

PŘÍKLADY KE CVIČENÍ PŘEDMĚTU C1460: ÚVOD DO MATEMATIKY
TÉMA 4: EXTRÉMY FUNKCÍ DVOU PROMĚNNÝCH

SKUPINA: A

VERONIKA BENDOVÁ
PODZIMNÍ SEMESTR, 2018

Příklad 4.1. Parciální derivace prvního řádu

Určete první parciální derivace následujících funkcí

1. $xy - \ln x + \sin y$ $y - \frac{1}{x}; x + \cos y$
2. $y^2 \cos x$ $-y^2 \sin(x); 2y \cos(x)$
3. $\ln\left(\frac{x+y}{2}\right)$ $\frac{1}{x+y}; \frac{1}{x+y}$
4. $y^2 \sin^2 x$ $2y^2 \sin x \cos x; 2y \sin^2 x$
5. $y^2 e^{2x}$ $2y^2 e^{2x}; 2y e^{2x}$
6. $-\cos(x+y)$ $\sin(x+y); \sin(x+y)$
7. $e^{x^2 y^2}$ $2xy^2 e^{x^2 y^2}; 2x^2 y e^{x^2 y^2}$

Příklad 4.2. Parciální derivace druhého řádu

Určete druhé parciální derivace následujících funkcí

1. $xy - \ln x + \sin y$ $\frac{1}{x^2}; -\sin y; 1$
2. $y^2 \cos x$ $-y^2 \cos x; 2 \cos x; -2y \sin x$
3. $\ln\left(\frac{x+y}{2}\right)$ $-\frac{1}{(x+y)^2}; -\frac{1}{(x+y)^2}; -\frac{1}{(x+y)^2}$
4. $y^2 \sin^2 x$ $2y^2(\cos^2 x - \sin^2 x); 2 \sin^2 x; 4y \sin x \cos x$
5. $y^2 e^{2x}$ $4y^2 e^{2x}; 2e^{2x}; 4y e^{2x}$
6. $-\cos(x+y)$ $\cos(x+y); \cos(x+y); \cos(x+y)$
7. $e^{x^2 y^2}$ $2y^2 e^{x^2 y^2} (2x^2 y^2 + 1); 2x^2 e^{x^2 y^2} (2x^2 y^2 + 1); 4xy e^{x^2 y^2} (x^2 y^2 + 1)$

Příklad 4.3. Lokální extrémy funkce dvou proměnných

Najděte stacionární body následujících funkcí a rozhodněte, zda se jedná o extrém. Pokud ano, určete jeho typ.

1. $f(x, y) = 1 + 6y - y^2 - xy - x^2$ $M[-2, 4]$
2. $f(x, y) = x^3 + y^3 - 3xy$ $m[1, 1]; S[0, 0]$
3. $f(x, y) = x^2 - y^2 + 2x - 2y$ $S[-1, -1]$
4. $f(x, y) = x(x-1) + y(y-1) - xy + 2$ $m[1, 1]$
5. $f(x, y) = -3xy^3 + x^2 + xy$ $S[0, 0]; S[0, \frac{1}{\sqrt{3}}]; S[0, -\frac{1}{\sqrt{3}}]; m[-\frac{1}{9}; \frac{1}{3}]; m[\frac{1}{9}; -\frac{1}{3}]$
6. $f(x, y) = 4 - (x-2)^2 - (y+3)^2$ $M[2, -3]$
7. $f(x, y) = 2x^3 - xy^2 + 5x^2 + y^2$ $m[0, 0]; S[-\frac{5}{3}, 0]; S[1, 4]; S[1, -4]$