Teorie ke cvičení předmětu C1460: Úvod do matematiky
Téma 1: Lineární algebra

Skupina: **Vyučující**

Veronika Bendová
podzimní semestr, 2018

1 Lineární algebra - Přehled pojmů

- **vektor** … posloupnost čísel; např. $(1, 2, 0)$
- **matice** … tabulka čísel; např. $\begin{pmatrix} 1 & 3 & 0 \\ -1 & 0 & -2 \end{pmatrix}$
- **délka vektoru** … počet čísel ve vektoru
- **dimenze matice** … počet řádků matice a počet sloupců matice
- **(hlavní) diagonála matice** … prvky matice na pozicích [1,1], [2,2], [3,3], …
- **transpozice matice** … zrcadlové převrácení matice podle hlavní diagonály; např. $\begin{pmatrix} 1 & 3 & 0 \\ -1 & 0 & -2 \end{pmatrix}^T = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 3 & 0 \\ 0 & -2 \end{pmatrix}$
- **skalární součin vektorů** … speciální násobení dvou vektorů, jehož výsledkem je číslo
- **lineární kombinace vektorů** … např. $2 \times \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \\ 7 \end{pmatrix}$ … vektor $\begin{pmatrix} 3 \\ -2 \\ 7 \end{pmatrix}$ je lineární kombinací vektorů $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}$ a $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$
- **lineární závislost vektorů** … vektory jsou lineárně závislé, pokud lze minimálně jeden z nich vyjádřit jako lineární kombinaci ostatních vektorů; … např. $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$, a $\begin{pmatrix} 3 \\ -2 \\ 7 \end{pmatrix}$ jsou lineárně závislé vektory
- **lineární nezávislost vektorů** … vektory jsou lineárně nezávislé, pokud žádný z nich nelze vyjádřit jako lineární kombinaci ostatních vektorů, … např. vektory $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix}$ jsou lineárně nezávislé
- **schodovitý tvar matice** … tvar matice, kde jsou pod diagonálou samé nuly; např. $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 0 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & 5 \end{pmatrix}$, nebo $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 0 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$, ale i $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$. Každou matici můžeme převést na schodovitý tvar procesem zvaným Gaussova eliminace.
- **Gaussova eliminace** … algoritmus, pomocí kterého převádíme matici v libovolném tvaru na matici ve schodovitém tvaru pomocí vhodně volené posloupnosti následujících úprav
  a) záměna řádků,
  b) vynásobení libovolného řádku nenulovým číslem,
  c) přičtení některého řádku nebo jeho násobku k jinému řádku,
  d) vynechání řádku, který je lineární kombinací ostatních řádků.

- **hodnost matice** … počet lineárně nezávislých řádků matice (lineárně nezávislé řádky matice jsou ty, které po úpravě na schodovitý tvar neobsahují samé nuly), např. matice $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 0 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ má 2 lineárně nezávislé řádky.

- **homogenní matice** … matice ve tvaru $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 3 & 2 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

- **nehomogenní matice** … matice ve tvaru $\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 2 & 4 \\ 0 & 3 & 2 & 4 \\ 1 & 0 & 1 & 3 \end{array}\right)$

- soustava lineárních rovnic … $\begin{array}{rcrcrcl} -2x_1 & - & 2x_2 & - & x_3 & = & 1 \\ 3x_1 & + & x_2 & + & x_3 & = & 0 \\ -x_1 & + & 5x_2 & + & 4x_3 & = & 3 \end{array}$

- **determinant matice** … číslo, které umíme vypočítat z každé čtvercové matice. V případě matice dimenze 2×2 počítáme determinant křížovým pravidlem, v případě matice dimenze 3×3 počítáme determinant matice Sarussovým pravidlem, v případě matice libovolné dimenze větší než 3×3 počítáme determinant Laplaceovým rozvojem (zde neděláme).

- **křížové pravidlo** … metoda umožňující rychle vypočítat determinant matice dimenze 2×2

- **Sarussovo pravidlo** … metoda umožňující relativně rychle vypočítat determinant matice dimenze 3×3