8 Neparametrické úlohy o mediánech

Příklad 8.1. Jednovýběrový znaménkový test a jednovýběrový Wilcoxonův test
Z archivních materiálů máme k dispozici původní kraniometrické údaje o šířce lebky (v mm) žen starověké egyptské populace. Náhodný výběr 15 lebek poskytl tyto výsledky: 133, 134, 132, 141, 135, 135, 136, 137, 135, 137, 137, 136, 139, 118, 130. Současně máme k dispozici průměrnou hodnotu šířky lebky žen novověké egyptské populace $\bar{x}_m = 131$ mm.

Na hladině významnosti $\alpha = 0.05$ testujte hypotézu, že šířka lebky žen starověké egyptské populace je stejná jako šířka lebky žen novověké egytské populace. Sestrojte krabicový diagram.

Test normality dat

```
## [1] 0.001934312
```

p-hodnota 0.00193 je menší než hladina významnosti $\alpha = 0.05 \rightarrow H_0$ zamítáme. Data nepochází z normálního rozdělení.

Protože data nepochází z normálního rozdělení, musíme k otestování hypotézy o shodě šířky lebky žen starověké a novověké egyptské populace použít parametrický / neparametrický jednovýběrový test o ....

Jednovýběrový znaménkový test

1. H_0 : ....
2. H_1 : ....

```
##
##  One-sample Sign-Test
##
## data:  x
## s = 13, p-value = 0.007385
## alternative hypothesis: true median is not equal to 131
## 95 percent confidence interval:
##  133.1782 137.0000
## sample estimates:
## median of x
##         135
##                   Conf.Level   L.E.pt U.E.pt
## Lower Achieved CI     0.8815 134.0000    137
## Interpolated CI       0.9500 133.1782    137
## Upper Achieved CI     0.9648 133.0000    137
```

1. **Testování kritickým oborem**
   Testovací statistika S^+ nabývá hodnoty ...., počet nenulových rozdílů $n =$ ...., kritický obor má potom tvar .... Protože S^+............W, H_0 : o hodnotě mediánu rovné 131 .... na hladině významnosti $\alpha =$ ....
2. **Testování IS**
   Interval spolehlivosti má tvar ....

   Protože ...., H_0 o hodnotě mediánu rovné 131 .... na hladině významnosti $\alpha =$ ....
3. **Testování p-hodnotou**
   Protože p-hodnota ...., H_0 o hodnotě mediánu rovné 131 .... na hladině významnosti $\alpha = 0.05$.

Jednovýběrový Wilcoxonův test

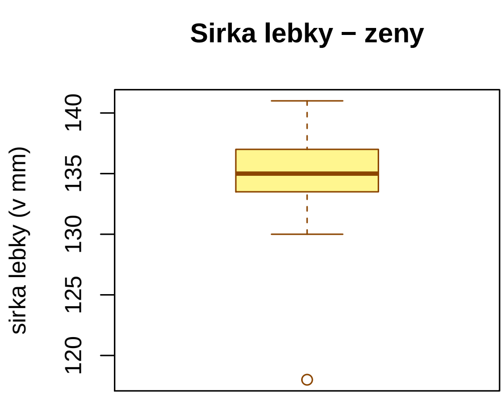
```
##
##  Wilcoxon signed rank test
##
## data:  x
## V = 103.5, p-value = 0.0133
## alternative hypothesis: true location is not equal to 131
## 95 percent confidence interval:
##  132.9999 137.0000
## sample estimates:
## (pseudo)median
##            135
```

1. H_0 : ....
2. H_1 : ....

1. **Testování kritickým oborem**
   Testovací statistika S^+ nabývá hodnoty ...., počet nenulových rozdílů n =..........., kritický obor má potom tvar .... Protože S^+...........W, H_0 o hodnotě mediánu rovné 131 .... na hladině významnosti $\alpha =$ ....
2. **Testování IS**
   Interval spolehlivosti má tvar ....

   Protože ...., H_0 o hodnotě mediánu rovné 131 .... na hladině významnosti $\alpha =$ ....
3. **Testování p-hodnotou**
   Protože p-hodnota ...., H_0 o hodnotě mediánu rovné 131 .... na hladině významnosti $\alpha = 0.05$.

Krabicový diagram



Závěr testování: Na hladině významnosti 0.05 se šířka lebky žen starověké a novověké egyptské populace ....

Příklad 8.2. Párový znaménkový test a párový Wilcoxonův test Při zjišťování kvality jedné složky půdy se používají dvě metody označené A a B. Výsledky jsou uvedeny v následující tabulce:

Vzorek	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
A	0.280	0.312	0.280	0.300	0.365	0.307	0.320	0.316	0.242	0.321	0.337	0.315	0.342
B	0.280	0.312	0.288	0.298	0.361	0.307	0.319	0.315	0.242	0.323	0.339	0.315	0.359

Na hladině významnosti $\alpha = 0.05$ testujte hypotézu, že metody A a B dávají stejné výsledky. K testování použijte jak párový znaménkový test, tak párový Wilcoxonův test. Sestrojte krabicové diagramy pro obě metody.

Test normality dat

```
## [1] 0.0008132422
```

p-hodnota 0.000813 je menší než hladina významnosti $\alpha = 0.05 \rightarrow H_0$ zamítáme. Rozdíly v hodnotách metod a A B nepochází z normálního rozdělení.

Protože data nepochází z normálního rozdělení, musíme k otestování hypotézy o shodě výsledků metod A a B použít parametrický / neparametrický párový test o ....

Párový znaménkový test

1. H_0 : ....
2. H_1 : ....

```
##
##  One-sample Sign-Test
##
## data:  x1 - x2
## s = 4, p-value = 1
## alternative hypothesis: true median is not equal to 0
## 95 percent confidence interval:
##  -0.002  0.001
## sample estimates:
## median of x
##           0
##                   Conf.Level L.E.pt U.E.pt
## Lower Achieved CI     0.9077 -0.002  0.001
## Interpolated CI       0.9500 -0.002  0.001
## Upper Achieved CI     0.9775 -0.002  0.001
```

1. **Testování kritickým oborem**
   Testovací statistika S^+ nabývá hodnoty ...., počet nenulových rozdílů $n =$ ...., kritický obor má tvar .... Protože S^+............W, H_0 o shodě mediánů $x_{0.5}$ a $y_{0.5}$ .... na hladině významnosti $\alpha =$ ....
2. **Testování IS**
   Interval spolehlivosti má tvar ....
   Protože ...., H_0 o shodě mediánů $x_{0.5}$ a $y_{0.5}$ .... na hladině významnosti $\alpha =$ ....
3. **Testování p-hodnotou**
   Protože p-hodnota ...., H_0 o shodě mediánů $x_{0.5}$ a $y_{0.5}$ .... na hladině významnosti $\alpha =$ ....

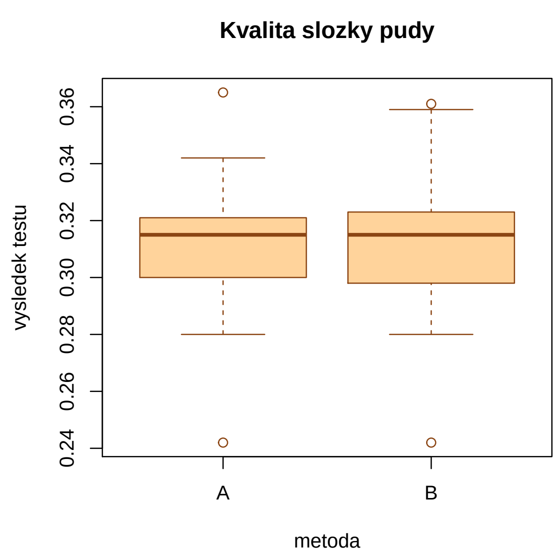
Párový Wilcoxonův test

1. H_0 : ....
2. H_1 : ....

1. **Testování kritickým oborem**
   Testovací statistika S^+ nabývá hodnoty ...., počet nenulových rozdílů n =..............................,
   kritický obor má tvar .... Protože S^+...........W, H_0 o shodě mediánů $x_{0.5}$ a $y_{0.5}$ ....
   na hladině významnosti $\alpha =$ ....
2. **Testování IS**
   Interval spolehlivosti má tvar ....

   Protože ...., H_0 o shodě mediánů $x_{0.5}$ a $y_{0.5}$ .... na hladině významnosti $\alpha =$ ....
3. **Testování p-hodnotou**
   Protože p-hodnota ...., H_0 o shodě mediánů $x_{0.5}$ a $y_{0.5}$ .... na hladině významnosti $\alpha =$ ....

Krabicový graf



Závěr testování: Na hladině významnosti 0.05 se výsledky metody A a B významně ....

Příklad 8.3. Dvouvýběrový Wilcoxonův test Z archivních materiálů máme k dispozici původní kraniometrické údaje o šířce lebky (v mm) 15 žen a 7 mužů ze starověké egyptské populace. Údaje jsou uvedeny v následující tabulce

vzorek	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
šířka lebky – ženy	133	134	132	141	135	135	136	137	135	137	137	136	139	118	130
šířka lebky – muži	132	132	133	128	149	132	137								

Na hladině významnosti $\alpha = 0.05$ testujte hypotézu, že šířka lebky žen a šířka lebky mužů starověké egyptské populace je stejná. Pro lepší představu sestrojte krabicové diagramy pro obě pohlaví.

Test normality dat

```
## [1] 0.001934312
## [1] 0.02447804
```

p-hodnota pro šířku lebky žen ($p = 0.00193$) je menší než hladina významnosti $\alpha = 0.05 \rightarrow H_0$ zamítáme. p-hodnota pro šířku lebky mužů ($p = 0.0244$) je menší než hladina významnosti $\alpha = 0.05 \rightarrow H_0$ zamítáme . Oba datové soubory tedy nepochází z normálního rozdělení.

Protože data nepochází z normálního rozdělení, musíme k otestování hypotézy o shodě šířky lebky žen a mužů starověké egyptské populace použít parametrický / neparametrický dvouvýběrový test o ....

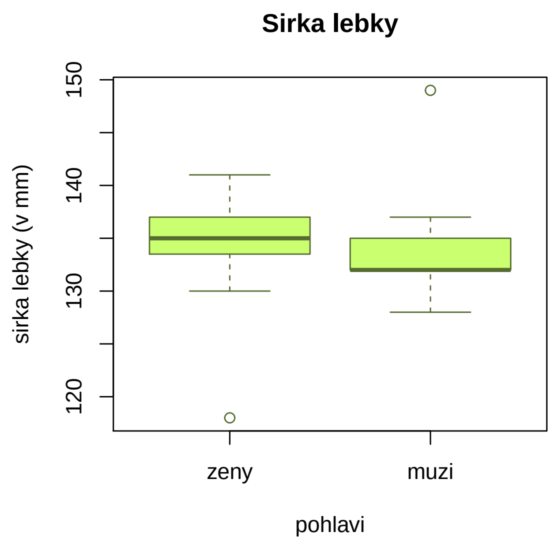
1. H_0 : ....
2. H_1 : ....

```
##
##  Wilcoxon rank sum test
##
## data:  x and y
## W = 66.5, p-value = 0.3201
## alternative hypothesis: true location shift is not equal to 0
## 95 percent confidence interval:
##  -3.000024  4.999920
## sample estimates:
## difference in location
##               2.000046
```

1. **Testování kritickým oborem**
   Testovací statistika U_1 nabývá hodnoty ...., rozsah náhodného výběru pro ženy je n_1=................, rozsah náhodného výběru pro muže je n_2 =................, kritický obor má tvar .... Protože U_1...........W, H_0 o shodě mediánů $x_{0.5}$ a $y_{0.5}$ .... na hladině významnosti $\alpha =$ ....
2. **Testování IS**
   Interval spolehlivosti má tvar ....

   Protože ...., H_0 o shodě mediánů $x_{0.5}$ a $y_{0.5}$ .... na hladině významnosti $\alpha =$ ....
3. **Testování p-hodnotou**
   Protože p-hodnota ...., H_0 o shodě mediánů $x_{0.5}$ a $y_{0.5}$ .... na hladině významnosti $\alpha =$ ....

Krabicový diagram



Závěr testování: Mezi šířkou lebky žen a šířkou lebky mužů starověké egyptské populace .... významný rozdíl. Tedy šířka lebky žen a šířka lebky mužů starověké egyptské populace jsou ....

Příklad 8.4. Kruskalův–Wallisův test Z produkce tří podniků vyrábějících televizory bylo vylosováno 10, 8 a 12 kusů. Byly získány následující výsledky zjišťování citlivosti těchto televizorů v mikrovoltech:

1.podnik:	420	560	600	490	550	570	340	480	510	460		
2.podnik:	400	420	580	470	470	500	520	530				
3.podnik:	450	700	630	590	420	590	610	540	740	690	540	670

Ověřte na hladině významnosti $\alpha = 0.05$ hypotézu o shodě úrovně citlivosti televizorů v jednotlivých podnicích. Sestrojte krabicové diagramy pro všechny tři podniky.

1. H_0 : ....
2. H_1 : ....

```
##
##  Kruskal-Wallis rank sum test
##
## data:  citlivost and podnik
## Kruskal-Wallis chi-squared = 8.3047, df = 2, p-value = 0.01573
```

1. **Testování kritickým oborem**
   Testovací statistika Q nabývá hodnoty ...., kritický obor má tvar .... Protože Q...........W, H_0 o shodě mediánů $x_{1,0.5}$, $x_{2,0.5}$, $x_{3,0.5}$, $x_{4,0.5}$ .... na hladině významnosti $\alpha =$ ....
2. **Testování p-hodnotou**
   Protože p-hodnota ...., H_0 o shodě mediánů $x_{1,0.5}$, $x_{2,0.5}$, $x_{3,0.5}$, $x_{4,0.5}$ .... na hladině významnosti $\alpha =$ ....

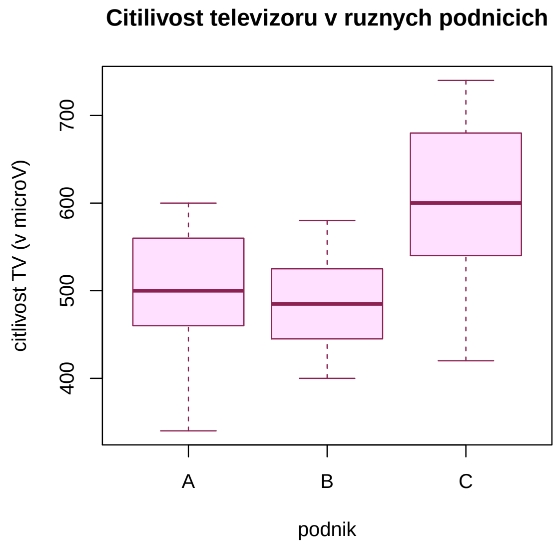
Metoda mnohonásobného porovnávání

Jelikož jsme nulovou hypotézu o shodě mediánů ...., chceme nyní zjistit, které dvojice mediánů se od sebe významně liší. Stanovíme nulové a alternativní hypotézy pro dvojice mediánů

- H_{01} : .... oproti H_{11} : ....
- H_{02} : .... oproti H_{12} : ....
- H_{03} : .... oproti H_{13} : ....

```
##         podnik1 podnik2
## podnik2  0.8728      NA
## podnik3  0.0672  0.0251
```

Krabicový diagram



Závěr testování: Na hladině významnosti $\alpha =$ .... se liší televizory vyráběné ve .... a .... podniku.