Příklady ke cvičení předmětu C1460: Úvod do matematiky
Téma 1: Lineární algebra

Skupina: **Rozšiřující příklady**

Veronika Bendová
podzimní semestr, 2018

Příklad 1.1. Násobení matic není obecně kumulativní
Máme-li matice A a B, pak obecně $A \times B \neq B \times A$. Přesněji řečeno součin matic $A \times B$ se může rovnat součinu $B \times A$, ale nemusí. Této vlastnosti říkáme, že násobení matic *není kumulativní*. Nyní ověříme toto tvrzení.

1. Stanovte dimenzi $C \times D$. Vypočítejte $C \times D$ $\qquad 2 \times 2; \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 0 & -5 \end{pmatrix}$
2. Stanovte dimenzi $D \times C$. Vypočítejte $D \times C$. $\qquad 3 \times 3; \begin{pmatrix} 3 & 6 & 2 \\ -2 & 0 & -4 \\ -4 & -3 & -6 \end{pmatrix}$

Příklad 1.2. Ekvivalentní vztah pro násobení matic
Máme-li matice A a B, pak $A \times B = (B^T \times A^T)^T$. Nyní ověříme toto tvrzení. Proveďte výpočty částí (1), resp. (2) a výsledky porovnejte s výsledky (1), resp. (2) v příkladu 1.1.

1. Stanovte dimenzi $(D^T \times C^T)^T$. Vypočítejte $(D^T \times C^T)^T$. $\qquad 2 \times 2; \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 0 & -5 \end{pmatrix}$
2. Stanovte dimenzi $(C^T \times D^T)^T$. Vypočítejte $(C^T \times D^T)^T$. $\qquad 3 \times 3; \begin{pmatrix} 3 & 6 & 2 \\ -2 & 0 & -4 \\ -4 & -3 & -6 \end{pmatrix}$

Příklad 1.3. Dimenze hardcore matic
Určete dimenzi následujících matic

1. $((E \times D^T)^T \times (-C) + 2F) \times B - A^T$ $\qquad 3 \times 1$
2. $B \times (E \times ((A \times D)^T/2))^T \times C \times F$ $\qquad 3 \times 3$

Příklad 1.4. Hardcore násobení matic
Vypočítejte

1. $((E \times D^T)^T \times (-C) + 2F) \times B - A^T$ $\qquad \begin{pmatrix} 0 \\ -3 \\ -3 \end{pmatrix}$
2. $B \times (E \times ((A \times D)^T/2))^T \times C \times F$ $\qquad \begin{pmatrix} -9 & -7 & -26 \\ 0 & 0 & 0 \\ 9 & 7 & 26 \end{pmatrix}$

Příklad 1.5. Hardcore systém lineárních rovnic
Vyřešte následující soustavu lineárních rovnic

1. $\begin{array}{rcrcrcrcr} 2x_1 & + & x_2 & - & 3x_3 & + & x_4 & = & 12 \\ 4x_1 & - & x_2 & + & 3x_3 & + & 2x_4 & = & -6 \\ -x_1 & + & x_2 & - & 3x_3 & + & 5x_4 & = & 9 \\ x_1 & + & 2x_2 & & 3x_3 & - & x_4 & = & 3 \end{array}$ $\qquad x_1 = 1, x_2 = 4, x_3 = -2, x_4 = 0$

Příklad 1.6. Determinant matice
Stanovte následující determinant

1. $\begin{vmatrix} 3 & 2 & 4 \\ -2 & 0 & -2 \\ 4 & 2 & 5 \end{vmatrix}$ $\qquad 0$