

## Druhý domácí úkol do Matematiky 1

(Odevzdat do 24.10.2018 23:59:59)

1. Řešte následující soustavu lineárních rovnic s parametry  $a, b \in \mathbb{R}$ . Diskutujte počet řešení v závislosti na parametrech  $a$  a  $b$ . U každého případu napište jak hodnotu matice soustavy, tak hodnotu matice rozšířené soustavy. Pokud má soustava řešení, tak ho explicitně napište.

$$\begin{aligned}x + 2y + 3z &= -b, \\ax + (a + 2)y + 6z &= 1 - 2b, \\a^2x + (3a + 2)y + 12z &= -10.\end{aligned}$$

2. Jsou dány matice

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -3 \\ 2 & -1 & 1 \\ -1 & 2 & 3 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & 1 \\ 7 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -2 & 1 \\ 5 & 1 \end{pmatrix} \quad \text{a}$$
$$D = \begin{pmatrix} -1 & 2 & -3 \\ 1 & 4 & 0 \end{pmatrix}.$$

Spočtěte, pokud je to možné:

- a)  $3A + 2B$ , c)  $AB$ , e)  $AC$ , g)  $CD$ , i)  $\text{Tr}(3BA - 2DC)$ ,  
b)  $2C - D$ , d)  $B^T A$ , f)  $BD$ , h)  $DC^T$ , j)  $\text{Tr}(2DB^T - 2A^T C)$ .
3. Spočtěte determinanty následujících matic:

a)

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1-i & 3 \\ 2i & 1 & -2 \\ 1+i & i & 1 \end{pmatrix},$$

b)

$$B = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 5 & 3 & 0 \\ -2 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 3 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & -1 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & -1 \end{pmatrix},$$

c) *Dobrovolný příklad* ( $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ ):

$$C = \begin{pmatrix} \alpha & \beta & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \alpha & \beta & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \ddots & \alpha & \beta \\ \beta & 0 & \dots & 0 & \alpha \end{pmatrix}.$$

4. Spočtěte inverzní matice k maticím:

a)

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 \\ -4 & 5 & 1 \\ -8 & 2 & -3 \end{pmatrix},$$

b)

$$B = \begin{pmatrix} 4 & 4 & 4 & 4 \\ -4 & 4 & 4 & -4 \\ -4 & 4 & -4 & 4 \\ -4 & -4 & 4 & 4 \end{pmatrix}.$$