotézy o střední hodnotě μ můžeme použít funkci t.test(x) s argumentem mu=10 (hodnota c z nulové hypotézy) a argumentem alternative='two.sided' (oboustranná alternativa).

Příklad 7.3. Testování hypotézy o směrodatné odchylce σ: U 25 náhodně vybraných dvoulitrových lahví s nealkoholickým nápojem byl zjištěn přesný objem nápoje. Výběrový průměr činil $m = 1.99$ l a výběrová směrodatná odchylka $s = 0.1$ l. Předpokládejme, že objem nápoje v láhvi je náhodná veličina s normálním rozdělením. Na hladině významnosti $\alpha = 0.05$ ověřte tvrzení výrobce, že směrodatná odchylka je 0.08 l.

Na hladině významnosti $\alpha = 0.05$ testujeme hypotézu H_0 : .... proti .... alternativě H_1 : ....

Hypotézy H_0 a H_1 převedeme na tvar H_0 : .... a H_1 : ....

a) Testování pomocí kritického oboru

```
## [1] 37.5
## [1] 12.40115
## [1] 39.36408
```

Testovací statistika t_0 nabývá hodnoty ...., kritický obor má tvar ....
Protože ...., H_0 .... na hladině významnosti $\alpha =$........................

b) Testování pomocí intervalu spolehlivosti

```
## [1] 0.006096929
## [1] 0.01935304
```

95% empirický interval spolehlivosti pro střední hodnotu μ má tva r...
Protože ...., nulovou hypotézu H_0 .... na hladině významnosti $\alpha =$...........................
.

c) Testování pomocí p-hodnoty

```
## [1] 0.0779636
```

Protože p-hodnota je .... , nulovou hypotézu H_0 .... na hladině významnosti $\alpha =$........................... .

7.2 Parametrické úlohy o rozdílu parametrů $\mu_1 - \mu_2$ dvourozměrného rozdělení

Příklad 7.4. Testování hypotézy o rozdílu parametrů $\mu_1 - \mu_2$ dvourozměrného rozdělení: Bylo vybráno šest nových vozů téže značky a po určité době bylo zjištěno, o kolik mm se sjely jejich levé a pravé přední pneumatiky. Výsledky: $(1.8, 1.5)$, $(1.0, 1.1)$, $(2.2, 2.0)$, $(0.9, 1.1)$, $(1.5, 1.4)$, $(1.6, 1.4)$. Za předpokladu, že uvedené dvojice tvoří náhodný výběr z dvourozměrného rozdělení s vektorem středních hodnot (μ_1, μ_2) a jejich rozdíly se řídí normálním rozdělením, testujte na hladině významnosti $\alpha = 0.05$ hypotézu, že obě pneumatiky se sjíždí stejně rychle.

Označme $\mu = \mu_1 - \mu_2$. Na hladině významnosti $\alpha = 0.05$ testujeme hypotézu H_0 :................................. proti oboustranné alternativě H_1 : .... Testování provedeme párovým t-testem.

Test normality:

```
## [1] 0.2873252
```

P-hodnota .... testu je ...., tedy nulovou hypotézu o normálním rozdělení náhodného výběru .... na hladině významnosti $\alpha = 0.05$.

a) Testování pomocí kritického oboru

```
## [1] 1.051758
## [1] 2.570582
## [1] -2.570582
```

Testovací statistika t_0 nabývá hodnoty ...., kritický obor má tvar ....

Protože ...., H_0 .... na hladině významnosti $\alpha =$.......................

b) Testování pomocí intervalu spolehlivosti

```
## [1] -0.1203401
## [1] 0.2870068
```

95% empirický interval spolehlivosti pro střední hodnotu μ má tva r..

Protože ...., nulovou hypotézu H_0 .... na hladině významnosti $\alpha =$...........................
.

c) Testování pomocí p-hodnoty

```
## [1] 0.341062
```

P-hodnota .... testu je ...., tedy nulovou hypotézu o normálním rozdělení náhodného výběru .... na hladině významnosti $\alpha = 0.05$.

Poznámka: K otestování nulové hypotézy o rozdílu parametrů $\mu_1 - \mu_2$ dvourozměrného rozdělení můžeme použít funkci t.test(x,y) s argumentem paired=T (párový test) a argumentem alternative='two.sided' (oboustranná alternativa).

7.3 Parametrické úlohy o jednom náhodném výběru z alternativního rozdělení

Příklad 7.5. Testování hypotézy o parametru θ alternativního rozdělení: Určitá cestovní kancelář organizuje zahraniční zájezdy podle individuálních přání zákazníků. Z několika minulých let ví, že 30 % všech takto organizovaných zájezdů má za cíl zemi X. Po zhoršení politických podmínek v této zemi se cestovní kancelář obává, že se zájem o tuto zemi mezi zákazníky sníží. Ze 150 náhodně vybraných zákazníků v tomto roce má 38 za cíl právě zemi X. Potvrzují nejnovější data pokles zájmu o tuto zemi? Volte hladinu významnosti $\alpha = 0.05$.

Máme náhodný výběr $X_1, \ldots, X_{150}$ z rozdělení $A(0.3)$. Testujeme H_0 : .... proti levostranné alternativě .... V tomto případě je testovacím kritériem statistika
Nejprve musíme ověřit splnění podmínky $n\theta(1-\theta) > 9$: ....

a) Testování pomocí kritického oboru

```
## [1] -1.247219
## [1] -1.644854
```

Testovací statistika t_0 nabývá hodnoty ...., kritický obor má tvar ....
Protože ...., H_0 .... na hladině významnosti $\alpha =$........................

b) Testování pomocí intervalu spolehlivosti

```
## [1] 0.3117439
```

.... empirický interval spolehlivosti pro parametr θ má tvar ....
Protože ...., nulovou hypotézu H_0 .... na hladině významnosti $\alpha =$...........................
.

c) Testování pomocí p-hodnoty

```
## [1] 0.1061586
```

Protože p-hodnota je .... , nulovou hypotézu H_0 .... na hladině významnosti $\alpha =$........................... .