Cvičení předmětu C1460: Úvod do matematiky
Zápočtový test: Téma 1–3

Skupina: **A + C**

Veronika Bendová
podzimní semestr, 2018

Příjmení, jméno: .... Skupina: ....

UČO: ....

Příklad Maximum	1. (5 b)	2. (5 b)	3. (10 b)	$\sum$ (20 b)
Body				

Příklad 1. Lineární závislost a nezávislost vektorů (5 b)

Zjistěte, zda jsou následující vektory lineárně závislé nebo lineárně nezávislé. V případě lineární závislosti vyjádřete jeden z vektorů jako lineární kombinaci zbylých lineárně nezávislých vektorů.

1. $\begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ -4 \end{pmatrix}$

Příklad 2. Limita funkce (5 b)

Vypočítejte následující limitu

1. $\lim\limits_{x \to -1} \dfrac{x^3 + 5x^2 + 7x + 3}{x^2 + 3x + 2}$

Příklad 3. Vyšetření průběhu funkce (10 b)

Vyšetřete průběh funkce

$$f(x) = 2x^3 + 2.$$

Postupně stanovte (1) definiční obor $D(f)$; (2) obor hodnot $H(f)$; (3) paritu funkce; (4) periodicitu funkce, (5) body nespojitosti; (6) nulové body + intervaly, na kterých je funkce kladná, resp. záporná; (7) první derivaci funkce + lokální extrémy a jejich typy + intervaly, na kterých je funkce rostoucí, resp. klesající; (8) druhou derivaci funkce + inflexní body + intervaly, na kterých je funkce konvexní, resp. konkávní; (9) asymptoty bez směrnice i se směrnicí.

Závěrem vykreslete graf funkce $f(x)$.

SKUPINA A + C

1. $\begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 0 & -1 & 1 \\ -2 & 0 & -4 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 2 & 0 & 4 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

$\sim \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ ... LZ

$2\begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ -4 \end{pmatrix}$ ... LINEÁRNÍ KOMBINACE

2. $\lim_{x \to -1} \frac{x^3+5x^2+7x+3}{x^2+3x+2} \overset{(-1)}{\dots\dots} \frac{(-1)^3+5(-1)^2+7(-1)+3}{(-1)^2+3(-1)+2} =$

$\frac{-1+5-7+3}{1-3+2} = \text{'}\frac{0}{0}\text{'}$

=> L'Hospitalovo pravidlo:

$\lim_{x \to -1} \frac{x^3+5x^2+7x+3}{x^2+3x+2} = \lim_{x \to -1} \frac{3x^2+10x+7}{2x+3} = \frac{3-10+7}{1}$

$= \frac{0}{1} = \underline{\underline{0}}$

Nebo:

$\lim_{x \to -1} \frac{x^3+5x^2+7x+3}{x^2+3x+2} = \lim_{x \to -1} \frac{(x+1)^{\cancel{2}}(x+3)}{\cancel{(x+1)}(x+2)} = \lim_{x \to -1} \frac{(x+1)(x+3)}{(x+2)}$

$= \frac{(-1+1)(-1+3)}{-1+2} = \frac{0 \cdot 2}{1} = \underline{\underline{0}}$

3. $f(x) = 2x^3 + 2$

1. $D(f) = \mathbb{R}$
2. $H(f) = \mathbb{R}$
3. $f(-x) = 2(-x)^3 + 2$

   $= -2x^3 + 2$ ... ani ani
4. neperiodická
5. BN: nemá
6. $2x^3 + 2 = 0$

   $x^3 + 1 = 0$

   $x^3 = -1$

   $x = -1$

   $\ominus \quad \oplus$; -1
7. $f'(x) = 6x^2$

   $f'(x) = 0 \quad 6x^2 = 0$

   $x = 0$

   $\nearrow \quad \nearrow$; $+ \quad +$; 0
8. $f''(x) = 12x$

   $f''(x) = 0 \quad 12x = 0$

   $x = 0$

   $\cap \quad \cup$; $- \quad +$; 0
9. Nemá BN → nemá ABS

   ASS: $\lim_{x \to \infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \to \infty} \frac{2x^3+2}{x} = \lim_{x \to \infty} \frac{x^3(2+\frac{2}{x^3})}{x} =$

   $= \lim_{x \to \infty} x^2(2 + \underbrace{\tfrac{2}{x^3}}_{0}) = \infty$ => $a = \infty$

   Analogicky: $\lim_{x \to -\infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \to -\infty} x^2(2 + \frac{2}{x^3}) = \infty$

   $\Downarrow$

   ASS neexistuje

9. Graf:

$f(-1) = 0 \quad f(0) = 2$