

PŘÍKLADY KE CVIČENÍ PŘEDMĚTU C1460: ÚVOD DO MATEMATIKY
TÉMA 4: EXTRÉMY FUNKCÍ DVOU PROMĚNNÝCH

SKUPINA: D

VERONIKA BENDOVÁ
PODZIMNÍ SEMESTR, 2018

Příklad 4.1. Parciální derivace prvního řádu

Určete první parciální derivace následujících funkcí

1. $yx^2 + e^y - \sin x$ $2xy - \cos(x); x^2 + e^y$
2. $x \ln xy$ $\ln(xy) + 1; \frac{x}{y}$
3. $\frac{e^{2x}}{y}$ $\frac{2e^{2x}}{y}; -\frac{e^{2x}}{y^2}$
4. $x \sin(x + y)$ $\sin(x + y) + x \cos(x + y); x \cos(x + y)$
5. $\ln(x - y)$ $\frac{1}{x-y}; -\frac{1}{x-y}$
6. $\sin x \cos y$ $\cos(x) \cos(y); -\sin(x) \sin(y)$
7. $\cos x^2 y$ $-2xy \sin(x^2 y); -x^2 \sin(x^2 y)$

Příklad 4.2. Parciální derivace druhého řádu

Určete druhé parciální derivace následujících funkcí

1. $yx^2 + e^y - \sin x$ $\sin x + 2y; e^y; 2x$
2. $x \ln xy$ $\frac{1}{x}; -\frac{x}{y^2}; \frac{1}{y}$
3. $\frac{e^{2x}}{y}$ $\frac{4e^{2x}}{y}; \frac{2e^{2x}}{y^3}; -\frac{2e^{2x}}{y^2}$
4. $x \sin(x + y)$ $2 \cos(x + y) - x \sin(x + y); -x \sin(x + y); \cos(x + y) - x \sin(x + y)$
5. $\ln(x - y)$ $-\frac{1}{(x-y)^2}; -\frac{1}{(x-y)^2}; \frac{1}{(x-y)^2}$
6. $\sin x \cos y$ $-\cos y \sin x; -\cos y \sin x; -\cos x \sin y$
7. $\cos x^2 y$ $-2y(\sin(x^2 y) + 2x^2 y \cos(x^2 y)); -x^4 \cos(x^2 y); -2x(\sin(x^2 y) + x^2 y \cos(x^2 y))$

Příklad 4.3. Lokální extrémy funkce dvou proměnných

Najděte stacionární body následujících funkcí a rozhodněte, zda se jedná o extrém. Pokud ano, určete jeho typ.

1. $f(x, y) = x^3 - 3xy - y^3$ $M[-1, 1]; S[0, 0]$
2. $f(x, y) = x^2 - 2y^2 - 3x + 5y - 1$ $S[\frac{3}{2}, \frac{5}{4}]$
3. $f(x, y) = xy - 2x + 3y - 6$ $S[-3, 2]$
4. $f(x, y) = 3(x^2 + y^2)^2$ $m[0, 0]$
5. $f(x, y) = x^2 y - 2xy + x$ $S[0, \frac{1}{2}]; S[2, -\frac{1}{2}]$
6. $f(x, y) = x^2 + xy + y^2 + 9x + 6y$ $m[-4, -1]$
7. $f(x, y) = x^3 - 3x^2 + y^3 - 3y + 1$ $M[0, -1]; m[2, 1]; S[0, 1]; S[2, -1]$