

PŘÍKLADY KE CVIČENÍ PŘEDMĚTU C1460: ÚVOD DO MATEMATIKY  
TÉMA 4: EXTRÉMY FUNKCÍ DVOU PROMĚNNÝCH

SKUPINA: C

VERONIKA BENDOVÁ  
PODZIMNÍ SEMESTR, 2018

**Příklad 4.1. Parciální derivace prvního řádu**

Určete první parciální derivace následujících funkcí

1.  $xy^2 - e^x + \cos y$   $y^2 - e^x; 2xy - \sin y$
2.  $x^2 \cos y^2$   $2x \cos y^2; -2x^2 y \sin y^2$
3.  $\ln \frac{x}{y}$   $\frac{1}{x}; -\frac{1}{y}$
4.  $y^2 e^{xy}$   $y^3 e^{xy}; y e^{xy}(xy + 2)$
5.  $\frac{y-2}{x+1}$   $\frac{2-y}{(x+1)^2}; \frac{1}{x+1}$
6.  $\sin(x^2 + y^2)$   $2x \cos(x^2 + y^2); 2y \cos(x^2 + y^2)$
7.  $x^2 \ln y^2$   $2x \ln y^2; \frac{2x^2}{y}$

**Příklad 4.2. Parciální derivace druhého řádu**

Určete druhé parciální derivace následujících funkcí

1.  $xy^2 - e^x + \cos y$   $-e^x; 2x - \cos y; 2y$
2.  $x^2 \cos y^2$   $2 \cos y^2; -2x^2(\sin y^2 + 2y^2 \cos y^2); -4xy \sin y^2$
3.  $\ln \frac{x}{y}$   $-\frac{1}{x^2}; \frac{1}{y^2}; 0$
4.  $y^2 e^{xy}$   $y^4 e^{xy}; e^{xy}(x^2 y^2 + 4xy + 2); y^2 e^{xy}(xy + 3)$
5.  $\frac{y-2}{x+1}$   $\frac{2(y-2)}{(x+1)^3}; 0; -\frac{1}{(x+1)^2}$
6.  $\sin(x^2 + y^2)$   $2 \cos(x^2 + y^2) - 4x^2 \sin(x^2 + y^2); 2 \cos(x^2 + y^2) - 4y^2 \sin(x^2 + y^2); -4xy \sin(x^2 + y^2)$
7.  $x^2 \ln y^2$   $2 \ln y^2; -\frac{2x^2}{y^2}; \frac{4x}{y}$

**Příklad 4.3. Lokální extrémy funkce dvou proměnných**

Najděte stacionární body následujících funkcí a rozhodněte, zda se jedná o extrém. Pokud ano, určete jeho typ.

1.  $f(x, y) = x^2 + y^2 - xy - 2x + y$   $m[1, 0]$
2.  $f(x, y) = y^2 x + 3xy - 6y$   $S[-2, -3]; S[2, 0]$
3.  $f(x, y) = 4(x - y) - x^2 - y^2$   $M[2, -2]$
4.  $f(x, y) = (2x^2 - 3)(y + 1)$   $S\left[\sqrt{\frac{3}{2}}, -1\right]$
5.  $f(x, y) = x^4 + y^4 - x^2 - 2xy - y^2$   $m[1, 1]; m[-1, -1]; S[0, 0]$
6.  $f(x, y) = 2x^2 - 6xy + 5y^2 - x + 3y + 2$   $m[-2, -\frac{3}{2}]$
7.  $f(x, y) = xy(4 - x - y)$   $M[\frac{4}{3}, \frac{4}{3}]; S[0, 0]; S[0, 4]; S[4, 0]$