

PŘÍKLADY KE CVIČENÍ PŘEDMĚTU C1460: ÚVOD DO MATEMATIKY
TÉMA 5: INTEGRÁLNÍ POČET

SKUPINA: A

VERONIKA BENDOVÁ
PODZIMNÍ SEMESTR, 2018

Příklad 5.1. Neurčité integrály

Určete následující neurčité integrály

- | | |
|---|---|
| 1. $\int x dx$ | $\frac{x^2}{2}$ |
| 2. $\int 5x^7 dx$ | $\frac{5}{8}x^8$ |
| 3. $\int \frac{4}{x^2} dx$ | $-\frac{4}{x}$ |
| 4. $\int \frac{5}{x^6} dx$ | $-\frac{1}{x^5}$ |
| 5. $\int e^x \left(1 + \frac{e^{-x}}{\cos^2 x}\right) dx$ | $e^x + \tan x$ |
| 6. $\int \frac{1}{3 \cos^2 x} dx$ | $\frac{1}{3} \tan x$ |
| 7. $\int (1 + \sqrt{x})^2 dx$ | $x + \frac{4}{3}x\sqrt{x} + \frac{x^2}{2}$ |
| 8. $\int \left(x + \frac{1}{x} + \sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}}\right) dx$ | $\frac{x^2}{2} + \ln x + \frac{2x\sqrt{x}}{3} + 2\sqrt{x}$ |
| 9. $\int \left(\sqrt{2x} + \sqrt{\frac{2}{x}}\right) dx$ | $2\sqrt{2x} \left(\frac{x}{3} + 1\right)$ |
| 10. $\int \frac{5}{\sqrt{x}} dx$ | $10\sqrt{x}$ |
| 11. $\int \frac{(x+2)^3}{x^3} dx$ | $x + 6 \ln x - \frac{12}{x} - \frac{4}{x^2}$ |
| 12. $\int 8x^{3/5} dx$ | $5x^{8/5}$ |
| 13. $\int \frac{3}{x} dx$ | $3 \ln t $ |

Příklad 5.2. Substituční metoda

Využijte substituční metodu k vyřešení následujících neurčitých integrálů

- | | |
|------------------------------------|-------------------------|
| 1. $\int (4x - 3)^4 dx$ | $\frac{(4x-3)^5}{20}$ |
| 2. $\int \sin^3 x \cos x dx$ | $\frac{1}{4} \sin^4 x$ |
| 3. $\int \frac{1}{\sqrt{4x+9}} dx$ | $\frac{\sqrt{4x+9}}{2}$ |
| 4. $\int 14e^{7x-8} dx$ | $2e^{7x-8}$ |
| 5. $\int 33(8 - 3x)^{6/5} dx$ | $-5(8 - 3x)^{11/5}$ |

$$\begin{array}{ll}
6. \int \frac{(1 + \ln x)^4}{x} dx & \frac{(1 + \ln x)^5}{5} \\
7. \int \frac{1}{x^2 - 6x + 9} dx & -\frac{1}{x-3} \\
8. \int -4xe^{-2x^2} dx & e^{-2x^2} \\
9. \int \frac{3\sqrt{\ln x}}{x} dx & 2 \ln^{3/2} x \\
10. \int \frac{3 \cos x}{\sin^4 x} dx & -\frac{1}{\sin^3 x} \\
11. \int \frac{-2}{\tan x \sin^2 x} dx & \frac{1}{\sin^2 x}
\end{array}$$

Příklad 5.3. Určité integrály

Stanovte hodnoty následujících určitých integrálů

$$\begin{array}{ll}
1. \int_0^\pi \sin x dx & 2 \\
2. \int_0^4 12\sqrt{x + \frac{1}{4}} dx & 17\sqrt{17} - 1 \\
3. \int_1^2 \frac{6}{6x-1} dx & \ln \frac{11}{5} \\
4. \int_0^{\pi/2} 4 \sin x \cos^3 x dx & 1 \\
5. \int_{-1}^3 (x^3 - 3x^2 + 1) dx & -4
\end{array}$$

Příklad 5.4. Aplikace určitého integrálu - výpočet plochy pod křivkou

Určete obsah rovinné plochy ohraničené křivkami

$$\begin{array}{ll}
1. yx = 4, x + y = 5 & \frac{15}{2} - 8 \ln 2 \\
2. y = 6x - x^2, y = 0 & 36
\end{array}$$