# Biostatistika

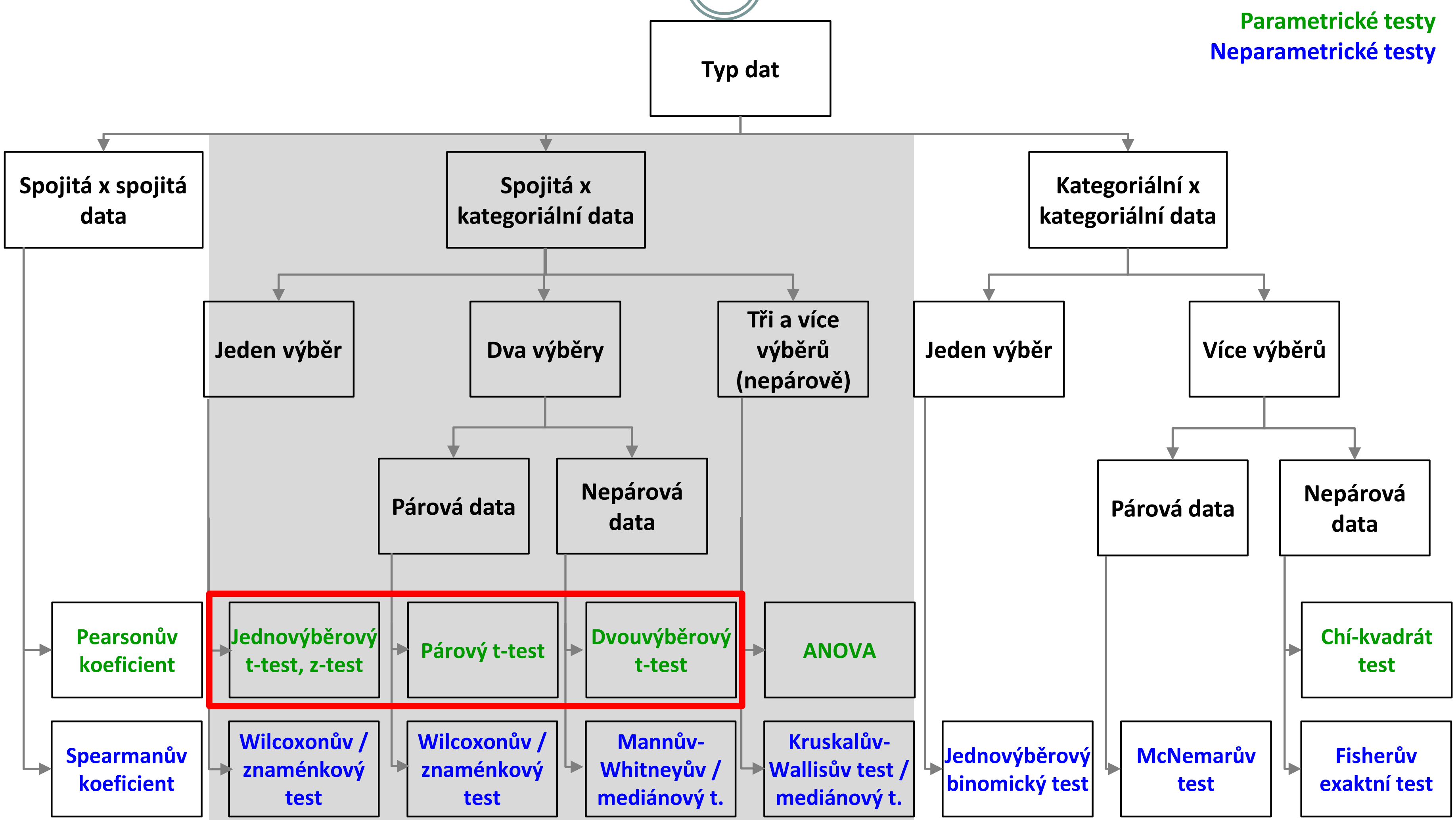
## Opakování
## Shrnutí statistických testů
## Neparametrické testy

MU IBA
Vytvořil Institut biostatistiky a analýz, Masarykova univerzita
*J. Jarkovský, L. Dušek*

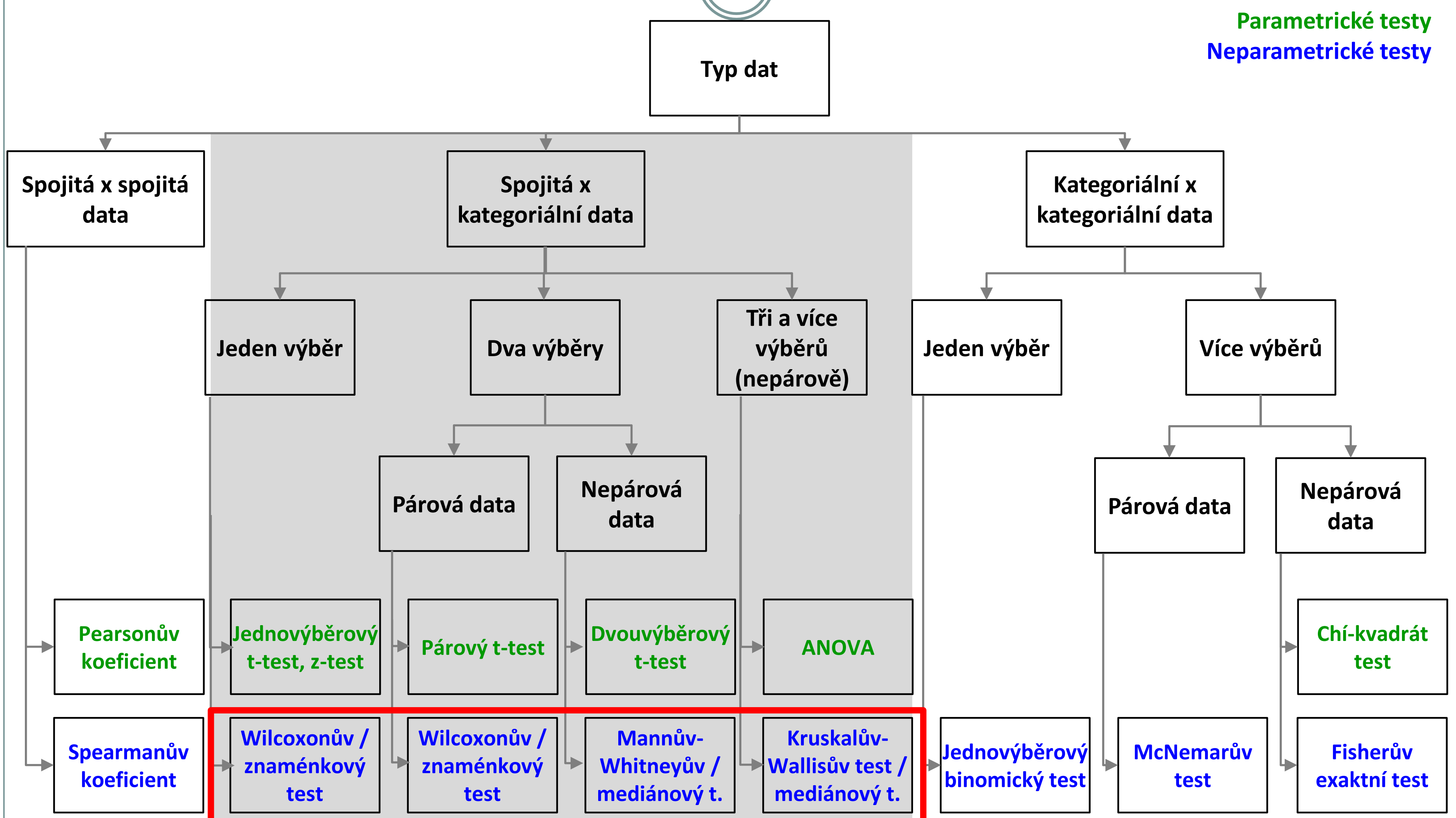
# Co byste měli umět z minula:

1. Vybrat typ parametrického testu – jednovýběrový, párový nebo dvouvýběrový?
2. Ověřit předpoklady parametrických testů (normalitu, shodu rozptylů; graficky i pomocí testů).
3. Provést testování v softwaru Statistica.
4. Interpretovat výsledky testování.

# Základní rozhodování o výběru statistických testů - co jsme probírali minule



# Základní rozhodování o výběru statistických testů - co budeme probírat dnes



# Parametrické vs. neparametrické testy

## Parametrické testy

- Mají předpoklady o rozložení vstupujících dat (např. normální rozložení)
- Při stejném N a dodržení předpokladů mají vyšší sílu testu než testy neparametrické
- Pokud nejsou dodrženy předpoklady parametrických testů, potom jejich síla testu prudce klesá a výsledek testu může být zcela chybný a nesmyslný

## Neparametrické testy

- Vyžadují méně předpokladů o rozložení vstupujících dat, lze je tedy použít i při asymetrickém rozložení, odlehlých hodnotách, či nedetekovatelném rozložení
- Snížená síla těchto testů je způsobena redukcí informační hodnoty původních dat, kdy neparametrické testy nevyužívají původní hodnoty, ale nejčastěji pouze jejich pořadí
- Souvisí s malou velikostí souboru (nejsme schopni normalitu dat ověřit)

**Proč nemusí parametrický a neparametrický test vyjít stejně?**

# 1. Statistické testy o parametrech jednoho výběru

## Jednovýběrový Wilcoxonův test
## Jednovýběrový znaménkový test

# Jednovýběrový Wilcoxonův test

- Předpokladem je symetrické rozdělení dat kolem mediánu.
- Testuje, zda je medián jednoho výběru roven hodnotě *c* (v případě párového designu je $x_{0.5}$ reprezentováno mediánem rozdílu hodnot)

$$H_0: x_{0.5}=c \quad \text{proti } H_1: x_{0.5} \neq c.$$

**Postup:**

1. Spočítáme rozdíly hodnot výběru s testovanou hodnotou mediánu.
2. Absolutní hodnoty rozdílů uspořádáme vzestupně a přiřadíme jim pořadí.
3. Spočítáme statistiky $S_w^+$ a $S_w^-$, které odpovídají součtu pořadí kladných ($S_w^+$) a záporných rozdílů ($S_w^-$). Jako finální hodnotu testové statistiky bereme minimum z $S_w^+$ a $S_w^-$. Nulovou hypotézu zamítáme, pokud hodnota testové statistiky menší nebo rovna tabelované kritické hodnotě (při dané hladině významnosti a počtu nenulových rozdílů).

**nebo**

3. Pro N > 30 lze využít asymptotické normality statistiky $S_w^+$

$$E(S_w+) = \frac{n(n+1)}{4} \qquad D(S_w+) = \frac{n(n+1)(2n+1)}{24} \qquad Z = \frac{S_w + -E(S_w+)}{\sqrt{D(S_w+)}} \approx N(0,1)$$

Pokud $|Z| \geq u_{1-\alpha/2}$ zamítáme nulovou hypotézu, že medián výběru je roven hodnotě *c*.

# Jednovýběrový znaménkový test

- Lze použít v situaci, kdy není splněn předpoklad symetrie rozdělení kolem mediánu.
- Testuje, zda je medián jednoho výběru roven hodnotě *c* (v případě párového designu je $x_{0.5}$ reprezentováno mediánem rozdílu hodnot)

$$H_0: x_{0.5}=c \quad \text{proti} \quad H_1: x_{0.5} \neq c.$$

**Postup:**

1. Spočítáme rozdíly hodnot výběru s testovanou hodnotou mediánu.
2. Spočítáme statistiku $S_z^+$, která odpovídá počtu kladných rozdílů → test nevyužívá hodnot pořadí původních dat, ale pouze informaci, zda se hodnota realizuje nad nebo pod mediánem → dochází ke snížení síly testu
3. Nulovou hypotézu zamítáme, pokud statistika $S_z^+$ realizuje v kritickém oboru hodnot $W=(0,k_1)U(k_2,n)$, kde *n* odpovídá počtu nenulový rozdílů a hodnoty $k_1$ a $k_2$ lze dohledat v matematických tabulkách.

**nebo**

3. Pro N > 20 lze využít asymptotické normality statistiky $S_z^+$.

$$E(S_z+) = \frac{n}{2} \qquad D(S_z+) = \frac{n}{4} \qquad Z = \frac{S_z + -E(S_z+)}{\sqrt{D(S_z+)}} \approx N(0,1)$$

Pokud $|Z| \geq u_{1-\alpha/2}$ zamítáme nulovou hypotézu, že medián výběru je roven hodnotě *c*.

# Příklad 1: jednovýběrový test

- U 15 náhodně vybraných pacientů byla vyhodnocena doba, kterou museli strávit v čekárně, než byli sestrou pozváni do ordinace. Na 5% hladině významnosti testujte nulovou hypotézu, že medián čekací doby je roven půl hodině.

# Příklad 1: jednovýběrový test – Wilcoxonův test

- U 15 náhodně vybraných pacientů byla vyhodnocena doba, kterou museli strávit v čekárně, než byli sestrou pozváni do ordinace. Na 5% hladině významnosti testujte nulovou hypotézu, že medián čekací doby je roven půl hodině.

| Pacient č. | čekací doba (min) | medián | rozdíl | \|rozdíl\| | pořadí |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 1 | 30 | -29 | 29 | 15 |
| 2 | 45 | 30 | 15 | 15 | 10 |
| 3 | 25 | 30 | -5 | 5 | 3.5 |
| 4 | 15 | 30 | -15 | 15 | 10 |
| 5 | 34 | 30 | 4 | 4 | 2 |
| 6 | 19 | 30 | -11 | 11 | 8 |
| 7 | 31 | 30 | 1 | 1 | 1 |
| 8 | 25 | 30 | -5 | 5 | 3.5 |
| 9 | 8 | 30 | -22 | 22 | 14 |
| 10 | 12 | 30 | -18 | 18 | 12 |
| 11 | 20 | 30 | -10 | 10 | 6 |
| 12 | 15 | 30 | -15 | 15 | 10 |
| 13 | 40 | 30 | 10 | 10 | 6 |
| 14 | 20 | 30 | -10 | 10 | 6 |
| 15 | 10 | 30 | -20 | 20 | 13 |

$S_w^+=19$
$S_w^-=101$

$\min(S_w^+, S_w^-)=19$
Kritická hodnota $w_{15}(0{,}05)=25$
Hodnota testové statiky je menší než kritická hodnota → **zamítáme $H_0$**

# Příklad 1: jednovýběrový test – Znaménkový test

- U 15 náhodně vybraných pacientů byla vyhodnocena doba, kterou museli strávit v čekárně, než byli sestrou pozváni do ordinace. Na 5% hladině významnosti testujte nulovou hypotézu, že medián čekací doby je roven půl hodině.

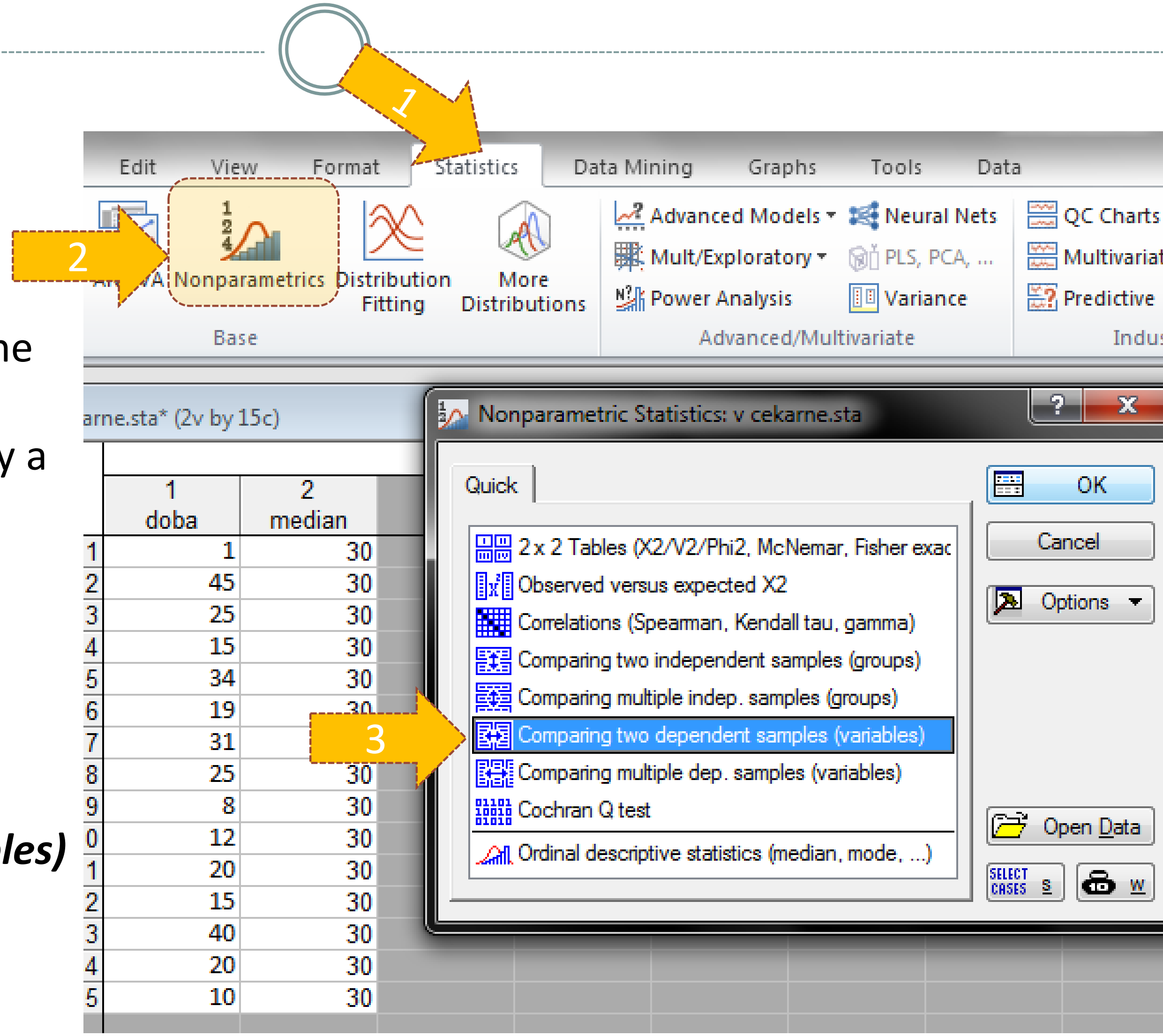
| Pacient č. | čekací doba (min) | medián | rozdíl | Větší než medián? |
|---|---|---|---|---|
| 1 | 1 | 30 | -29 | Ne |
| 2 | 45 | 30 | 15 | Ano |
| 3 | 25 | 30 | -5 | Ne |
| 4 | 15 | 30 | -15 | Ne |
| 5 | 34 | 30 | 4 | Ano |
| 6 | 19 | 30 | -11 | Ne |
| 7 | 31 | 30 | 1 | Ano |
| 8 | 25 | 30 | -5 | Ne |
| 9 | 8 | 30 | -22 | Ne |
| 10 | 12 | 30 | -18 | Ne |
| 11 | 20 | 30 | -10 | Ne |
| 12 | 15 | 30 | -15 | Ne |
| 13 | 40 | 30 | 10 | Ano |
| 14 | 20 | 30 | -10 | Ne |
| 15 | 10 | 30 | -20 | Ne |

$S_z^+=4$

Kritický obor: W=(0,3)U(12,15)

Hodnota statistiky se realizuje mimo kritický obor hodnot → **nezamítáme $H_0$**

# Příklad 1: Řešení v softwaru Statistica I



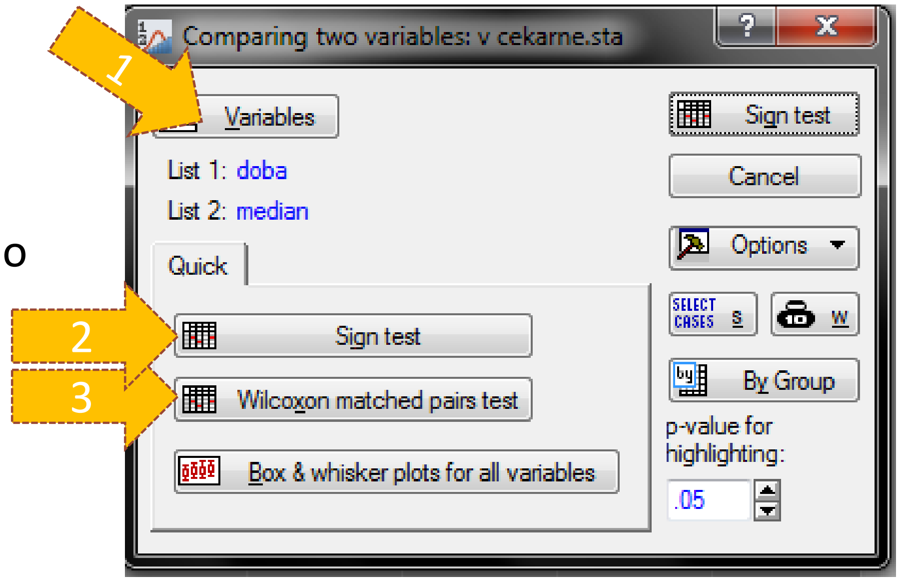

- Datový soubor si připravíme tak, že první proměnná obsahuje testované hodnoty a druhá proměnná medián, který chceme testovat

- V menu ***Statistics*** zvolíme ***Nonparametrics,*** vybereme ***Comparing two dependent samples (variables)***

# Příklad 1: Řešení v softwaru Statistica II

- Vybereme proměnné, které chceme testovat (testovaný parametr, medián)

- Kliknutím na ***Sign test*** a následně ***Wilcoxon matched pair test*** získáme výsledky znaménkového a jednovýběrového Wilcoxonova testu



# Příklad 1: Řešení v softwaru Statistica III

**1) Výstup Wilcoxonova testu**

Testová statistika: min ($S_w^+$,$S_w^-$)

| Pair of Variables | Wilcoxon Matched Pairs Test (v cekarne.sta)<br>Marked tests are significant at p <.05000<br>Valid N | T | Z | p-value |
|---|---|---|---|---|
| doba & median | 15 | 19.00000 | 2.328644 | 0.019879 |

Statistika a p-hodnota pro asymptotickou variantu testu (používat pouze pro N > 30)

Počet nenulových rozdílů

**2) Výstup znaménkového testu**

Podíl hodnot menších než testovaný medián

| Pair of Variables | Sign Test (v cekarne.sta)<br>Marked tests are significant at p <.05000<br>No. of Non-ties | Percent v < V | Z | p-value |
|---|---|---|---|---|
| doba & median | 15 | 73.33333 | 1.549193 | 0.121335 |

Statistika a p-hodnota pro asymptotickou variantu testu (používat pouze pro N > 20)

Počet nenulových rozdílů

MU IBA

# 2. Statistické testy o parametrech dvou výběrů

## Nepárový Mannův-Whitneyův test
## Párový Wilcoxonův a znaménkový test

# Mannův-Whitneyův U test

- Neparametrická alternativa dvouvýběrového t-testu.
- Počítá s pořadím dat v souborech namísto s originálními daty.
- Předpoklad: rozdělení pravděpodobnosti veličiny ve skupinách se může lišit pouze posunutím.

**Postup:**

1. Stanovíme nulovou a alternativní hypotézu (F(x)=distribuční funkce):

   $H_0$: $F(x_1)=F(x_2)$

   $H_1$: $F(x_1)\neq F(x_2)$.

2. Čísla obou souborů jsou sloučena a je určeno jejich pořadí v tomto sloučeném souboru.
3. Pro oba výběry zvlášť je spočítán součet pořadí ($T_1$ a $T_2$).
4. Ze součtů pořadí ve skupinách je určena finální hodnota testové statistiky U.

$$U_1 = n_1 n_2 + \frac{n_1 - (n_1+1)}{2} - T_1 \qquad U_2 = n_1 n_2 + \frac{n_2 - (n_2+1)}{2} - T_2$$

$$U = \min(U_1, U_2)$$

5. Hodnotu testové statistiky U porovnáme s kritickou hodnotou testu, pokud je tato hodnota menší než kritická hodnota testu, zamítáme nulovou hypotézu shody distribučních funkcí obou skupin.

# Mannův-Whitneyův U test – asymptotická varianta

5. Pro velká $n_1$ a $n_2$ (>30) lze využít asymptotické normality statistiky U.

$$E(U) = \frac{n_1 n_2}{2} \qquad D(U) = \frac{n_1 n_2 (n_1 + n_2 + 1)}{12}$$

6. Pro testování lze využít Z-statistiky:

$$Z = \frac{U - E(U)}{\sqrt{D(U)}} \approx N(0,1)$$

7. Pokud $|Z| \geq u_{1-\alpha/2}$ zamítáme nulovou hypotézu o shodnosti distribučních funkcí.

# Mannův-Whitneyův U test

| X1 | X2 |
|---|---|
| 27 | 25 |
| 35 | 29 |
| 38 | 31 |
| 37 | 23 |
| 39 | 18 |
| 29 | 17 |
| 41 | 32 |
| | 19 |
| | |
| | |
| | |
| | |
| | |
| | |
| | |

| ALL | Rank ALL |
|---|---|
| 25 | 5 |
| 29 | 7,5 |
| 31 | 9 |
| 23 | 4 |
| 18 | 2 |
| 17 | 1 |
| 32 | 10 |
| 19 | 3 |
| 27 | 6 |
| 35 | 11 |
| 38 | 13 |
| 37 | 12 |
| 39 | 14 |
| 29 | 7,5 |
| 41 | 15 |

| X1 rank | X2 rank |
|---|---|
| 6 | 5 |
| 11 | 7,5 |
| 13 | 9 |
| 12 | 4 |
| 14 | 2 |
| 7,5 | 1 |
| 15 | 10 |
| | 3 |
| | |
| | |
| | |
| | |
| | |
| | |
| | |

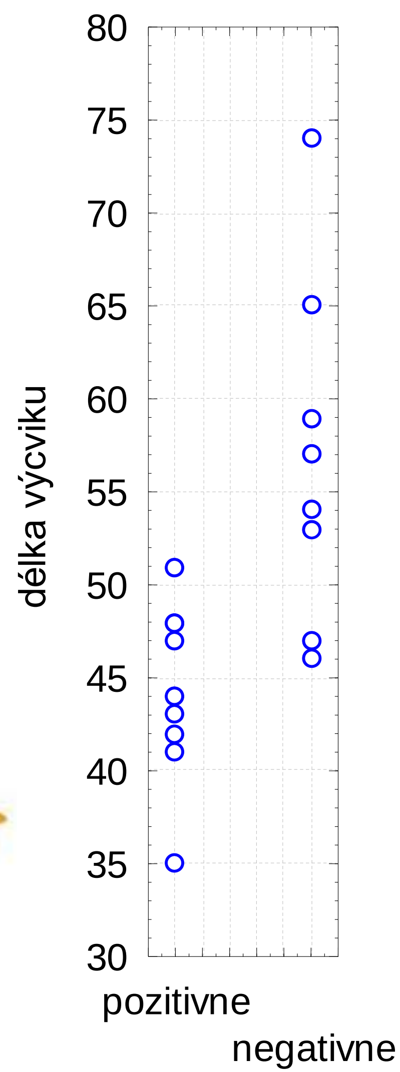
## Mann Whitney U-test

- Stejně jako řada jiných neparametrických testů počítá i tento test s pořadím dat v souborech namísto s originálními daty. Jde o neparametrickou obdobu nepárového t-testu a z těchto neparametrických testů má nejvyšší sílu testu (95% párového t-testu).
- V případě Mann-Whitney testu jsou nejprve čísla obou souborů sloučena a je vytvořeno jejich pořadí v tomto sloučeném souboru, pak jsou hodnoty vráceny do původních souborů a nadále se pracuje již jen s jejich pořadím.
- Pro oba soubory je tedy vytvořen součet pořadí a menší z obou součtů je porovnán s kritickou hodnotou testu, pokud je tato hodnota menší než kritická hodnota testu, zamítáme nulovou hypotézu shody distribučních funkcí obou skupin.

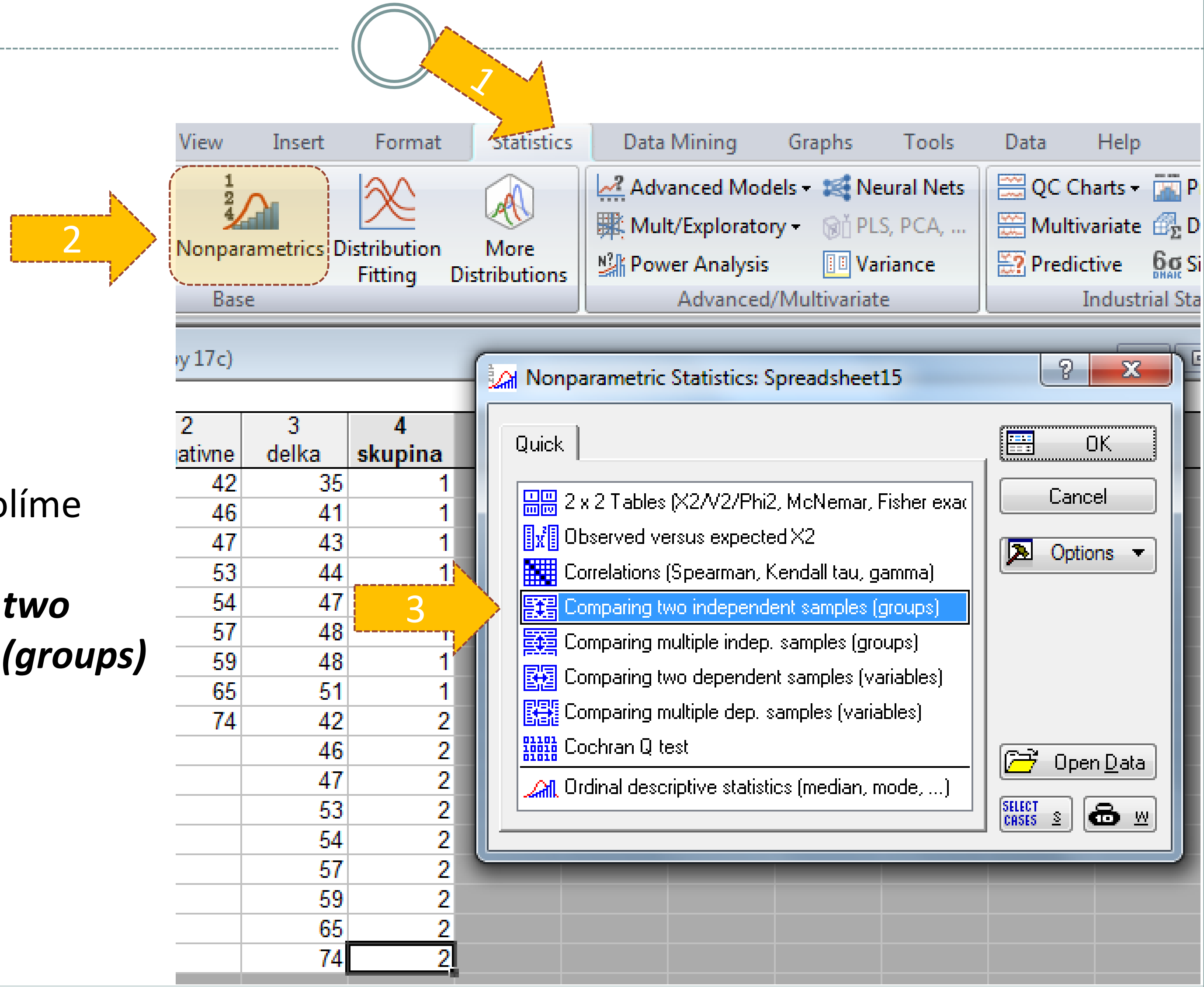
# Příklad 2: Mannův-Whitneyův U test

- 17 štěňat bylo trénováno v chození na záchod metodou pozitivní motivace (pochvala, když jde na záchod venku) nebo negativní motivace (trest, když jde na záchod doma). Jako parametr bylo měřeno, za kolik dní je štěně vycvičeno.
- Nulová hypotéza je, že není rozdíl v metodách tréninku, tedy, že oběma metodami je štěně vycvičeno za stejnou dobu.
- Po srovnání rozložení + kvůli nízkému počtu hodnot je vhodné použít neparametrický test.
- Je vytvořeno pořadí hodnot v kompletním souboru.
- Hodnota testové statistiky je určena ze součtu pořadí hodnot v jednotlivých skupinách.

- **Jak dopadne testování?**



# Příklad 2: Řešení v softwaru Statistica I



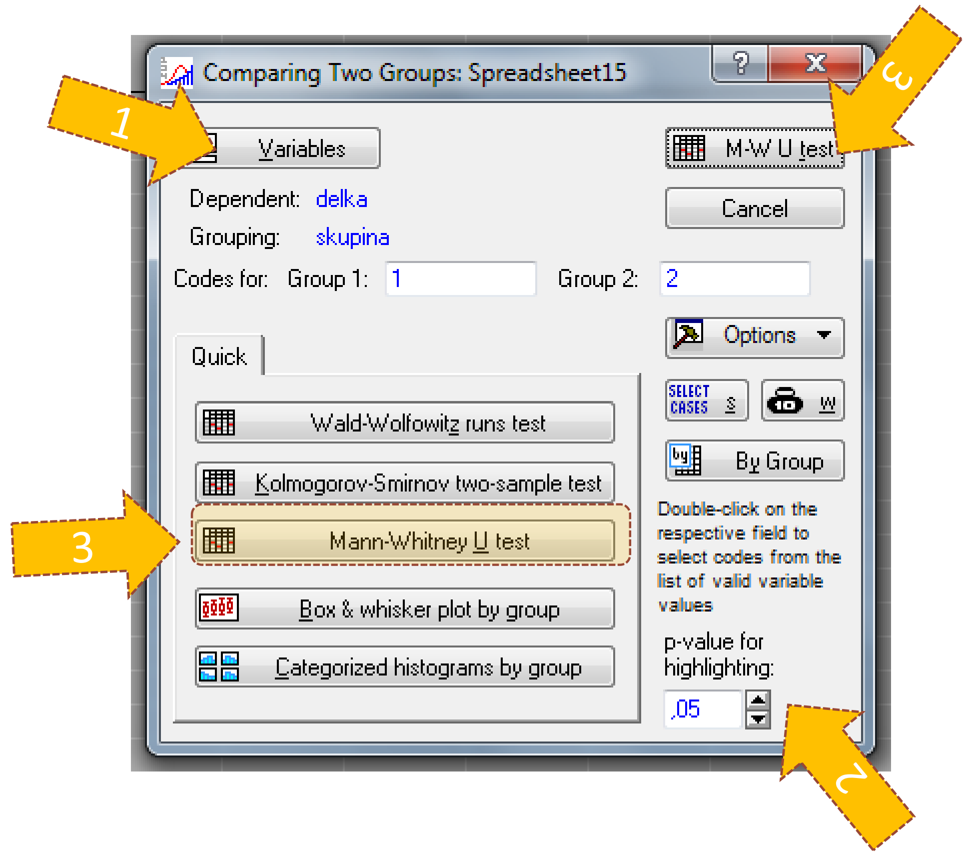

- V menu ***Statistics*** zvolíme ***Nonparametrics ,*** vybereme ***Comparing two independent samples (groups)***

# Příklad 2: Řešení v softwaru Statistica II

- Vybereme proměnné, které chceme testovat

- ***p-value for highlighting-*** Úroveň p lze změnit

- Kliknutím na ***Mann-Whitney U test,*** nebo na M-W U test získáme výstupy



# Příklad 2: Řešení v softwaru Statistica III

Součet pořadí $T_1$

Součet pořadí $T_2$

Hodnota Z statistiky

Mann-Whitney U Test (Spreadsheet15)
By variable skupina
Marked tests are significant at p <,05000

| variable | Rank Sum Group 1 | Rank Sum Group 2 | U | Z | p-value | Z adjusted | p-value | Valid N Group 1 | Valid N Group 2 | 2*1sided exact p |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **delka** | 49,50000 | 103,5000 | 13,50000 | -2,11695 | 0,034265 | -2,11955 | 0,034045 | 8 | 9 | 0,027396 |

Hodnota testové statistiky

Asymptotická p-hodnota

Přesná p-hodnota
(použít, jestliže rozsah výběru je menší než 30)

# Párový Wilcoxonův a znaménkový test

- Vycházíme z rozdílů párových hodnot a přecházíme na design jednovýběrových testů
- Testuje, zda je medián diferencí (D) párových hodnot roven hodnotě *c*

$$H_0: D_{0.5}=c \quad \text{proti } H_1: D_{0.5} \neq c.$$

**Wilcoxonův párový test**

1. Spočítáme rozdíly **diferencí** výběru s testovanou hodnotou mediánu = c.
2. Absolutní hodnoty rozdílů uspořádáme vzestupně a přiřadíme jim pořadí.
3. Spočítáme statistiky $S_w^+$ a $S_w^-$, které odpovídají součtu pořadí kladných ($S_w^+$) a záporných rozdílů ($S_w^-$). Jako finální hodnotu testové statistiky bereme minimum z $S_w^+$ a $S_w^-$. Nulovou hypotézu zamítáme, pokud hodnota testové statistiky menší nebo rovna tabelované kritické hodnotě (při dané hladině významnosti a počtu nenulových rozdílů).

**Znaménkový párový test**

1. Spočítáme rozdíly **diferencí** výběru s testovanou hodnotou mediánu = c.
2. Spočítáme statistiku $S_z^+$, která odpovídá počtu kladných rozdílů → test nevyužívá hodnot pořadí původních dat ale pouze informaci, zda se hodnota realizuje nad nebo pod mediánem → dochází ke snížení síly testu
3. Nulovou hypotézu zamítáme, pokud statistika $S_z^+$ realizuje v kritickém oboru hodnot $W=(0,k_1)U(k_2,n)$, kde *n* odpovídá počtu nenulový rozdílů a hodnoty $k_1$ a $k_2$ lze dohledat v matematických tabulkách.

# Příklad 3: Wilcoxonův párový test

- Na 5% hladině významnosti testujte, zda se liší hladina krevního parametru před a po podání léku. $H_0$: $D_{0.5}=0$ proti $H_1$: $D_{0.5} \neq 0$.

| pacient | Před podáním léku | Po podání léku | Diference (D) | Pořadí |
|---|---|---|---|---|
| 1 | 142 | 138 | 4 | 4,5 |
| 2 | 140 | 136 | 4 | 4,5 |
| 3 | 144 | 147 | -3 | 3 |
| 4 | 144 | 139 | 5 | 7 |
| 5 | 142 | 143 | -1 | 1 |
| 6 | 146 | 141 | 5 | 7 |
| 7 | 149 | 143 | 6 | 9,5 |
| 8 | 150 | 145 | 5 | 7 |
| 9 | 142 | 136 | 6 | 9,5 |
| 10 | 148 | 146 | 2 | 2 |

$S_w^+$ …..součet pořadí přes kladné hodnoty rozdílů = 51

$S_w^-$ …..součet pořadí přes záporné hodnoty rozdílů = 4

**$\min(S_w^+; S_w^-) = 4$**

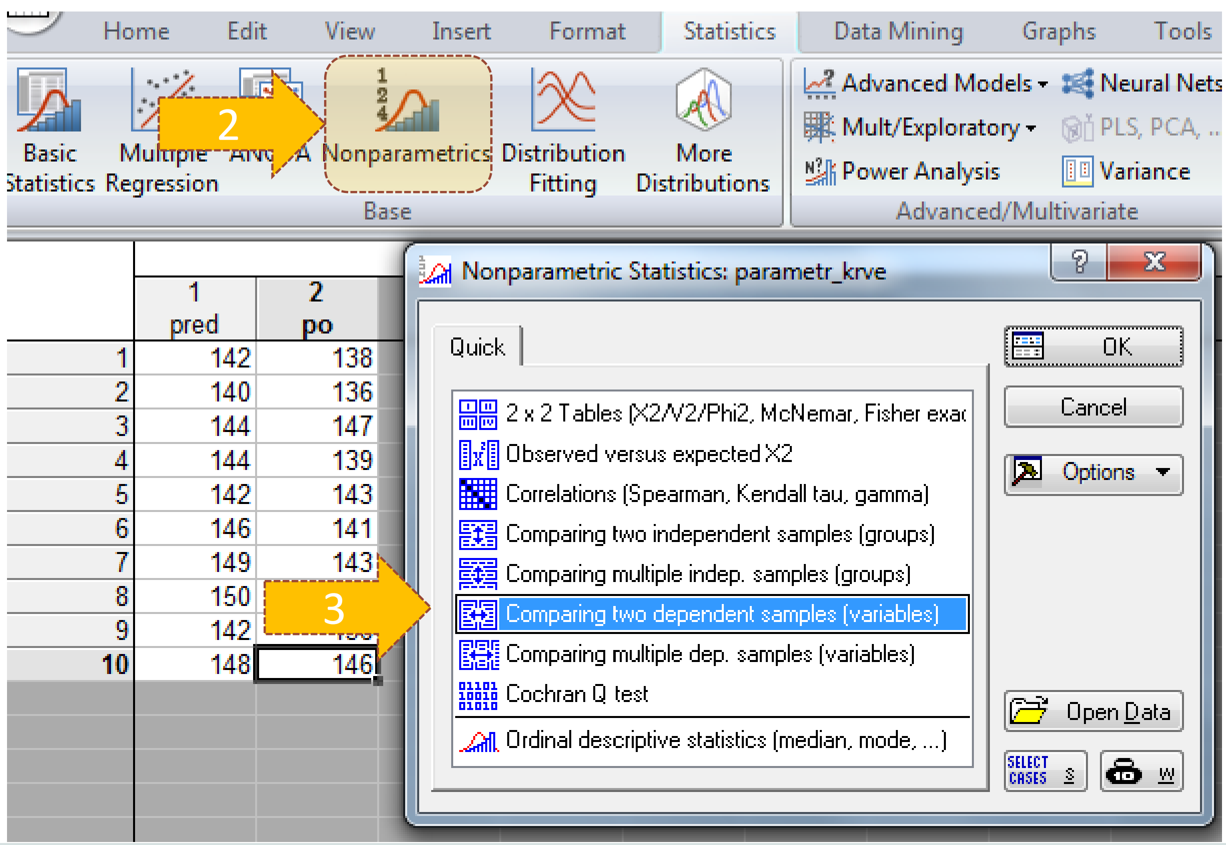
**počet párů = n = 10**

**$w_n(\alpha) = w_{10}(0,05) = 8$**

Hodnota testové statiky je menší než kritická hodnota → **zamítáme $H_0$**

# Příklad 3: Řešení v softwaru Statistica I

• V menu ***Statistics*** zvolíme ***Nonparametrics ,***
vybereme ***Comparing two dependent samples (variables)***



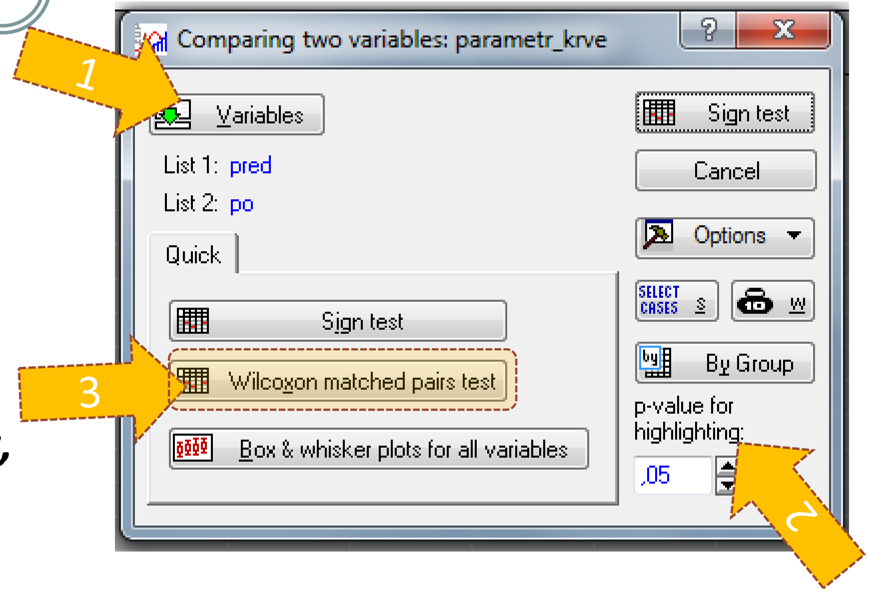

*Pozn.: Pokud bychom chtěli testovat c různé od 0, musíme vstupní data uspořádat tak, že první proměnná bude obsahovat diference párových hodnot a druhá proměnná testovanou hodnotu mediánu c.*

# Příklad 3: Řešení v softwaru Statistica II

- Vybereme proměnné, které chceme testovat

- ***p-value for highlighting-*** Úroveň p lze změnit

- Kliknutím na ***Wilcoxon matched pairs test,*** získáme výstupy:




Rozsah výběru

| | Wilcoxon Matched Pairs Test (parametr_krve)<br>Marked tests are significant at p <,05000 | | | |
|---|---|---|---|---|
| Pair of Variables | Valid N | T | Z | p-value |
| pred & po | 10 | 4,000000 | 2,395342 | 0,016605 |

POZOR: podmínka pro použití asymptotické p-hodnoty je: n≥ 30

Hodnota testovací statistiky

**Asymptotická p-hodnota**

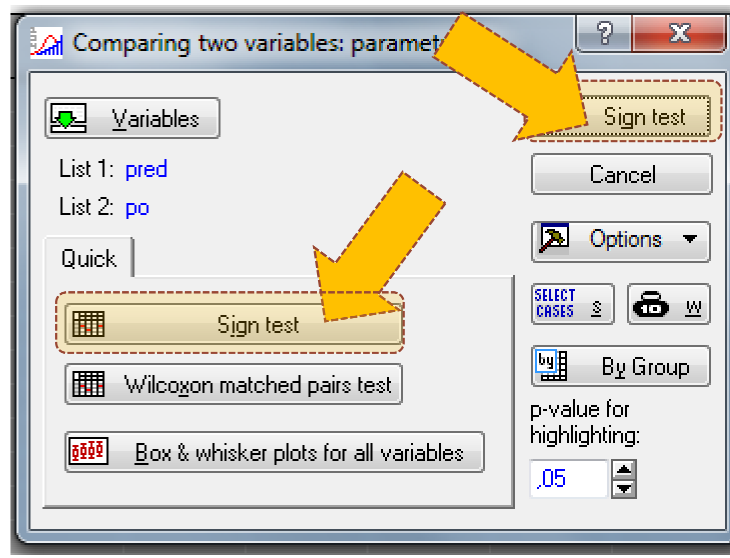
Hodnota asymptotické testové statistiky

# Příklad 3: Řešení v softwaru Statistica III

- Vybereme proměnné, které chceme testovat

- ***p-value for highlighting-*** Úroveň p lze změnit

- Kliknutím na ***Sign test (párový znaménkový test)*** získáme výstupy:




Počet nenulových hodnot, z nich záporných je 20%.

| | Sign Test (parametr_krve)<br>Marked tests are significant at p <,05000 | | | |
|---|---|---|---|---|
| Pair of Variables | No. of Non-ties | Percent v < V | Z | p-value |
| pred & po | 10 | 20,00000 | 1,581139 | 0,113846 |

POZOR: podmínka pro použití asymptotické p-hodnoty je: n > 20

Hodnota asymptotické testové statistiky

**<u>Asymptotická p-hodnota</u>**

# 3. Statistické testy o parametrech tří a více výběrů

## Kruskalův-Wallisův test

Vytvořil Institut biostatistiky a analýz, Masarykova univerzita
*J. Jarkovský, L. Dušek*

# Kruskalův-Wallisův test I

- Neparametrická alternativa analýzy rozptylu (ANOVA)
- Zobecnění Mannova-Whitneyova U testu pro **více než dvě** srovnávané skupiny.
- Počítá s pořadím dat v souborech namísto s originálními daty.
- Nulová hypotéza předpokládá stejné rozdělení pravděpodobnosti veličiny ve více skupinách.
- Předpoklad: rozdělení pravděpodobnosti veličiny ve skupinách se může lišit pouze posunutím.

# Kruskalův-Wallisův test II

**Postup:**

1. Stanovíme nulovou a alternativní hypotézu pro *k* skupin (F(x)=distribuční funkce):

   $H_0$: $F(x_1) = F(x_2) = \ldots = F(x_k)$

   $H_1$: alespoň jedna $F(x_i)$ se liší od ostatních
2. Čísla obou souborů jsou sloučena a je určeno jejich pořadí v tomto sloučeném souboru.
3. Pro všechny výběry zvlášť je spočítán součet pořadí ($T_1$, $T_2$, … $T_k$).
4. Ze součtů pořadí ve skupinách je určena finální hodnota testové statistiky Q:

$$Q = \frac{12}{n(n+1)} \sum_{j=1}^{k} \frac{T_j^2}{n_j} - 3(n+1)$$

5. Pokud je $Q \geq \chi^2 (k-1)$, zamítáme nulovou hypotézu. Pro malé velikosti vzorků určujeme kritický obor z tabulek pro Kruskalův-Wallisův test.
6. V případě zamítnutí nulové hypotézy pomocí ***metod mnohonásobného porovnávání*** určíme, které dvojice skupin se liší.

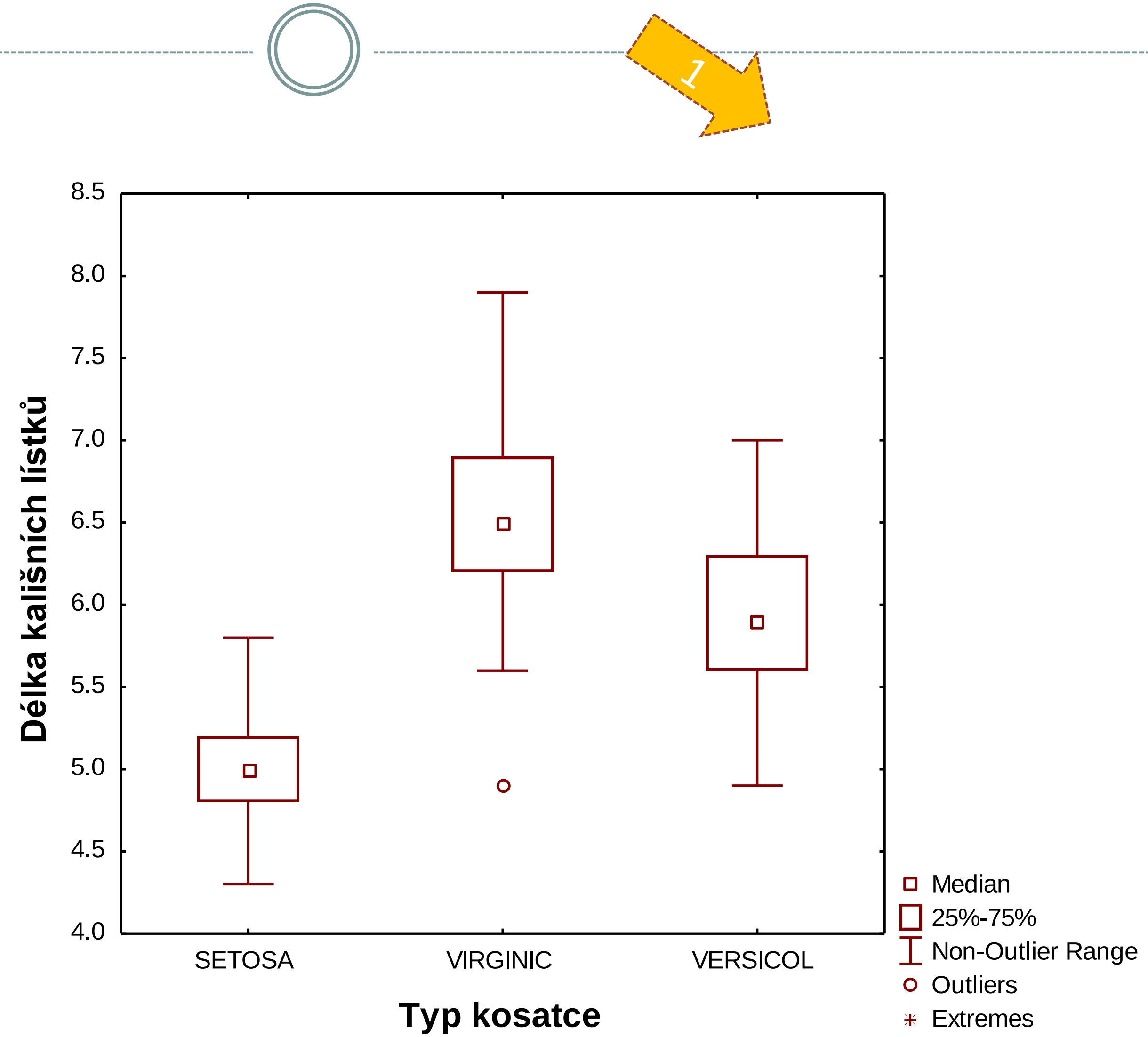
# Příklad 4: Kruskalův-Wallisův test

- Bylo získáno 150 kosatců pocházejících ze tří základních tříd: *Iris setosa*, *Iris versicolor*, *Iris virginica*. Z botaniky je známo že *Iris versicolor* je hybridem zbývajících dvou druhů. U květů byly měřeny následující údaje: délka a šířka kališních lístků, délka a šířka korunních plátků.
- Na hladině významnosti 0,05 testujte hypotézu, že se délka kališních lístků (proměnná SEPALLEN) u třech tříd kosatců neliší. Pokud zamítnete nulovou hypotézu, zjistěte, které dvojice tříd se od sebe liší.

*Iris virginica* *Iris versicolor* *Iris setosa*

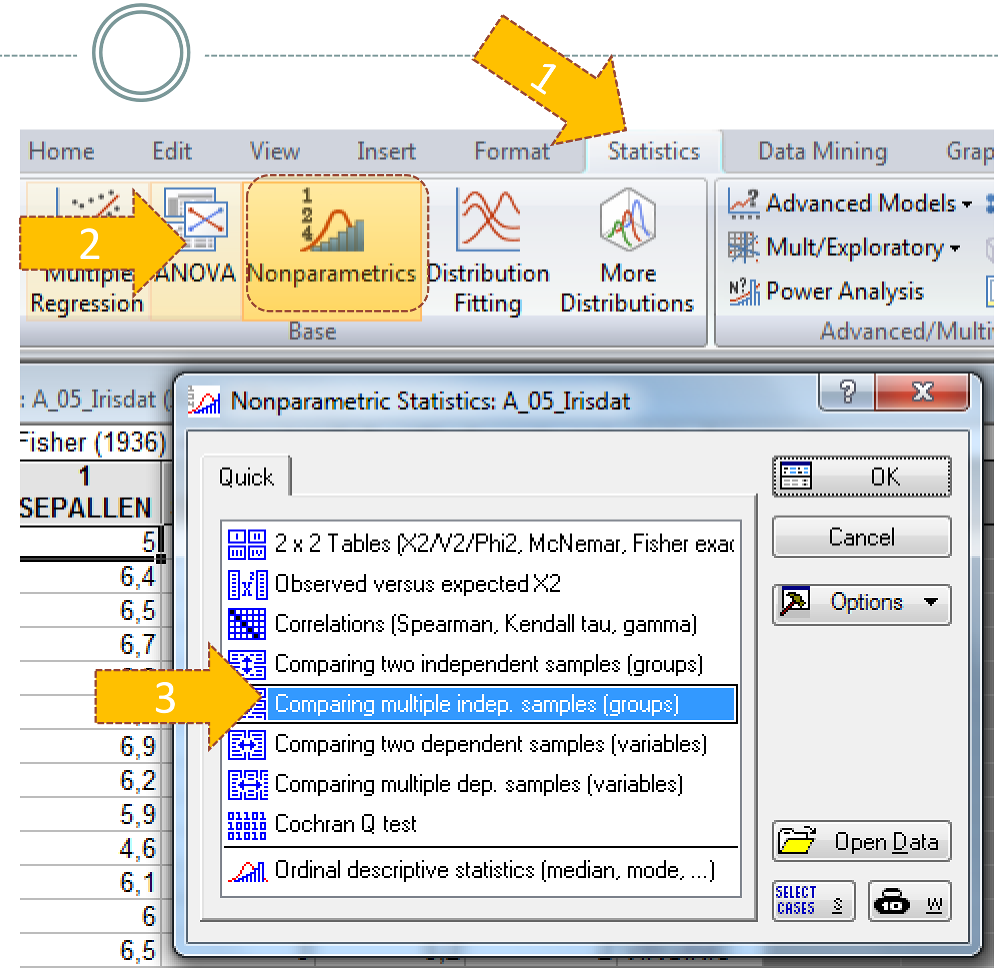
# Příklad 4: Řešení v softwaru Statistica I

- nejprve se pomocí grafu podíváme na rozložení dat v rámci srovnávaných skupin



# Příklad 4: Řešení v softwaru Statistica II

- V menu ***Statistics*** zvolíme ***Nonparametrics ,*** vybereme ***Comparing multiple indep. samples (groups)***

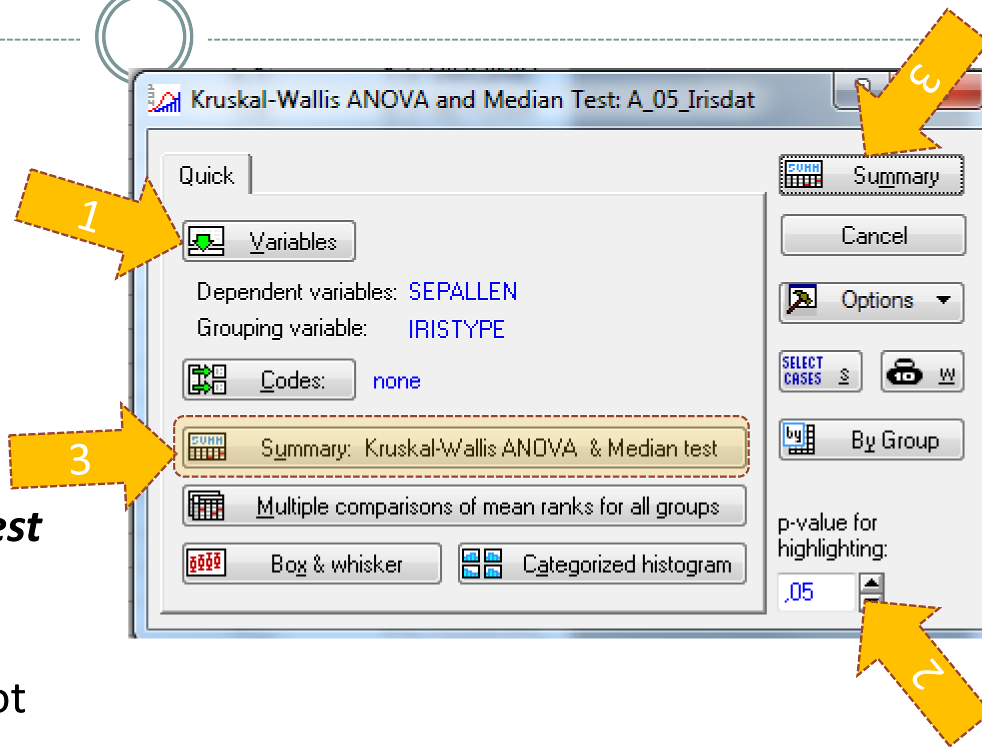


# Příklad 4: Řešení v softwaru Statistica II

- Vybereme proměnné, které chceme testovat

- ***p-value for highlighting-*** Úroveň p lze změnit

- Kliknutím na ***Summary: Kruskal-Wallis ANOVA & Median test*** získáme výstupy.




Počet hodnot v každém výběru

Součet pořadí hodnot

Kruskal-Wallis ANOVA by Ranks; SEPALLEN (A_05_Irisdat)
Independent (grouping) variable: IRISTYPE
Kruskal-Wallis test: H ( 2, N= 150) =96,93744 p =0,000

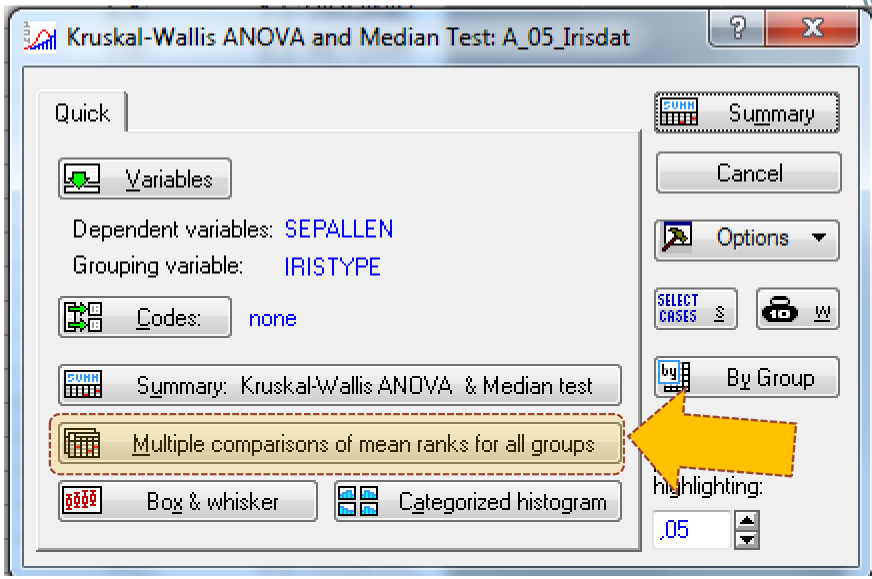
| Depend.: SEPALLEN | Code | Valid N | Sum of Ranks | Mean Rank |
|---|---|---|---|---|
| SETOSA | 1 | 50 | 1482,000 | 29,6400 |
| VERSICOL | 2 | 50 | 4132,500 | 82,6500 |
| VIRGINIC | 3 | 50 | 5710,500 | 114,2100 |

Hodnota testové statistiky

**p-hodnota**

Pokud p < 0,05, musíme provést **test mnohonásobného porovnání**.

# Příklad 4: Řešení v softwaru Statistica III




**Testy mnohonásobného porovnávání**

- Kliknutím na ***Multiple comparisons of mean ranks for all groups***

Multiple Comparisons p values (2-tailed); SEPALLEN (A_05_Irisdat)
Independent (grouping) variable: IRISTYPE
Kruskal-Wallis test: H ( 2, N= 150) =96,93744 p =0,000

| Depend.: SEPALLEN | SETOSA R:29,640 | VERSICOL R:82,650 | VIRGINIC R:114,21 |
|---|---|---|---|
| SETOSA | | 0,000000 | 0,000000 |
| VERSICOL | 0,000000 | | 0,000843 |
| VIRGINIC | 0,000000 | 0,000843 | |

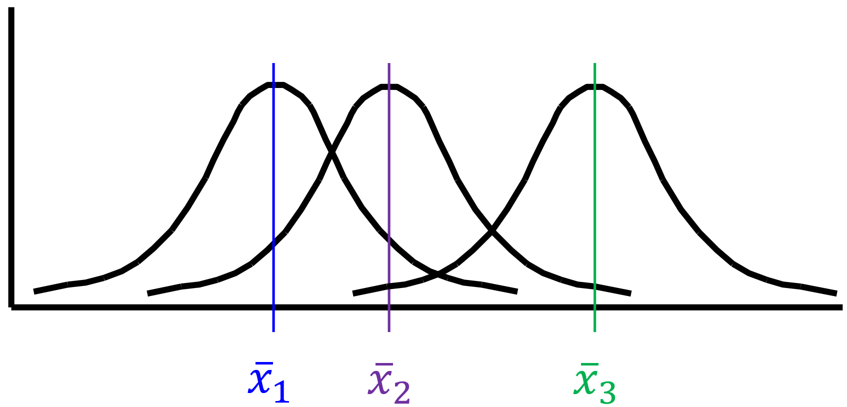
**p - hodnoty**

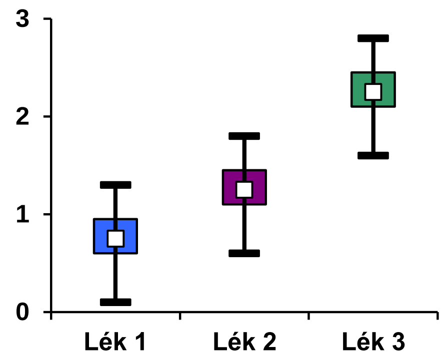
# 4. Parametrické statistické testy o parametrech tří a více výběrů

## ANOVA

# Analýza rozptylu (ANOVA) jednoduchého třídění

- **Srovnáváme tři a více skupin dat, které jsou na sobě nezávislé** (mezi objekty neexistuje vazba).
- Příklady: srovnání krevního tlaku u třech skupin pacientů léčených léky A, B a C; srovnání kognitivního výkonu podle čtyř kategorií věku.

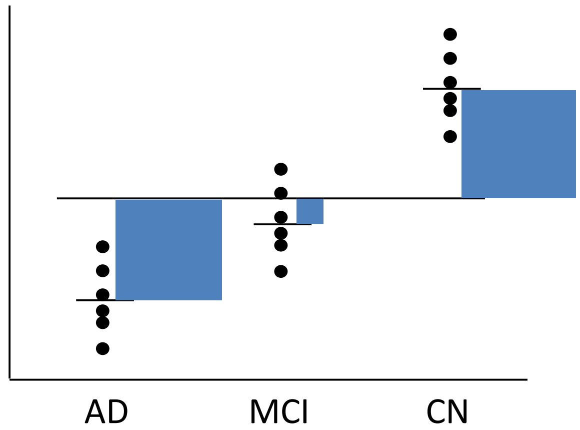


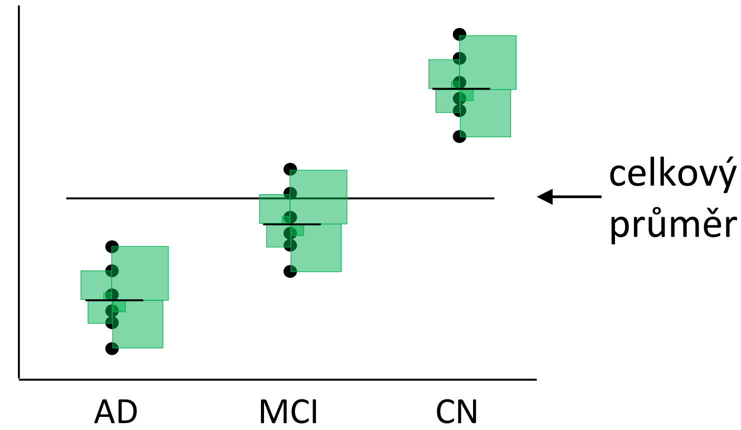




- Předpoklady: **normalita dat ve VŠECH skupinách**, **shodnost (homogenita) rozptylů VŠECH srovnávaných skupin**, nezávislost jednotlivých pozorování.
- Testová statistika: $F = \dfrac{S_A / df_A}{S_e / df_e}$ - vysvětlení na dalších slidech

# ANOVA – princip

- Srovnání variability (rozptylu) mezi výběry s variabilitou uvnitř výběrů.



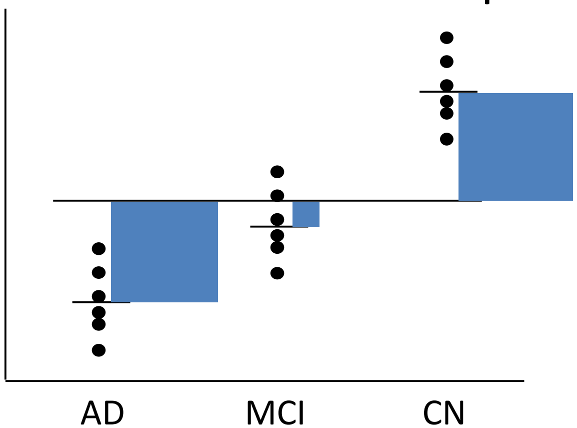



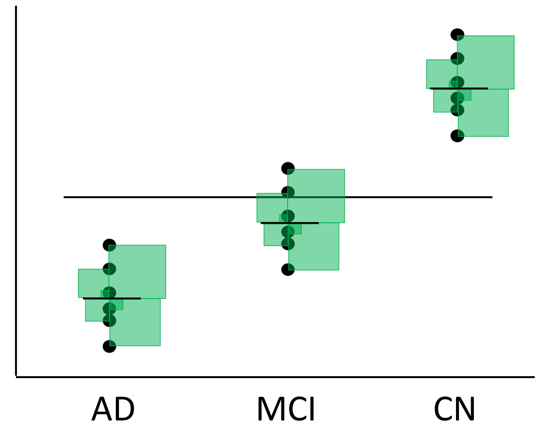

- Tabulka analýzy rozptylu jednoduchého třídění (One-Way ANOVA):

| Variabilita | Součet čtverců | Počet stupňů volnosti | Průměrný čtverec | F statistika | p-hodnota |
|---|---|---|---|---|---|
| Mezi skupinami | $S_A$ | $df_A = k - 1$ | $MS_A = S_A/df_A$ | $F = \frac{S_A / df_A}{S_e / df_e}$ | $p$ |
| Uvnitř skupin (reziduální var.) | $S_e$ | $df_e = n - k$ | $MS_e = S_e/df_e$ | | |
| Celkem | $S_T$ | $df_T = n - 1$ | | | |

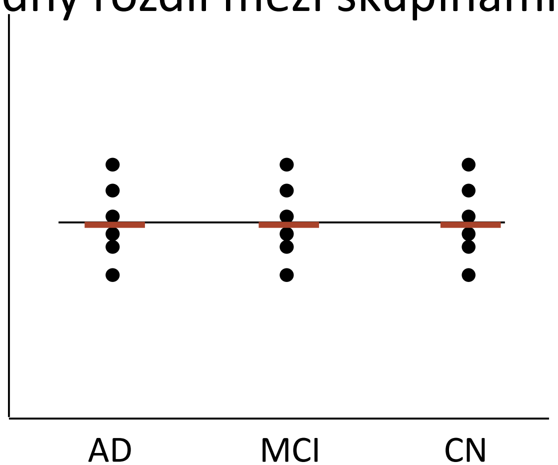
# ANOVA – 2 ukázkové situace

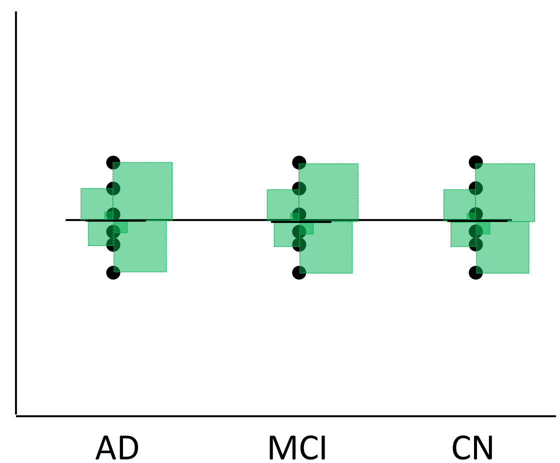
- Rozdíl ve všech třech skupinách:




- Žádný rozdíl mezi skupinami:



# ANOVA jednoduchého třídění

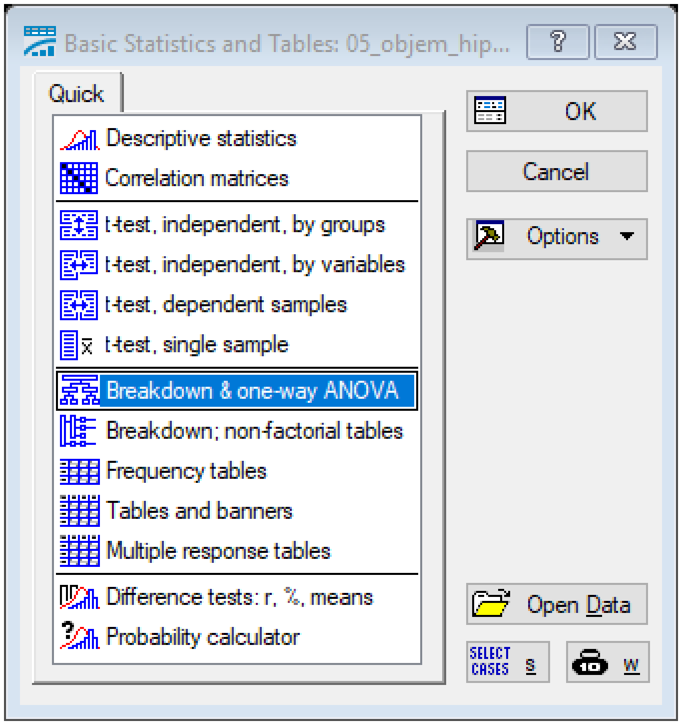
- **Příklad:** Chceme srovnat, zda se liší objem hipokampu podle typu onemocnění (3 - pacienti s AD; 2 - pacienti s MCI; 1 - zdravé kontroly).
- Tzn. hypotézy budou mít tvar: $H_0 : \mu_{AD} = \mu_{MCI} = \mu_{CN}$

  $H_1 : \text{nejméně jedno } \mu_i \text{ je odlišné od ostatních}$

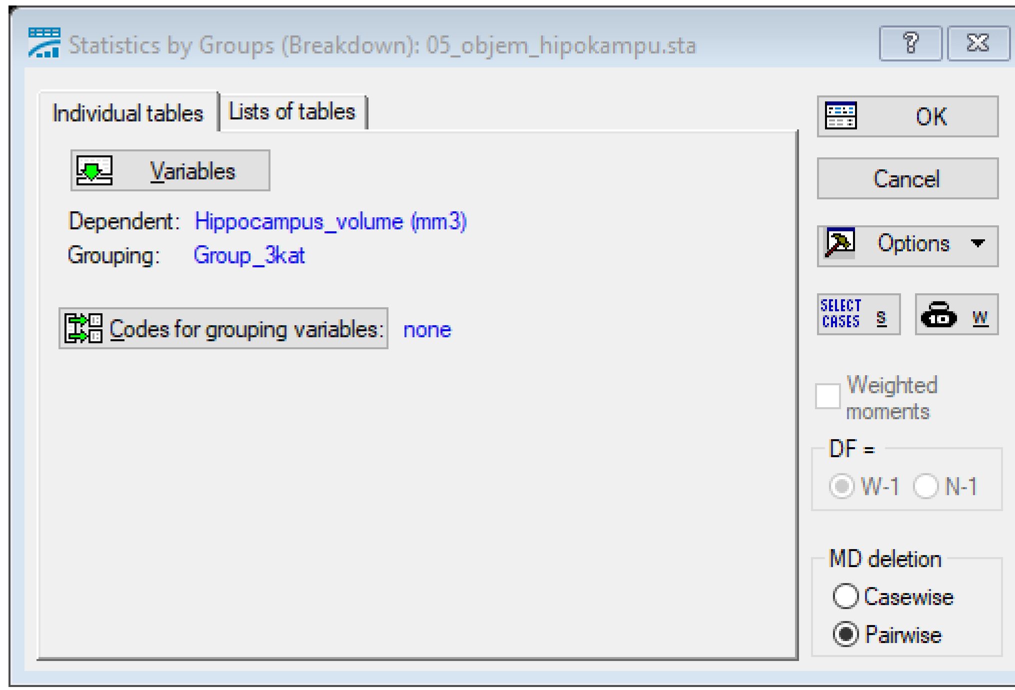
- **Postup:**
  1. Popisná sumarizace objemu hipokampu podle typu onemocnění.
  2. Ověření normality hodnot ve VŠECH skupinách.
  3. Ověření shodnosti rozptylů skupin.
  4. Aplikujeme statistický test.
  5. Nulovou hypotézu zamítneme nebo nezamítneme:
     **p<0,001 < 0,05** → zamítáme nulovou hypotézu → Rozdíl v objemu hipokampu podle typu onemocnění je statisticky významný (na hladině významnosti α=0,05.)

# ANOVA – postup v softwaru STATISTICA

1. V menu ***Statistics*** zvolíme ***Basic Statistics,*** vybereme ***Breakdown & one-way ANOVA***




2. Zvolíme proměnné

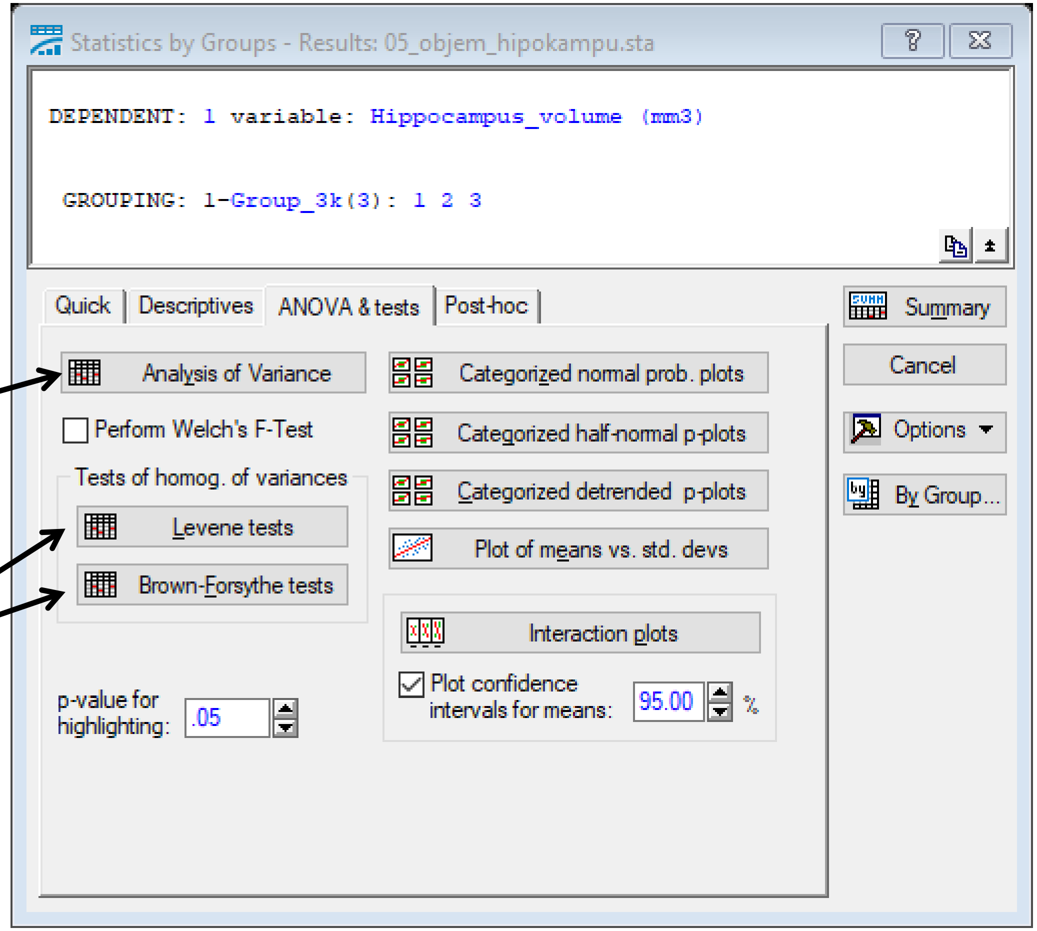


# ANOVA – postup v softwaru STATISTICA

3. Záložka ***ANOVA & Tests:***

ANOVA

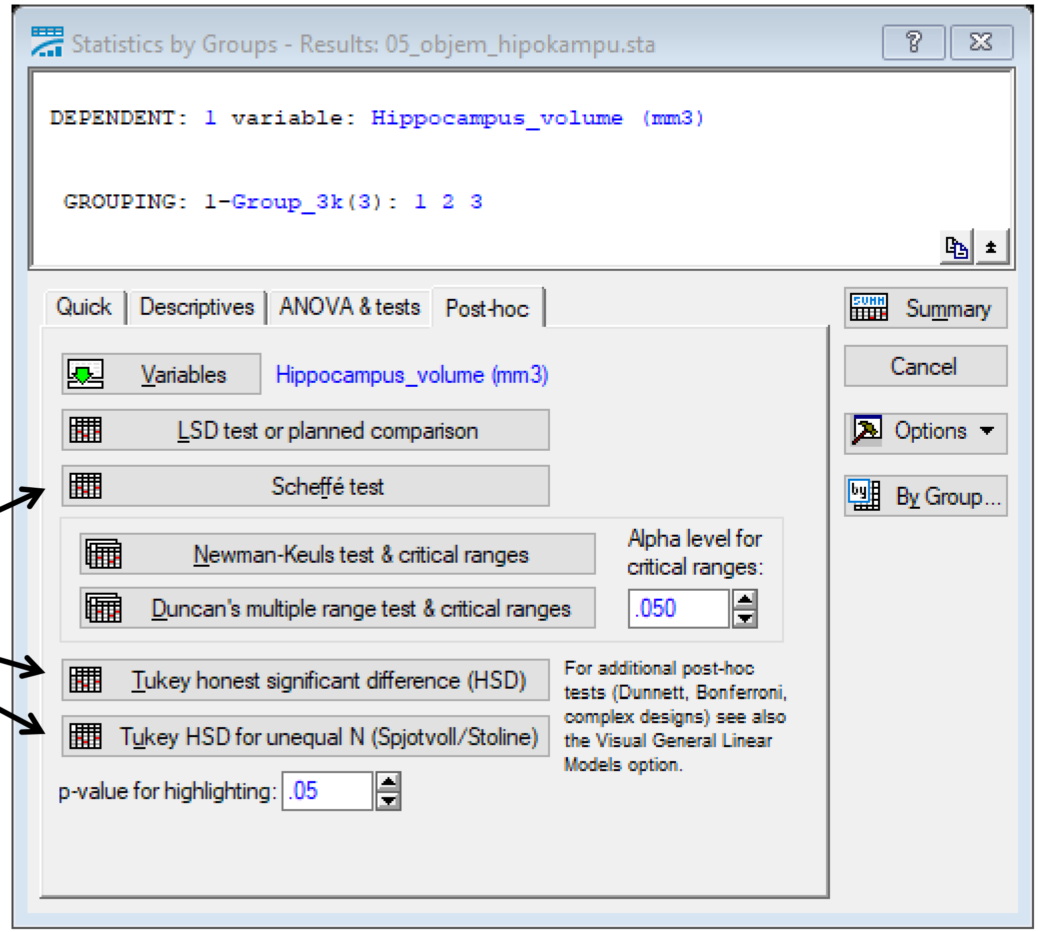
testy homogenity rozptylů



# ANOVA – postup v softwaru STATISTICA

4. Záložka ***Post-hoc:***

post-hoc testy



# Výsledky ANOVA testu

- Tabulka analýzy rozptylu jednoduchého třídění:

| Variabilita | Součet čtverců | Počet stupňů volnosti | Průměrný čtverec | F statistika | p-hodnota |
|---|---|---|---|---|---|
| Mezi skupinami | $S_A$ = 71 422 222 | $df_A = k - 1 =$ 2 | $MS_A = S_A/df_A =$ 35 711 111 | $F = \frac{S_A / df_A}{S_e / df_e} = 1103{,}6$ | <0,001 |
| Uvnitř skupin (reziduální var.) | $S_e$ = 26 857 142 | $df_e = n - k =$ 830 | $MS_e = S_e/df_e =$ 32 358 | | |
| Celkem | $S_T$ = 98 279 364 | $df_T = n - 1 =$ 832 | | | |

- Výsledek ze softwaru STATISTICA:

| | Analysis of Variance (05_objem_hipokampu.sta) Marked effects are significant at p < .05000 | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Variable | SS Effect | df Effect | MS Effect | SS Error | df Error | MS Error | F | p |
| **Hippocampus_volume (mm3)** | 71422222 | 2 | 35711111 | 26857142 | 830 | 32358.00 | 1103.625 | 0.00 |

# Další kroky analýzy

ANOVA

$H_0$ nezamítáme (p>0,05) → STOP

$H_0$ zamítáme (p<0,05) → Provést mnohonásobné porovnávání (post-hoc testy)

V našem příkladu p<0,05 → provedeme post-hoc testy:

| Group_3kat | | Unequal N HSD; Variable: Hippocampus_volume<br>Marked differences are significant at p < .05000<br>{1}<br>M=7054.3 | {2}<br>M=6552.6 | {3}<br>M=6255.4 |
|---|---|---|---|---|
| 1 | {1} | | 0.000022 | 0.000022 |
| 2 | {2} | 0.000022 | | 0.000022 |
| 3 | {3} | 0.000022 | 0.000022 | |

# Poznámka

- Může nastat situace, kdy zamítneme $H_0$ u ANOVY, ale metodami mnohonásobného porovnávání nenajdeme významný rozdíl u žádné dvojice středních hodnot. K tomu dochází zvláště tehdy, když p-hodnota pro ANOVU je jen o málo nižší než zvolená hladina významnosti.

- Důvod: post-hoc testy (tzn. metody mnohonásobného porovnávání) mají obecně menší sílu než ANOVA, proto nemusí odhalit žádný rozdíl.

# Samostatné cvičení

**Mannův-Whitneyův test**

**Párový Wilcoxonův test, párový znaménkový test,**

**Kruskalův-Wallisův test,**

**Metoda mnohonásobného porovnání**

# 1. Příklad k procvičení

- Načtěte data 05_1_priklad. Ke zjištění, zda se liší spotřeba při dvou určitých druzích benzínu (A, B), bylo vybráno 10 aut, u kterých za jinak stejných zkušebních podmínek byla změřena spotřeba při použití každého ze dvou druhů benzínu.

1. Pomocí vhodného testu testujte hypotézu, že spotřeba benzínu A i B byla stejná (hladina významnosti = 0,05).

# 2. Příklad k procvičení

- Načtěte data 05_2_priklad. Byl sledován vliv vitamínového doplňku do krmiva na zvyšování váhových přírůstků u selat. U 19 z 38 selat byl aplikován vitamínový přípravek.

1. Pomocí vhodného testu testujte hypotézu, že porovnávané způsoby výkrmů (1: klasická směs, 2: směs s vitamínovým doplňkem) se neliší (hladina významnosti = 0,05).

# 3. Příklad k procvičení

- Načtěte data 05_3_priklad. Výrobce koláčů má 4 nové recepty (A,B,C,D) a chce zjistit, zda se jejich kvalita liší. Upekl proto 5 koláčů od každého druhu a dal je porotě k ohodnocení. Hodnocení poroty je v následující tabulce:

| Recept | Body | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| A | 72 | 88 | 70 | 87 | 71 |
| B | 85 | 89 | 86 | 82 | 88 |
| C | 94 | 94 | 88 | 87 | 89 |
| D | 91 | 93 | 92 | 95 | 94 |

1. Pomocí vhodného testu testujte hypotézu, že recepty se neliší (hladina významnosti = 0,05). Pokud nulovou hypotézu zamítnete, zjistěte, které dvojice receptů se liší.

# Samostatné cvičení – řešení

## Mannův-Whitneyův test
## Párový Wilcoxonův test, párový znaménkový test,
## Kruskalův-Wallisův test,
## Metoda mnohonásobného porovnání

# 1. Příklad k procvičení – řešení

- Načtěte data  05_1_priklad. Ke zjištění, zda se liší spotřeba při dvou určitých druzích benzínu (A, B), bylo vybráno 10 aut, u kterých za jinak stejných zkušebních podmínek byla změřena spotřeba při použití každého ze dvou druhů benzínu.

1. Pomocí vhodného testu testujte hypotézu, že spotřeba benzínu A i B byla stejná (hladina významnosti = 0,05).

| | Wilcoxon Matched Pairs Test (05_1_priklad.sta)<br>Marked tests are significant at p <.05000 | | | |
|---|---|---|---|---|
| Pair of Variables | **Valid N** | T | Z | p-value |
| **benzín A & benzín B** | 10 | 27.00000 | 0.050965 | 0.959354 |

| | Sign Test (05_1_priklad.sta)<br>Marked tests are significant at p <.05000 | | | |
|---|---|---|---|---|
| Pair of Variables | **No. of Non-ties** | Percent v < V | Z | p-value |
| **benzín A & benzín B** | 10 | 50.00000 | -0.316228 | 0.751830 |

# 2. Příklad k procvičení – řešení

- Načtěte data 05_2_priklad. Byl sledován vliv vitamínového doplňku do krmiva na zvyšování váhových přírůstků u selat. U 19 z 38 selat byl aplikován vitamínový přípravek.

1. Pomocí vhodného testu testujte hypotézu, že porovnávané způsoby výkrmů (1: klasická směs, 2: směs s vitamínovým doplňkem) se neliší (hladina významnosti = 0,05).

Mann-Whitney U Test (w/ continuity correction) (05_2_priklad.sta)
By variable skupina
Marked tests are significant at p <.05000

| variable | **Rank Sum standardní směs** | Rank Sum směs i vitamín | U | Z | p-value | Z adjusted | p-value | Valid N standardní směs | Valid N směs i vitamín | 2*1sided exact p |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **vaha** | 282.0000 | 459.0000 | 92.00000 | -2.56914 | 0.010196 | -2.57069 | 0.010150 | 19 | 19 | 0.009047 |

# 3. Příklad k procvičení

- Načtěte data 05_3_priklad. Výrobce koláčů má 4 nové recepty (A,B,C,D) a chce zjistit, zda se jejich kvalita liší. Upekl proto 5 koláčů od každého druhu a dal je porotě k ohodnocení.

1. Pomocí vhodného testu testujte hypotézu, že recepty se neliší (hladina významnosti = 0,05). Pokud nulovou hypotézu zamítnete, zjistěte, které dvojice receptů se liší.

Kruskal-Wallis ANOVA by Ranks; body (05_3_priklad.sta)
Independent (grouping) variable: recept
Kruskal-Wallis test: H ( 3, N= 20) =12.54288 p =.0057

| Depend.: body | Code | Valid N | Sum of Ranks | Mean Rank |
|---|---|---|---|---|
| A | 101 | 5 | 23.50000 | 4.70000 |
| B | 102 | 5 | 37.50000 | 7.50000 |
| C | 103 | 5 | 66.00000 | 13.20000 |
| D | 104 | 5 | 83.00000 | 16.60000 |

Multiple Comparisons p values (2-tailed); body (05_3_priklad.sta)
Independent (grouping) variable: recept
Kruskal-Wallis test: H ( 3, N= 20) =12.54288 p =.0057

| Depend.: body | A R:4.7000 | B R:7.5000 | C R:13.200 | D R:16.600 |
|---|---|---|---|---|
| A | | 1.000000 | 0.138620 | 0.008824 |
| B | 1.000000 | | 0.765968 | 0.090075 |
| C | 0.138620 | 0.765968 | | 1.000000 |
| D | 0.008824 | 0.090075 | 1.000000 | |