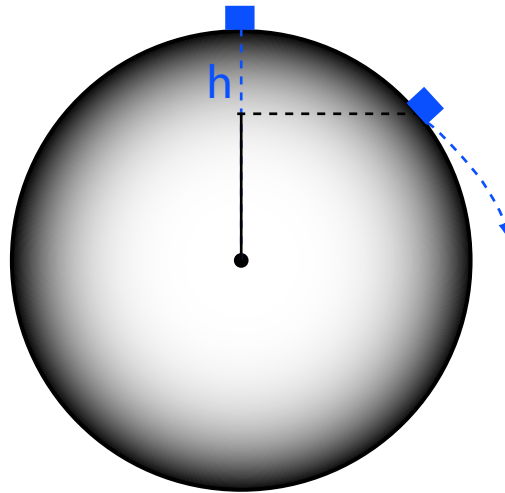


Sbírka pro předmět Středoškolská fyzika v příkladech 1 a 2

Mechanika: rotační pohyb – zadání

- ★ Jaká horizontální rychlost by musela být udělena střele, aby obletěla Zemi paralelně s jejím povrchem, kdyby nebylo odporu vzduchu? S jakou periodou by obíhala Zemi? $[v = \sqrt{gR} = 7900 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1},$
 $T = 2\pi\sqrt{\frac{R}{g}} = 1,4 \text{ h}]$
- ★ Malé těleso klouže s vrchu koule dolů (viz obrázek 1). V jaké výšce h od vrcholu koule se těleso oddělí od koule a bude volně padat? Tření je zanedbatelné. $[h = \frac{2}{3}R]$

Obrázek 1:

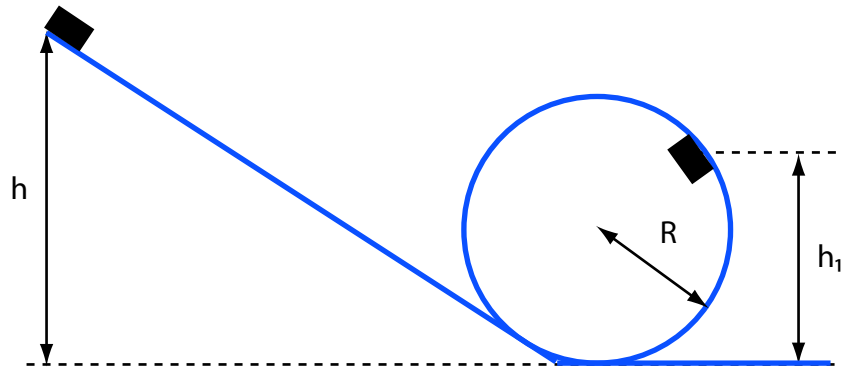


- ★ Malé těleso klouže po nakloněné rovině, která na konci přechází ve válcovou plochu o poloměru R (viz obrázek 2).

(a) Do jaké výšky h_1 při tom vystoupí, jestliže klouže z výšky h ? Tření je zanedbatelně malé. $[h_1 = h]$

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Obrázek 2:

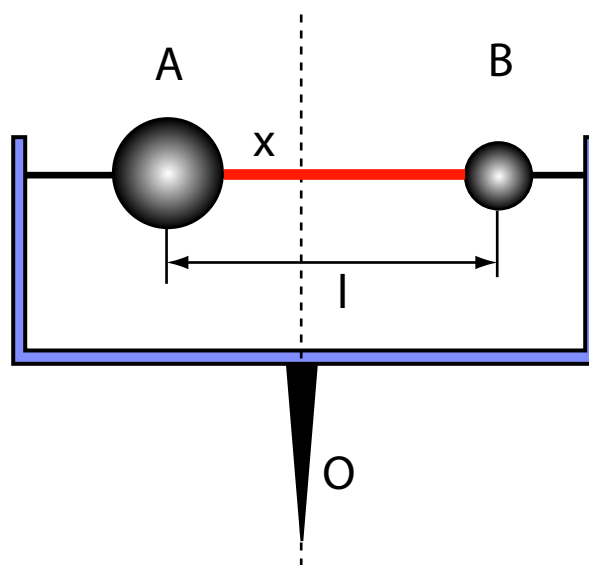


(b) Jaká musí být výška h , aby těleso udělalo celou obrátku a nespadlo přitom?

$$[h = \frac{5}{2}R]$$

4. Na obrázku 3 je znázorněno zařízení, kterým se objasňuje závislost odstředivé síly na vzdálenosti od osy otáčení. Koule A má průměr 3 cm, koule B 2 cm. Šňůra,

Obrázek 3:



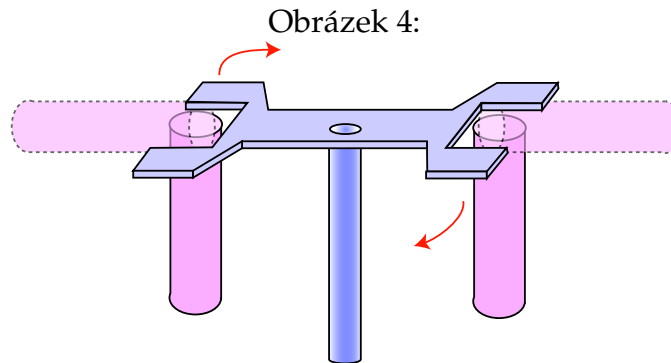
která je spojuje, je dlouhá 10,5 cm. V jaké vzdálenosti x od osy O musí být umístěn střed koule A, aby se při otáčení udržely koule na místě? Koule jsou vyrobeny ze stejného materiálu. Objem otvorů, které jsou vyvrtány v koulích, je možné zanedbat.

$$[x = l \frac{R_B^3}{R_A^3 + R_B^3} = 2,4 \text{ cm.}]$$

5. ** Spojíme-li konce kovového řetízku navzájem, přivážeme-li řetízek na šňůru a odstředivkou roztočíme šňůru, potom řetízek nabude přibližně tvaru kružnice, která je v rovině kolmé k ose rotace.

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

- (a) Zaujme řetízek tvar rovinné křivky? [kružnice ve vodorovné rovině]
- (b) Jestliže považujeme tvar řetízku za horizontální kružnici, máme určit sílu F , napínající řetízek, je-li jeho hmotnost $m = 100 \text{ g}$, délka $l = 75 \text{ cm}$ a koná-li řetízek $n = 8 \text{ ot.s}^{-1}$. [$F_{\text{cod}} = m \cdot n^2 \cdot 2\pi \cdot l = 30 \text{ N}$]
6. Z kruhového kotouče poloměru r je vyříznut kruh s polovičním poloměrem, jehož střed půlí poloměr kotouče. Určete polohu těžiště zbylého měsíčku. [$x = \frac{r}{6}$]
7. Na delším rameni $l_1 = 50 \text{ cm}$ jednozvrtné páky působí síla $F_1 = 60 \text{ N}$. Na kratším rameni $l_2 = 25 \text{ cm}$ působí břemeno $F_2 = 108 \text{ N}$. Vypočtete účinnost páky. [$\eta = 0,9$]
8. Na rameni $l_1 = 45 \text{ cm}$ dvojszvrtné páky působí síla $F_1 = 100 \text{ N}$. Na rameni délky $l_2 = 25 \text{ cm}$ působí břemeno. Určete velikost břemene, je-li páka v rovnoměrném otáčivém pohybu a je-li její účinnost $\eta = 0,8$. [$F'_2 = 144 \text{ N}$]
9. Kladkostroj s $n = 6$ kladkami má účinnost $\eta = 0,7$. Jak velké břemeno F'_2 může na tomto kladkostroji zvedat rovnoměrným pohybem síla $F_1 = 30 \text{ N}$? [$F'_2 = 126 \text{ N}$]
10. Kolo na hřídeli má účinnost $\eta = 0,7$. Síla $F_1 = 40 \text{ N}$ zvedá tímto kolem rovnoměrně břemeno $F'_2 = 150 \text{ N}$. V jakém poměru je poloměr válce r k poloměru kola R ? [$\frac{r}{R} = \frac{1}{5}$]
11. * Na obrázku 4 je schématicky znázorněna odstředivka. Když byla odstředivka



v klidu, byla do jejich zkumavek nalita kapalina hustoty $1,1 \text{ g.cm}^{-3}$ do výše 6 cm ode dna. Při otáčení odstředivky se zkumavky vychýlí skoro do vodorovné polohy. Určete tlak kapaliny na dno zkumavky, jestliže se odstředivka otáčí s frekvencí 20 ot.s^{-1} a jestliže dno zkumavek se pohybuje ve vzdálenosti 10 cm od osy otáčení.

$$[p = \rho \cdot h \cdot \sqrt{g^2 + \omega^4 l^2} = 417 \text{ kPa}]$$

12. * Závaží o hmotnosti m je zavěšeno na niti délky l a kývá s výchylkou α .

(a) Najděte sílu F , která napíná nit v krajních polohách a v poloze rovnovážné.

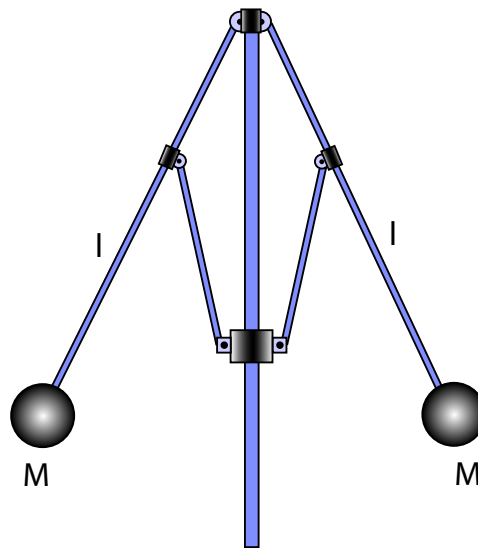
$$[T_{\alpha=\alpha_0} = mg \cos \alpha_0, T_{\alpha=0} = mg(3 - 2 \cos \alpha_0)]$$

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

- (b) Při jakém úhlu α_0 je síla napínající nit v rovnovážné poloze dvojnásobkem tíhy závaží? [$\alpha = 60^\circ$]
- (c) Při jakém úhlu α je celkové zrychlení závaží v krajní poloze rovno celkovému zrychlení v rovnovážné poloze? [$\alpha_0 = 53,1^\circ$]

13. Model centrifugálního regulátoru (viz obrázek 5) se otáčí s frekvencí 3 obrátky za sekundu. O jaký úhel se při tom odkloní tyče, které nesou koule o hmotnos-

Obrázek 5:



tech M ? Délka tyčí je $l = 14$ cm. Hmotnost všech částí, kromě koulí, zanedbejte.

$$[\cos \alpha = \frac{g}{4\pi^2 f^2 l} = 0,2]$$

14. (a) Jakou maximální rychlostí může jet po vodorovné dráze motocyklista, jestliže opisuje oblouk o poloměru $R = 90$ m a je-li koeficient tření gumy o zem $\mu = 0,4$? [$v = \sqrt{\mu g R} = 18,8 \text{ m.s}^{-1}$]
- (b) O jaký úhel α se musí při tom odklonit od svislé roviny? [$\text{tg } \alpha = 0,4 \Rightarrow \alpha = 22^\circ$]

15. Jednou z cirkusových atrakcí je jízda motocyklu po vnitřní oblině dutého válce, který má svislou osu (viz obrázek 6).

- (a) Určete minimální rychlost, kterou musí jet jezdec, je-li průměr konstrukce $d = 18$ m, těžiště stroje a jezdce je ve vzdálenosti $h = 1$ m od místa dotyku kol se stěnou a koeficient tření gum o stěnu válce je $\mu = 0,4$.

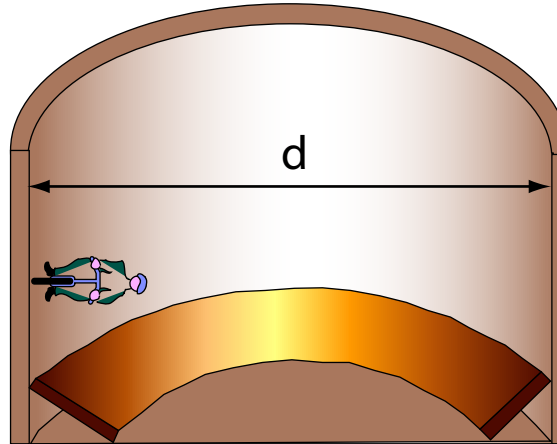
$$[v = \sqrt{\frac{g(0,5h-d)}{\mu}} = 14 \text{ m.s}^{-1}]$$

- (b) Jaký úhel α svírá motocyklista s vodorovnou rovinou, je-li jeho rychlost 20 m.s^{-1} ? [$\alpha = 11^\circ$]

16. * Určete moment setrvačnosti tenké tyče délky l a hmoty m vzhledem k těmto osám:

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Obrázek 6:



(a) k ose procházející středem tyče a svírající s ní úhel α ;

$$[J = \frac{1}{12}ml^2 \cos^2 \alpha]$$

(b) k ose rovnoběžné s tyčí, vzdálené od ní o délku a ;

$$[J = ma^2]$$

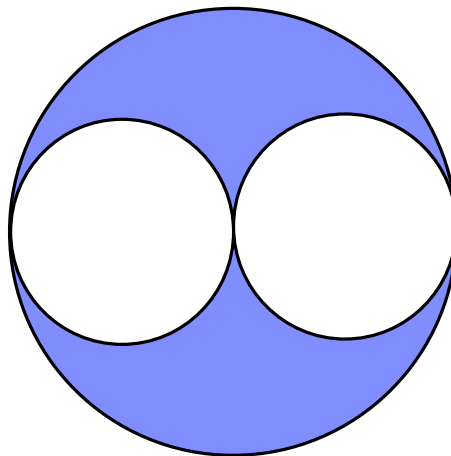
(c) k ose kolmé k tyči a vzdálené od jejího středu o délku b .

$$[J = \frac{1}{12}ml^2 + mb^2]$$

17. * Určete moment setrvačnosti měděného disku, v němž jsou dva kruhové otvory (viz obrázek 7), vzhledem k ose kolmé na rovinu disku a procházející jeho středem. Tloušťka disku je $b = 4 \text{ mm}$ a poloměr $R = 5 \text{ cm}$.

$$[J_c = \frac{5}{16}\rho\pi bR^4 = 2,2 \cdot 10^{-4} \text{ kg.m}^2]$$

Obrázek 7:



18. * Úhlová rychlost se mění jen v tom případě, když výsledný moment všech sil působících na těleso není roven nule. Má se ukázat, jaké momenty sil působí v těchto případech:

(a) Kolo železničního vozu zvětšuje při zrychleném pohybu vlaku svoji úhlovou rychlost.

[viz obrázek ??]

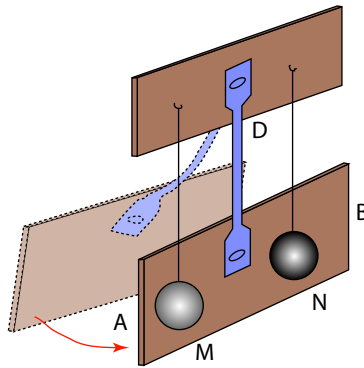
INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

(b) Kulička se zpomalně valí pro nakloněné rovině.

[viz obrázek ??]

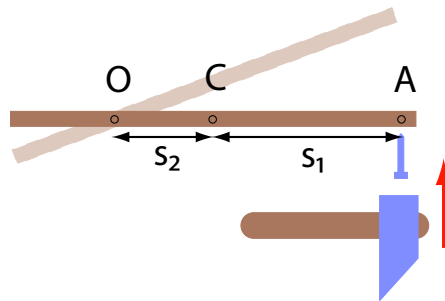
19. ** Na obrázku 8 je znázorněn přístroj, kterým se objasňuje druhý pohybový zákon. Deska AB, připevněná na pružině D vychýlí se dozadu a pustí. Při pohybu narazí na koule M a N, a ta z nich, jejíž hmota je menší, odletí od desky větší rychlostí. Je žádoucí, aby síly, které působí v okamžiku úderu na koule M a N, byly pokud možno přibližně stejně veliké. Aby toho konstruktér dosáhl, vzal desku s velkým momentem setrvačnosti a pružinu s velkým směrným momentem K a koule umístil na koncích desky. Postupoval správně? [ne, J a K by měly být malé]

Obrázek 8:



20. * Do tenké tyče, ležící na hladkém stole, udeříme v některém jejím bodě A ve vodorovném směru (viz obrázek 9).

Obrázek 9:



- (a) Dokažte, že v okamžiku úderu se tyč otáčí kolem osy procházející bodem O, při čemž platí, je-li tření dostatečně malé, vztah

$$s_1 \cdot s_2 = \frac{J_C}{m},$$

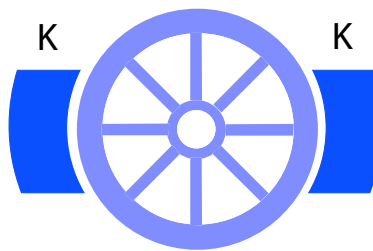
kde m je hmota tyče, J_C je moment setrvačnosti kolem osy, která jde těžištěm C, s_1 je vzdálenost A od těžiště a s_2 je vzdálenost bodu O od těžiště.

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

- (b) Co se stane, udeříme-li do tyče v bodě O? [Otočí se kolem bodu A.]
 (c) Kudy bude procházet osa otáčení, udeříme-li na konec tyče? [$s_2 = \frac{l}{6}$]

21. * Železniční vůz má dva stejné páry kol na dvou stejných osách. Při brzdění přiléhají ke každému kolu dva brzdící špalky KK (viz obrázek 10).

Obrázek 10:



- (a) Jakou silou tření je třeba vyvinout každým brzdícím špalkem u vozu hmoty $m = 20$ t, aby se pohyboval se zrychlením $a = -1,5$ m.s⁻²? Průměr kola $d = 1$ m, moment setrvačnosti každého páru kol je $J = 100$ kg.m². Ostatní druhy tření (též vnitřní tření, mající původ v tom, že se kolo deformuje) zanedbejte!
 $[F_2 = a(\frac{m}{8} + \frac{J}{4r^2}) = 3,8$ kN]
- (b) Vypočítejte za předpokladu, že kola nekloužou po kolejnicích, jaká část celkového tepla vyvinutého při brzdění vagonu se vybaví v místě, kde se dotýkají brzdící špalky obvodu kol.
 $[8F_2s = \frac{mv^2}{2} + 2J\frac{\omega^2}{2}]$

22. * Svislý sloup výšky $h = 5$ m je naříznut u základny a padá na zem.

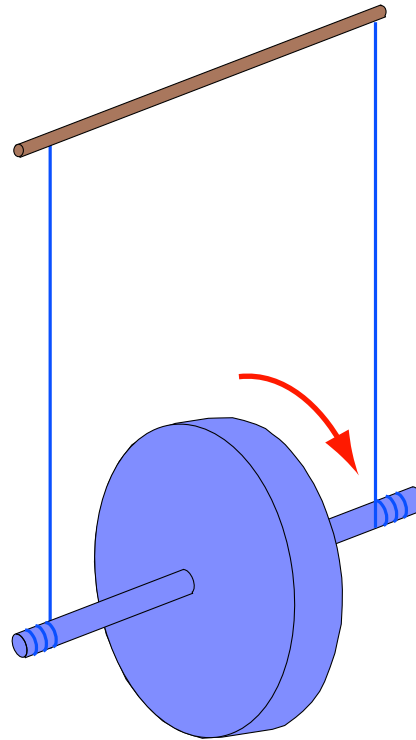
- (a) Určete postupnou rychlost koncového bodu v okamžiku dopadu na zem.
 $[v_K = \sqrt{3gh}]$
- (b) Který bod sloupu bude mít v každém okamžiku padání sloupu stejnou rychlost, jakou by mělo těleso padající ze stejné výšky jako hledaný bod?
 $[x = \frac{2}{3}h]$

23. ** Masivní kolo nasazené na ose je uvázáno na dvou nitích, které jsou omotány na ose, jak ukazuje obrázek 11. Osa otáčení je vodorovná. Niti se postupně odvinují z osy a kolo klesá dolů.

- (a) Určete sílu F , která napíná každou nit, je-li hmotnost kola s osou $m = 1000$ g, moment setrvačnosti soustavy vzhledem k této ose $J = 25 \cdot 10^3$ g.cm² a poloměr osy $r = 5$ mm.
 $[F = \frac{mgJ}{2(mr^2 + J)} = 4,95$ N]
- (b) Až se kolo spustí na konec niti, bude se setrvačností otáčet dále, bude navinovat niti na osu a při tom stoupat. Jaká bude síla F napínající každou nit?
 [Při výstupu bude síla stejná.]

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Obrázek 11:



(c) Jaká bude síla F napínající každou nit, jestliže se deska, k níž jsou připevněny nitě, bude zvedat tak, aby kolo zůstávalo ve stejné výšce a osa neměnila svou polohu? [Síla bude stejná.]

24. * Jak se změní úhlová rychlost tělesa, které se otáčí bez tření kolem nějaké osy, jestliže se teplota zvýší z 0°C na $t^\circ \text{C}$? Jak se přitom změní kinetická energie tělesa?

$$[\omega = \frac{\omega_0}{(1+\alpha t)^2},$$

zmenší se o $J_0\omega_0^2\alpha t$]

25. * Na otáčející se stoličce, jaké se používá k demonstracím, stojí člověk, který drží v natažených rukou dvě činky ve vzdálenosti $l_1 = 150 \text{ cm}$ od sebe. Stolička se otáčí s frekvencí $n_1 = 1 \text{ ot.s}^{-1}$. Člověk přitáhne činky do vzdálenosti $l_2 = 80 \text{ cm}$ a počet obrátek se zvětší na $n_2 = 1.5 \text{ ot.s}^{-1}$. Určete práci, kterou člověk vykoná, má-li každá činka hmotnost $m = 2 \text{ kg}$. Moment setrvačnosti člověka vzhledem k ose stoličky považujte za konstantní.

$$[W = 4\pi^2 m n_1 n_2 (l_2^2 - l_1^2)]$$

26. ** Horizontální disk se otáčí kolem vertikální osy úhlovou rychlostí ω_1 ; jeho moment setrvačnosti vzhledem k ose otáčení je J_1 . Na něj dopadne druhý disk s momentem setrvačnosti J_2 a s úhlovou rychlostí ω_2 . Roviny disků jsou rovnoběžné, jejich středy jsou na svislé přímce. K sobě přivrácené roviny disků mají na povrchu výstupky a prohloubeniny takové, že po dopadu druhého disku na první se otáčejí oba disky jako jeden celek.

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

- (a) Najděte úhlovou rychlost ω takto vzniklé soustavy. $[\omega = \frac{J_1\omega_1 + J_2\omega_2}{J_1 + J_2}]$
- (b) O kolik se změní celková kinetická energie obou disků po dopadu druhého disku na první? $[\frac{1}{2} \frac{J_1 J_2}{J_1 + J_2} (\omega_1 - \omega_2)^2]$
- (c) Jak vysvětlíte změnu celkové kinetické energie obou disků? $[???)$
27. *Disk A se otáčí se zanedbatelným třením kolem osy, která prochází jeho středem kolmo k jeho rovině a je připevněna ke stolu. Disku A se dotýkáme diskem B, jehož osu držíme v ruce. Při tom se úhlová rychlost disku A zmenšuje a disku B zvětšuje v opačném směru, při čemž součet jejich momentů hybnosti se zmenšuje. Jak to souhlasí se zákonem zachování momentů hybnosti?
[Musíme uvažovat oba disky zároveň se soustavou těles, s nimiž jsou spojeny jejich osy.]
28. * Určete
- (a) celkovou kinetickou energii válce o hmotnosti m , který se valí bez klouzání po rovině rychlostí v . $[\frac{3}{4}mv^2]$
- (b) totéž pro kouli. $[\frac{7}{10}mv^2]$
- (c) celkovou kinetickou energii vozíčku, který má bez koleček hmotnost m_1 a jehož každé kolečko, mající tvar kotouče, má hmotnost m_2 . Vozíček se pohybuje rychlostí v . $[\frac{1}{2}v^2 (m_1 + 6m_2)]$
29. * Koule o poloměru r se valí po nakloněné rovině a opíše looping o poloměru R . Zanedbávající ztráty energie způsobené valivým třením a odporem vzduchu, vypočítejte nejmenší výšku h středu koule, ze které je nutno pustit kouli nad středem loopingové smyčky. $[\frac{17}{10}(R - r)]$
30. * Požární stříkačka má kovovou proudnici dlouhou $l = 30$ cm. Z proudnice stříká proud vody pod elevačním úhlem $\varphi = 45^\circ$, přičemž se proudnice otočí rovnoměrným pohybem za dobu $t = 1,5$ s o úhel $\alpha = 40^\circ$ kolem svislé osy, která prochází jedním koncem proudnice. Vypočítejte otáčivý moment, jestliže stříkačka vystříkala za tuto dobu $m = 5$ kg vody. $[M_{Fc} = \frac{\alpha}{t^2} ml^2 \sin^2 \varphi = 0,07 \text{ N.m}]$

Literatura a prameny k dalšímu procvičování

- [1] Kolářová Růžena, Salach S., Plazak T., Sanok S., Pralovszký, B., *500 testových úloh z fyziky pro studenty středních škol a uchazeče o studium na vysokých školách*. Prometheus, Praha 2004, 2. vydání.
- [2] Široká Miroslava, Bednařík Milan, Ordelt Svatopluk *Testy ze středoškolské fyziky*. Prometheus, Praha 2004, 2. vydání
- [3] Lepil Oldřich, Široká Miroslava *Sbírka testových úloh k maturitě z fyziky*. Prometheus, Praha 2001, 1. vydání

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

- [4] Ostrý Metoděj, *Fysika v úlohách 516 rozřešených příkladů*, Státní pedagogické nakladatelství, Praha 1958
- [5] Гурьев Л. Г., Кортнев А. В., Куценко А. Н., Латъев Б. В., Минкова С. Е., Протопопов Р. В., Рублев Ю. В., Тищенко В. В., Шепетур М. И., *Сборник задач по общему курсу физики*, Высшая школа, Москва 1966
- [6] Болькенштейн, В. С., *Сборник задач по общему курсу физики*, Наука, Москва 1967
- [7] Sacharov, D. I., Kosminkov, I. S., *Sbírka úloh z fyziky*, Nakladatelství Československé akademie věd, Praha 1953
- [8] Бендриков Г.А., Бучовцев Б.Б., Керженцев В. В., Мякишев Г.Я., *Задачи по физике для поступающих в вузы*, Наука, Москва 1987
- [9] Koubek Václav, Lepil Oldřich, Pišút Ján, Rakovská Mária, Široký Jaromír, Tománová Eva, *Sbírka úloh z fyziky II.díl pro gymnázia*, Státní pedagogické nakladatelství, Praha 1989
- [10] Ungermann Zdeněk, Simerský Mojmír, Kluvanec Daniel, Volf Ivo, *27. ročník Fyzikální olympiády brožura*, Státní pedagogické nakladatelství, Praha 1991
- [11] Klepl Václav, *Elektrotechnika v příkladech*, Práce, Praha 1962
- [12] Říman Evžen, Slavík Josef B., Šoler Kliment, *Fyzika s příklady a úlohami, příručka pro přípravu na vysokou školu*, Státní nakladatelství technické literatury, Praha 1966
- [13] Bartuška Karel, *Sbírka řešených úloh z fyziky pro střední školy I*, Prometheus, Praha 2007
- [14] Bartuška Karel, *Sbírka řešených úloh z fyziky pro střední školy II*, Prometheus, Praha 2008
- [15] Bartuška Karel, *Sbírka řešených úloh z fyziky pro střední školy III*, Prometheus, Praha 2008
- [16] Bartuška Karel, *Sbírka řešených úloh z fyziky pro střední školy IV*, Prometheus, Praha 2008
- [17] vlastní tvorba