

CVIČENÍ PŘEDMĚTU C1460: ÚVOD DO MATEMATIKY  
ZÁPOČTOVÝ TEST: TÉMA 1–3

SKUPINA: **B + D**

VERONIKA BENDOVÁ  
PODZIMNÍ SEMESTR, 2018

PŘÍJMENÍ, JMÉNO: .....

SKUPINA: .....

UČO: .....

Příklad	1.	2.	3.	$\Sigma$
Maximum	(5 b)	(5 b)	(10 b)	(20 b)
Body				

**Příklad 1. Lineární závislost a nezávislost vektorů (5 b)**

Zjistěte, zda jsou následující vektory lineárně závislé nebo lineárně nezávislé. V případě lineární závislosti vyjádřete jeden z vektorů jako lineární kombinaci zbylých lineárně nezávislých vektorů.

$$1. \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$$

**Příklad 2. Limita funkce (5 b)**

Vypočítejte následující limitu

$$1. \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3 + 4x^2 + 5x + 2}{x^2 + 4x + 3}$$

**Příklad 3. Vyšetření průběhu funkce (10 b)**

Vyšetřete průběh funkce

$$f(x) = 2x^2 - 8.$$

Postupně stanovte (1) definiční obor  $D(f)$ ; (2) obor hodnot  $H(f)$ ; (3) paritu funkce; (4) periodicitu funkce, (5) body nespojitosti; (6) nulové body + intervaly, na kterých je funkce kladná, resp. záporná; (7) první derivaci funkce + lokální extrémů a jejich typy + intervaly, na kterých je funkce rostoucí, resp. klesající; (8) druhou derivaci funkce + inflexní body + intervaly, na kterých je funkce konvexní, resp. konkávní; (9) asymptoty bez směrnice i se směrnici.

Závěrem vykreslete graf funkce  $f(x)$ .

# SKUPINA B+D

$$1. \begin{pmatrix} -1 & 1 & 3 \\ 0 & 1 & 1 \\ 2 & 3 & -1 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} -1 & 1 & 3 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 5 & 5 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & -1 & -3 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 0 & -2 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \dots LZ$$

lineární kombinace:

$$-2 \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$$

$$2. \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3 + 4x^2 + 5x + 2}{x^2 + 4x + 3} \quad (-1) \quad \dots \dots \quad \frac{(-1)^3 + 4(-1)^2 + 5(-1) + 2}{(-1)^2 + 4(-1) + 3} =$$

$$\frac{-1 + 4 - 5 + 2}{1 - 4 + 3} = \frac{0}{0} \Rightarrow$$

$\Rightarrow$  L'Hospitalovo pravidlo:

$$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3 + 4x^2 + 5x + 2}{x^2 + 4x + 3} = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{3x^2 + 8x + 5}{2x + 4} = \frac{3 - 8 + 5}{-2} = 0$$

Nebo:

$$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3 + 4x^2 + 5x + 2}{x^2 + 4x + 3} = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{(x+1)^x(x+2)}{(x+1)(x+3)} = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{(x+1)(x+2)}{x+3} =$$

$$= \frac{(-1+1)(-1+2)}{-1+3} = \frac{0 \cdot 1}{2} = 0$$

$$3. f(x) = 2x^2 - 8$$

$$1. D(f) = \mathbb{R}$$

$$2. H(f): y = 2x^2 - 8$$

$$2x^2 = y + 8$$

$$x = \sqrt{\frac{y+8}{2}}$$

$$H(f) = \langle -8; \infty \rangle$$

$$\frac{y+8}{2} > 0$$

$$y+8 > 0$$

$$y > -8$$

$$3. f(-x) = 2(-x)^2 - 8$$

$$= 2x^2 - 8 = f(x) \dots \text{suda'}$$

4. neperiodická

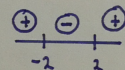
5. BN: nemá

$$6. 2x^2 - 8 = 0$$

$$2x^2 = 8$$

$$x^2 = 4$$

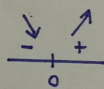
$$x = \pm 2$$



$$7. f'(x) = 4x$$

$$f'(x) = 0 \quad 4x = 0$$

$$x = 0$$



$$8. f''(x) = 4$$

U

9. Nema' BN  $\Rightarrow$  nema' ABS

$$ASS: ax + b = y$$

$$a: \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2 - 8}{x} = \lim_{x \rightarrow \infty} x \left( 2 - \frac{8}{x} \right)$$

$$= \lim_{x \rightarrow \infty} x \left( 2 - \frac{8}{x} \right) = \infty$$

$\Rightarrow$  a nelze stanovit

$$\text{Analogicky: } \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} x \left( 2 - \frac{8}{x} \right) = -\infty$$

$\Rightarrow$  ASS neexistuje

10. Graf:

$$f(0) = -8$$

