

PŘÍKLADY KE CVIČENÍ PŘEDMĚTU C1460: ÚVOD DO MATEMATIKY  
TÉMA 4: EXTRÉMY FUNKCÍ DVOU PROMĚNNÝCH

SKUPINA: B

VERONIKA BENDOVÁ  
PODZIMNÍ SEMESTR, 2018

**Příklad 4.1. Parciální derivace prvního řádu**

Určete první parciální derivace následujících funkcí

- $2xy + \ln y - \cos x$   $\sin x + 2y; 2x + \frac{1}{y}$
- $\sin(x - y)$   $\cos(x - y); -\cos(x - y)$
- $\frac{1}{xy} + \ln x$   $\frac{xy-1}{x^2y}; -\frac{1}{xy^2}$
- $\ln(x^2 - y^2)$   $\frac{2x}{x^2-y^2}; -\frac{2y}{x^2-y^2}$
- $\frac{x^2}{y^2}$   $\frac{2x}{y^2}; -\frac{2x^2}{y^3}$
- $\cos xy$   $-y \sin(xy); -x \sin(xy)$
- $e^{(1-x^2)y}$   $-2xye^{y-x^2y}; -(x^2 - 1)e^{y-x^2y}$

**Příklad 4.2. Parciální derivace druhého řádu**

Určete druhé parciální derivace následujících funkcí

- $2xy + \ln y - \cos x$   $\cos x; -\frac{1}{y^2}; 2$
- $\sin(x - y)$   $-\sin(x - y); -\sin(x - y); \sin(x - y)$
- $\frac{1}{xy} + \ln x$   $\frac{2-xy}{x^3y}; \frac{2}{xy^3}; \frac{1}{x^2y^2}$
- $\ln(x^2 - y^2)$   $-\frac{2(x^2+y^2)}{(x^2-y^2)^2}; -\frac{2(x^2+y^2)}{(x^2-y^2)^2}; \frac{4xy}{(x^2-y^2)^2}$
- $\frac{x^2}{y^2}$   $\frac{2}{y^2}; \frac{6x^2}{y^4}; -\frac{4x}{y^3}$
- $\cos xy$   $-y^2 \cos xy; -x^2 \cos xy; -\sin xy - xy \cos xy$
- $e^{(1-x^2)y}$   $2ye^{y-x^2y}(2x^2y - 1); (x^2 - 1)^2e^{y-x^2y}; 2xe^{y-x^2y}(x^2y - y - 1)$

**Příklad 4.3. Lokální extrémy funkce dvou proměnných**

Najděte stacionární body následujících funkcí a rozhodněte, zda se jedná o extrém. Pokud ano, určete jeho typ.

- $f(x, y) = 2xy - 2x - 4y$   $S[2, 1]$
- $f(x, y) = 2x^3 + 3y^2 - 6xy$   $S[0, 0]; S[1, 1]$
- $f(x, y) = x^2 + 4xy + 6y^2 - 2x + 8y - 5$   $m[7, -3]$
- $f(x, y) = 5 + 6x - 4x^2 - 3y^2$   $M[\frac{3}{4}, 0]$
- $f(x, y) = 8x^3 + y^3 - 6xy + 4$   $m[\frac{1}{2}, 1]; S[0, 0]$
- $f(x, y) = x(x - 6) + y(y - 9) + xy$   $m[1, 4]$
- $f(x, y) = x^3 + xy^2 + 6xy$   $m[\sqrt{3}, -3]; M[-\sqrt{3}, -3]; S[0, 0]; S[0, -6]$