

PŘÍKLADY KE CVIČENÍ PŘEDMĚTU C1460: ÚVOD DO MATEMATIKY
TÉMA 5: INTEGRÁLNÍ POČET

SKUPINA: D

VERONIKA BENDOVÁ
PODZIMNÍ SEMESTR, 2018

Příklad 5.1. Neurčité integrály

Určete následující neurčité integrály

1. $\int \frac{1}{\sqrt[3]{x}} dx$ $\frac{3}{2} \sqrt[3]{x^2}$
2. $\int 3x^{-1} dx$ $3 \ln |x|$
3. $\int \frac{3}{2x} dx$ $\frac{3}{2} \ln |x|$
4. $\int x^{-5} dx$ $-\frac{1}{4x^4}$
5. $\int \frac{3 + e^{-x} \sin x}{e^{-x}} dx$ $3e^x - \cos x$
6. $\int \frac{3x^2 + 1}{x^3 + x + 2} dx$ $\ln |x^3 + x + 2|$
7. $\int \left(\sin x - \frac{1}{\cos^2 x} \right) dx$ $-\cos x - \tan x$
8. $\int \sqrt{x}(1 - x^2) dx$ $\frac{2}{3}x^{3/2} - \frac{2}{3}x^{7/2}$
9. $\int (x^3 - 3x^2 + 4x - 7) dx$ $\frac{x^4}{4} - x^3 + 2x^2 - 7x$
10. $\int \frac{1}{2} \sqrt{e^x} dx$ $\sqrt{e^x}$
11. $\int \left(\frac{1-x}{x} \right)^2 dx$ $x - 2 \ln |x| - \frac{1}{x}$
12. $\int (3\sqrt[5]{x} - 7x) dx$ $\frac{5x^{6/5} - 7x^2}{2}$
13. $\int \frac{2 - x^2}{x + \sqrt{2}} dx$ $\sqrt{2}x - \frac{x^2}{2}$

Příklad 5.2. Substituční metoda

Využijte substituční metodu k vyřešení následujících neurčitých integrálů

1. $\int \frac{2 \ln x}{x} dx$ $\ln^2 x$
2. $\int \sqrt{2x - 5} dx$ $\frac{1}{3} \sqrt{(2x - 5)^3}$
3. $\int \frac{4x}{\sqrt[3]{8 - x^2}} dx$ $-3(8 - x^2)^{2/3}$
4. $\int \frac{e^{x/2} - e^{-x/2}}{2} dx$ $e^{x/2} + e^{-x/2}$
5. $\int \frac{1}{\cos^2 8x} dx$ $\frac{1}{8} \tan 8x$

6. $\int \frac{12}{(3x-7)^5} dx$ $-\frac{1}{(3x-7)^4}$
7. $\int \frac{x}{x^2-1} dx$ $\frac{1}{x} \ln |x^2-1|$
8. $\int \frac{4 \tan^3 x}{\cos^2 x} dx$ $\tan^4 x$
9. $\int 2e^{2 \sin x} \cos x dx$ $e^{2 \sin x}$
10. $\int \frac{2x}{(1+x^2)^2} dx$ $-\frac{1}{1+x^2}$
11. $\int 4 \sin x \cos^3 x dx$ $-\cos^4 x$

Příklad 5.3. Určité integrály

Stanovte hodnoty následujících určitých integrálů

1. $\int_1^2 x^2 dx$ $\frac{7}{3}$
2. $\int_{-\pi/2}^{\pi/2} 2 \sin^2 2x dx$ π
3. $\int_0^{\pi/2} \frac{\cos x}{5 + \sin x} dx$ $\ln 6 - \ln 5$
4. $\int_{-1}^1 \frac{1}{x-4} dx$ $\ln \frac{3}{5}$
5. $\int_{0.5}^2 \frac{1}{x^2} dx$ 1.5

Příklad 5.4. Aplikace určitého integrálu - výpočet plochy pod křivkou

Určete obsah rovinné plochy ohraničené křivkami

1. $y = e^x, y = e^{-x}, x = 1$ $e + \frac{1}{e} - 2$
2. $x^2 = y, y^2 = x$ $\frac{1}{3}$