

M1030 Matematika pro biology

Lindenmayerovy systémy
Fibonacciův králík

20. 9. 2018

Systemy s diskretním časem a paralelním přepisováním

Aristid Lindenmayer (1925–1989)



Systemy s diskrétním časem a paralelním přepisováním

Aristid Lindenmayer (1925–1989)

Abeceda: množina A

Stav: konečná posloupnost prvků z A

Axiom: iniciální stav s_0

Přepisovací pravidla: zobrazení $f : A \rightarrow A \cup A^2 \cup A^3 \cup \dots$

Stav s_{i+1} vznikne ze stavu s_i tak, že každý člen x v s_i se nahradí výrazem $f(x)$



Systemy s diskretním časem a paralelním přepisováním

Aristid Lindenmayer (1925–1989)

Abeceda: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, (,)

Axiom: 1

Přepisovací pravidla: $1 \mapsto 23$ $2 \mapsto 2$ $3 \mapsto 24$ $4 \mapsto 54$ $5 \mapsto 6$
 $6 \mapsto 7$ $7 \mapsto 8(1)$ $8 \mapsto 8$ $(\mapsto ($ $) \mapsto)$



Systemy s diskretním časem a paralelním přepisováním

Abeceda: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, (,)

Axiom: 1

Přepisovací pravidla: $1 \mapsto 23$ $2 \mapsto 2$ $3 \mapsto 24$ $4 \mapsto 54$ $5 \mapsto 6$
 $6 \mapsto 7$ $7 \mapsto 8(1)$ $8 \mapsto 8$ $(\mapsto ($ $) \mapsto)$

$s_0 = 1$

Systémy s diskrétním časem a paralelním přepisováním

Abeceda: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, (,)

Axiom: 1

Přepisovací pravidla: $1 \mapsto 23$ $2 \mapsto 2$ $3 \mapsto 24$ $4 \mapsto 54$ $5 \mapsto 6$
 $6 \mapsto 7$ $7 \mapsto 8(1)$ $8 \mapsto 8$ $(\mapsto ($ $) \mapsto)$

$$s_0 = 1$$

$$s_1 = 23$$

Systémy s diskrétním časem a paralelním přepisováním

Abeceda: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, (,)

Axiom: 1

Přepisovací pravidla: $1 \mapsto 23$ $2 \mapsto 2$ $3 \mapsto 24$ $4 \mapsto 54$ $5 \mapsto 6$
 $6 \mapsto 7$ $7 \mapsto 8(1)$ $8 \mapsto 8$ $(\mapsto ($ $) \mapsto)$

$$s_0 = 1$$

$$s_1 = 23$$

$$s_2 = 224$$

Systémy s diskrétním časem a paralelním přepisováním

Abeceda: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, (,)

Axiom: 1

Přepisovací pravidla: $1 \mapsto 23$ $2 \mapsto 2$ $3 \mapsto 24$ $4 \mapsto 54$ $5 \mapsto 6$
 $6 \mapsto 7$ $7 \mapsto 8(1)$ $8 \mapsto 8$ $(\mapsto ($ $) \mapsto)$

$$s_0 = 1$$

$$s_1 = 23$$

$$s_2 = 224$$

$$s_3 = 2254$$

Systémy s diskrétním časem a paralelním přepisováním

Abeceda: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, (,)

Axiom: 1

Přepisovací pravidla: $1 \mapsto 23$ $2 \mapsto 2$ $3 \mapsto 24$ $4 \mapsto 54$ $5 \mapsto 6$
 $6 \mapsto 7$ $7 \mapsto 8(1)$ $8 \mapsto 8$ $(\mapsto ($ $) \mapsto)$

$$s_0 = 1$$

$$s_1 = 23$$

$$s_2 = 224$$

$$s_3 = 2254$$

$$s_4 = 22654$$

Systémy s diskrétním časem a paralelním přepisováním

Abeceda: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, (,)

Axiom: 1

Přepisovací pravidla: $1 \mapsto 23$ $2 \mapsto 2$ $3 \mapsto 24$ $4 \mapsto 54$ $5 \mapsto 6$
 $6 \mapsto 7$ $7 \mapsto 8(1)$ $8 \mapsto 8$ $(\mapsto ($ $) \mapsto)$

$$s_0 = 1$$

$$s_1 = 23$$

$$s_5 = 227654$$

$$s_2 = 224$$

$$s_3 = 2254$$

$$s_4 = 22654$$

Systémy s diskrétním časem a paralelním přepisováním

Abeceda: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, (,)

Axiom: 1

Přepisovací pravidla: $1 \mapsto 23$ $2 \mapsto 2$ $3 \mapsto 24$ $4 \mapsto 54$ $5 \mapsto 6$
 $6 \mapsto 7$ $7 \mapsto 8(1)$ $8 \mapsto 8$ $(\mapsto ($ $) \mapsto)$

$$s_0 = 1$$

$$s_1 = 23$$

$$s_5 = 227654$$

$$s_2 = 224$$

$$s_6 = 228(1)7654$$

$$s_3 = 2254$$

$$s_4 = 22654$$

Systémy s diskrétním časem a paralelním přepisováním

Abeceda: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, (,)

Axiom: 1

Přepisovací pravidla: $1 \mapsto 23$ $2 \mapsto 2$ $3 \mapsto 24$ $4 \mapsto 54$ $5 \mapsto 6$
 $6 \mapsto 7$ $7 \mapsto 8(1)$ $8 \mapsto 8$ $(\mapsto ($ $) \mapsto)$

$$s_0 = 1$$

$$s_1 = 23$$

$$s_5 = 227654$$

$$s_2 = 224$$

$$s_6 = 228(1)7654$$

$$s_3 = 2254$$

$$s_7 = 228(23)8(1)7654$$

$$s_4 = 22654$$

Systémy s diskrétním časem a paralelním přepisováním

Abeceda: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, (,)

Axiom: 1

Přepisovací pravidla: $1 \mapsto 23$ $2 \mapsto 2$ $3 \mapsto 24$ $4 \mapsto 54$ $5 \mapsto 6$
 $6 \mapsto 7$ $7 \mapsto 8(1)$ $8 \mapsto 8$ $(\mapsto ($ $) \mapsto)$

$$s_0 = 1$$

$$s_1 = 23$$

$$s_5 = 227654$$

$$s_2 = 224$$

$$s_6 = 228(1)7654$$

$$s_3 = 2254$$

$$s_7 = 228(23)8(1)7654$$

$$s_4 = 22654$$

$$s_8 = 228(224)8(23)8(1)7654$$

Systémy s diskrétním časem a paralelním přepisováním

Abeceda: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, (,)

Axiom: 1

Přepisovací pravidla: $1 \mapsto 23$ $2 \mapsto 2$ $3 \mapsto 24$ $4 \mapsto 54$ $5 \mapsto 6$
 $6 \mapsto 7$ $7 \mapsto 8(1)$ $8 \mapsto 8$ $(\mapsto ($ $) \mapsto)$

$$s_0 = 1$$

$$s_1 = 23$$

$$s_5 = 227654$$

$$s_2 = 224$$

$$s_6 = 228(1)7654$$

$$s_3 = 2254$$

$$s_7 = 228(23)8(1)7654$$

$$s_4 = 22654$$

$$s_8 = 228(224)8(23)8(1)7654$$

$$s_9 = 228(2254)8(224)8(23)8(1)7654$$

Systémy s diskrétním časem a paralelním přepisováním

Abeceda: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, (,)

Axiom: 1

Přepisovací pravidla: $1 \mapsto 23$ $2 \mapsto 2$ $3 \mapsto 24$ $4 \mapsto 54$ $5 \mapsto 6$
 $6 \mapsto 7$ $7 \mapsto 8(1)$ $8 \mapsto 8$ $(\mapsto ($ $) \mapsto)$

$$s_0 = 1$$

$$s_1 = 23$$

$$s_5 = 227654$$

$$s_2 = 224$$

$$s_6 = 228(1)7654$$

$$s_3 = 2254$$

$$s_7 = 228(23)8(1)7654$$

$$s_4 = 22654$$

$$s_8 = 228(224)8(23)8(1)7654$$

$$s_9 = 228(2254)8(224)8(23)8(1)7654$$

$$s_{10} = 228(22654)8(2254)8(224)8(23)8(1)7654$$

Systémy s diskrétním časem a paralelním přepisováním

Abeceda: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, (,)

Axiom: 1

Přepisovací pravidla: $1 \mapsto 23$ $2 \mapsto 2$ $3 \mapsto 24$ $4 \mapsto 54$ $5 \mapsto 6$
 $6 \mapsto 7$ $7 \mapsto 8(1)$ $8 \mapsto 8$ $(\mapsto ($ $) \mapsto)$

$$s_0 = 1 \quad \square$$

$$s_1 = 23$$

$$s_5 = 227654$$

$$s_2 = 224$$

$$s_6 = 228(1)7654$$

$$s_3 = 2254$$

$$s_7 = 228(23)8(1)7654$$

$$s_4 = 22654$$

$$s_8 = 228(224)8(23)8(1)7654$$

$$s_9 = 228(2254)8(224)8(23)8(1)7654$$

$$s_{10} = 228(22654)8(2254)8(224)8(23)8(1)7654$$

Systémy s diskrétním časem a paralelním přepisováním

Abeceda: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, (,)

Axiom: 1

Přepisovací pravidla: $1 \mapsto 23$ $2 \mapsto 2$ $3 \mapsto 24$ $4 \mapsto 54$ $5 \mapsto 6$
 $6 \mapsto 7$ $7 \mapsto 8(1)$ $8 \mapsto 8$ $(\mapsto ($ $) \mapsto)$

$$s_0 = 1 \quad \square$$

$$s_1 = 23 \quad \boxed{23}$$

$$s_5 = 227654$$

$$s_2 = 224$$

$$s_6 = 228(1)7654$$

$$s_3 = 2254$$

$$s_7 = 228(23)8(1)7654$$

$$s_4 = 22654$$

$$s_8 = 228(224)8(23)8(1)7654$$

$$s_9 = 228(2254)8(224)8(23)8(1)7654$$

$$s_{10} = 228(22654)8(2254)8(224)8(23)8(1)7654$$

Systémy s diskrétním časem a paralelním přepisováním

Abeceda: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, (,)

Axiom: 1

Přepisovací pravidla: $1 \mapsto 23$ $2 \mapsto 2$ $3 \mapsto 24$ $4 \mapsto 54$ $5 \mapsto 6$
 $6 \mapsto 7$ $7 \mapsto 8(1)$ $8 \mapsto 8$ $(\mapsto ($ $) \mapsto)$

$$s_0 = 1 \quad \boxed{1}$$

$$s_1 = 23 \quad \boxed{2} \boxed{3}$$

$$s_5 = 227654$$

$$s_2 = 224 \quad \boxed{2} \boxed{2} \boxed{4}$$

$$s_6 = 228(1)7654$$

$$s_3 = 2254$$

$$s_7 = 228(23)8(1)7654$$

$$s_4 = 22654$$

$$s_8 = 228(224)8(23)8(1)7654$$

$$s_9 = 228(2254)8(224)8(23)8(1)7654$$

$$s_{10} = 228(22654)8(2254)8(224)8(23)8(1)7654$$

Systémy s diskrétním časem a paralelním přepisováním

Abeceda: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, (,)

Axiom: 1

Přepisovací pravidla: $1 \mapsto 23$ $2 \mapsto 2$ $3 \mapsto 24$ $4 \mapsto 54$ $5 \mapsto 6$
 $6 \mapsto 7$ $7 \mapsto 8(1)$ $8 \mapsto 8$ $(\mapsto ($ $) \mapsto)$

$$s_0 = 1 \quad \boxed{1}$$

$$s_1 = 23 \quad \boxed{2 \mid 3}$$

$$s_5 = 227654$$

$$s_2 = 224 \quad \boxed{2 \mid 2 \mid 4}$$

$$s_6 = 228(1)7654$$

$$s_3 = 2254 \quad \boxed{2 \mid 2 \mid 5 \mid 4}$$

$$s_7 = 228(23)8(1)7654$$

$$s_4 = 22654$$

$$s_8 = 228(224)8(23)8(1)7654$$

$$s_9 = 228(2254)8(224)8(23)8(1)7654$$

$$s_{10} = 228(22654)8(2254)8(224)8(23)8(1)7654$$

Systemy s diskretním časem a paralelním přepisováním

Abeceda: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, (,)

Axiom: 1

Přepisovací pravidla: $1 \mapsto 23$ $2 \mapsto 2$ $3 \mapsto 24$ $4 \mapsto 54$ $5 \mapsto 6$
 $6 \mapsto 7$ $7 \mapsto 8(1)$ $8 \mapsto 8$ $(\mapsto ($ $) \mapsto)$

$$s_0 = 1 \quad \boxed{1}$$

$$s_1 = 23 \quad \boxed{2 \mid 3}$$

$$s_5 = 227654$$

$$s_2 = 224 \quad \boxed{2 \mid 2 \mid 4}$$

$$s_6 = 228(1)7654$$

$$s_3 = 2254 \quad \boxed{2 \mid 2 \mid 5 \mid 4}$$

$$s_7 = 228(23)8(1)7654$$

$$s_4 = 22654 \quad \boxed{2 \mid 2 \mid 6 \mid 5 \mid 4}$$

$$s_8 = 228(224)8(23)8(1)7654$$

$$s_9 = 228(2254)8(224)8(23)8(1)7654$$

$$s_{10} = 228(22654)8(2254)8(224)8(23)8(1)7654$$

Systémy s diskrétním časem a paralelním přepisováním

Abeceda: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, (,)

Axiom: 1

Přepisovací pravidla: $1 \mapsto 23$ $2 \mapsto 2$ $3 \mapsto 24$ $4 \mapsto 54$ $5 \mapsto 6$
 $6 \mapsto 7$ $7 \mapsto 8(1)$ $8 \mapsto 8$ $(\mapsto ($ $) \mapsto)$

$$s_0 = 1 \quad \boxed{1}$$

$$s_1 = 23 \quad \boxed{2 \mid 3}$$

$$s_5 = 227654 \quad \boxed{2 \mid 2 \mid 7 \mid 6 \mid 5 \mid 4}$$

$$s_2 = 224 \quad \boxed{2 \mid 2 \mid 4}$$

$$s_6 = 228(1)7654$$

$$s_3 = 2254 \quad \boxed{2 \mid 2 \mid 5 \mid 4}$$

$$s_7 = 228(23)8(1)7654$$

$$s_4 = 22654 \quad \boxed{2 \mid 2 \mid 6 \mid 5 \mid 4}$$

$$s_8 = 228(224)8(23)8(1)7654$$

$$s_9 = 228(2254)8(224)8(23)8(1)7654$$

$$s_{10} = 228(22654)8(2254)8(224)8(23)8(1)7654$$

Systemy s diskretním časem a paralelním přepisováním

Abeceda: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, (,)

Axiom: 1

Přepisovací pravidla: $1 \mapsto 23$ $2 \mapsto 2$ $3 \mapsto 24$ $4 \mapsto 54$ $5 \mapsto 6$
 $6 \mapsto 7$ $7 \mapsto 8(1)$ $8 \mapsto 8$ $(\mapsto ($ $) \mapsto)$

$$s_0 = 1 \quad \boxed{1}$$

$$s_1 = 23 \quad \boxed{2 \mid 3}$$

$$s_2 = 224 \quad \boxed{2 \mid 2 \mid 4}$$

$$s_3 = 2254 \quad \boxed{2 \mid 2 \mid 5 \mid 4}$$

$$s_4 = 22654 \quad \boxed{2 \mid 2 \mid 6 \mid 5 \mid 4}$$

$$s_5 = 227654 \quad \boxed{2 \mid 2 \mid 7 \mid 6 \mid 5 \mid 4}$$

$$s_6 = 228(1)7654 \quad \boxed{2 \mid 2 \mid 8 \mid 1 \mid 7 \mid 6 \mid 5 \mid 4}$$

$$s_7 = 228(23)8(1)7654$$

$$s_8 = 228(224)8(23)8(1)7654$$

$$s_9 = 228(2254)8(224)8(23)8(1)7654$$

$$s_{10} = 228(22654)8(2254)8(224)8(23)8(1)7654$$

Systemy s diskretním časem a paralelním přepisováním

Abeceda: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, (,)

Axiom: 1

Přepisovací pravidla: $1 \mapsto 23$ $2 \mapsto 2$ $3 \mapsto 24$ $4 \mapsto 54$ $5 \mapsto 6$
 $6 \mapsto 7$ $7 \mapsto 8(1)$ $8 \mapsto 8$ $(\mapsto ($ $) \mapsto)$

$s_0 = 1$			
$s_1 = 23$		$s_5 = 227654$	
$s_2 = 224$		$s_6 = 228(1)7654$	
$s_3 = 2254$		$s_7 = 228(23)8(1)7654$	
$s_4 = 22654$		$s_8 = 228(224)8(23)8(1)7654$	
$s_9 = 228(2254)8(224)8(23)8(1)7654$			
$s_{10} = 228(22654)8(2254)8(224)8(23)8(1)7654$			

Systemy s diskretním časem a paralelním přepisováním

Abeceda: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, (,)

Axiom: 1

Přepisovací pravidla: $1 \mapsto 23$ $2 \mapsto 2$ $3 \mapsto 24$ $4 \mapsto 54$ $5 \mapsto 6$
 $6 \mapsto 7$ $7 \mapsto 8(1)$ $8 \mapsto 8$ $(\mapsto ($ $) \mapsto)$

$s_0 = 1$			
$s_1 = 23$		$s_5 = 227654$	
$s_2 = 224$		$s_6 = 228(1)7654$	
$s_3 = 2254$		$s_7 = 228(23)8(1)7654$	
$s_4 = 22654$		$s_8 = 228(224)8(23)8(1)7654$	
$s_9 = 228(2254)8(224)8(23)8(1)7654$			
$s_{10} = 228(22654)8(2254)8(224)8(23)8(1)7654$			

Systemy s diskretním časem a paralelním přepisováním

Abeceda: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, (,)

Axiom: 1

Přepisovací pravidla: $1 \mapsto 23$ $2 \mapsto 2$ $3 \mapsto 24$ $4 \mapsto 54$ $5 \mapsto 6$
 $6 \mapsto 7$ $7 \mapsto 8(1)$ $8 \mapsto 8$ $(\mapsto ($ $) \mapsto)$

$s_0 = 1$			
$s_1 = 23$			
$s_2 = 224$			
$s_3 = 2254$			
$s_4 = 22654$			
		$s_5 = 227654$	
		$s_6 = 228(1)7654$	
		$s_7 = 228(23)8(1)7654$	
		$s_8 = 228(224)8(23)8(1)7654$	
		$s_9 = 228(2254)8(224)8(23)8(1)7654$	

$s_{10} = 228(22654)8(2254)8(224)8(23)8(1)7654$

Systemy s diskretním časem a paralelním přepisováním

Abeceda: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, (,)

Axiom: 1

Přepisovací pravidla: $1 \mapsto 23$ $2 \mapsto 2$ $3 \mapsto 24$ $4 \mapsto 54$ $5 \mapsto 6$
 $6 \mapsto 7$ $7 \mapsto 8(1)$ $8 \mapsto 8$ $(\mapsto ($ $) \mapsto)$

$s_0 = 1$			
$s_1 = 23$		$s_5 = 227654$	
$s_2 = 224$		$s_6 = 228(1)7654$	
$s_3 = 2254$		$s_7 = 228(23)8(1)7654$	
$s_4 = 22654$		$s_8 = 228(224)8(23)8(1)7654$	
$s_9 = 228(2254)8(224)8(23)8(1)7654$			
$s_{10} = 228(22654)8(2254)8(224)8(23)8(1)7654$			

Abeceda: $M, S, +, -, [,]$

Axiom: M

Pravidla: $M \mapsto S[+M][-M]SM$

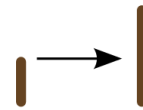
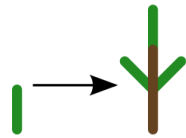
$S \mapsto SS$

Abeceda: $M, S, +, -, [,]$

Axiom: M

Pravidla: $M \mapsto S[+M][-M]SM$

$S \mapsto SS$

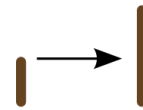
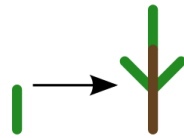


Abeceda: $M, S, +, -, [,]$

Axiom: M

Pravidla: $M \mapsto S[+M][-M]SM$

$S \mapsto SS$



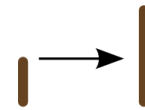
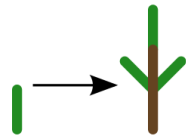
$i = 0$.

Abeceda: $M, S, +, -, [,]$

Axiom: M

Pravidla: $M \mapsto S[+M][-M]SM$

$S \mapsto SS$



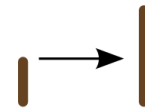
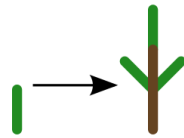
$i = 1$ †

Abeceda: $M, S, +, -, [,]$

Axiom: M

Pravidla: $M \mapsto S[+M][-M]SM$

$S \mapsto SS$



$i = 2$

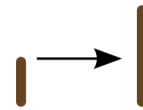
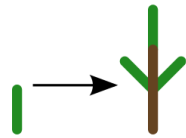


Abeceda: $M, S, +, -, [,]$

Axiom: M

Pravidla: $M \mapsto S[+M][-M]SM$

$S \mapsto SS$



$i = 3$

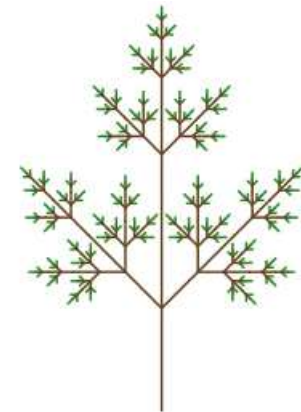
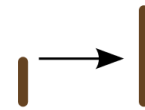
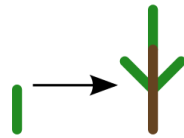


Abeceda: $M, S, +, -, [,]$

Axiom: M

Pravidla: $M \mapsto S[+M][-M]SM$

$S \mapsto SS$

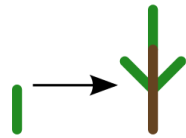


$i = 4$

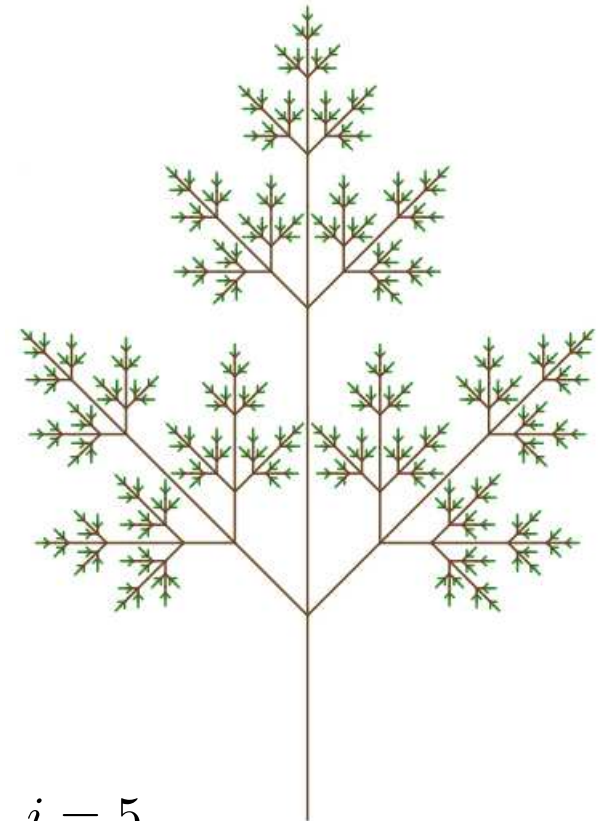
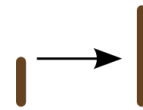
Abeceda: $M, S, +, -, [,]$

Axiom: M

Pravidla: $M \mapsto S[+M][-M]SM$



$S \mapsto SS$



$i = 5$

Množení králíků

Leonardo Pisánský (Fibonacci) *Liber abaci* 1202:

Kdosi umístil pár králíků na určitém místě, se všech stran ohrazeném zdí, aby poznal, kolik párů králíků se při tom zrodí průběhem roku, jestliže u králíků je tomu tak, že pár králíků přivede na svět měsíčně jeden pár a že králíci počínají rodit ve dvou měsících svého věku.



Množení králíků

Leonardo Pisánský (Fibonacci) *Liber abaci* 1202:

Kdosi umístil pár králíků na určitém místě, se všech stran ohrazeném zdí, aby poznal, kolik párů králíků se při tom zrodí průběhem roku, jestliže u králíků je tomu tak, že pár králíků přivede na svět měsíčně jeden pár a že králíci počínají rodit ve dvou měsících svého věku.

○

1



Množení králíků

Leonardo Pisánský (Fibonacci) *Liber abaci* 1202:

Kdosi umístil pár králíků na určitém místě, se všech stran ohrazeném zdí, aby poznal, kolik párů králíků se při tom zrodí průběhem roku, jestliže u králíků je tomu tak, že pár králíků přivede na svět měsíčně jeden pár a že králíci počínají rodit ve dvou měsících svého věku.



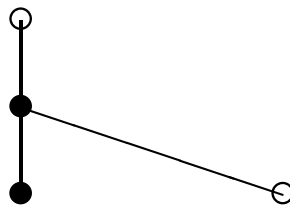
1
1



Množení králíků

Leonardo Pisánský (Fibonacci) *Liber abaci* 1202:

Kdosi umístil pár králíků na určitém místě, se všech stran ohrazeném zdí, aby poznal, kolik párů králíků se při tom zrodí průběhem roku, jestliže u králíků je tomu tak, že pár králíků přivede na svět měsíčně jeden pár a že králíci počínají rodit ve dvou měsících svého věku.



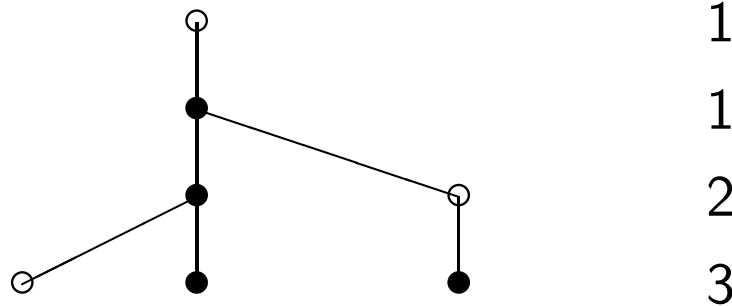
1
1
2



Množení králíků

Leonardo Pisánský (Fibonacci) *Liber abaci* 1202:

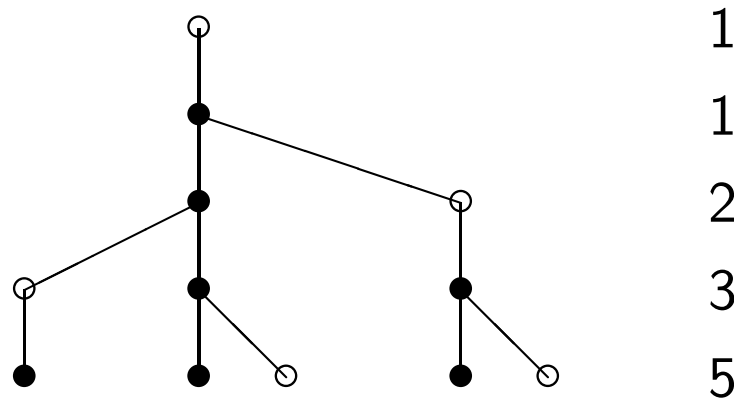
Kdosi umístil pár králíků na určitém místě, se všech stran ohrazeném zdí, aby poznal, kolik párů králíků se při tom zrodí průběhem roku, jestliže u králíků je tomu tak, že pár králíků přivede na svět měsíčně jeden pár a že králíci počínají rodit ve dvou měsících svého věku.



Množení králíků

Leonardo Pisánský (Fibonacci) *Liber abaci* 1202:

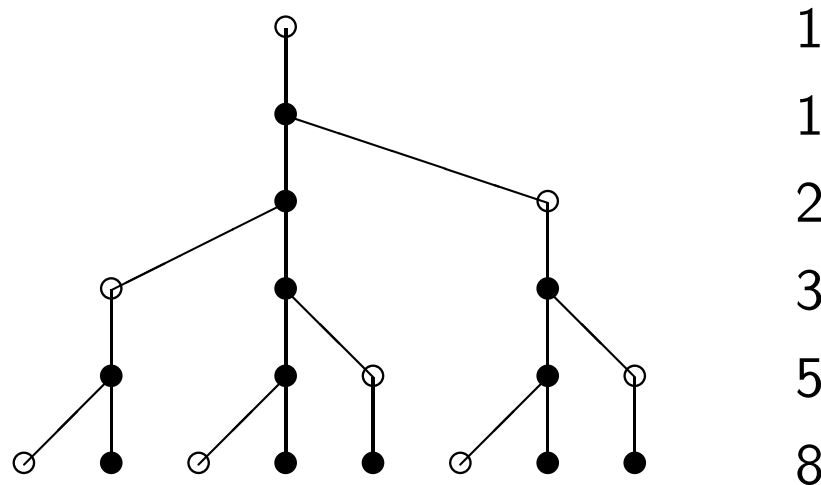
Kdosi umístil pár králíků na určitém místě, se všech stran ohrazeném zdí, aby poznal, kolik párů králíků se při tom zrodí průběhem roku, jestliže u králíků je tomu tak, že pár králíků přivede na svět měsíčně jeden pár a že králíci počínají rodit ve dvou měsících svého věku.



Množení králíků

Leonardo Pisánský (Fibonacci) *Liber abaci* 1202:

Kdosi umístil pár králíků na určitém místě, se všech stran ohrazeném zdí, aby poznal, kolik párů králíků se při tom zrodí průběhem roku, jestliže u králíků je tomu tak, že pár králíků přivede na svět měsíčně jeden pár a že králíci počínají rodit ve dvou měsících svého věku.



Množení králíků

$x(t)$... počet juvenilních párů králíků v měsíci t

$y(t)$... počet plodných párů králíků v měsíci t

$z(t)$... počet všech párů králíků v měsíci t

Množení králíků

$x(t)$... počet juvenilních párů králíků v měsíci t

$y(t)$... počet plodných párů králíků v měsíci t

$z(t)$... počet všech párů králíků v měsíci t

$$x(t + 1) = y(t)$$

$$y(t + 1) = x(t) + y(t)$$

$$z(t) = x(t) + y(t)$$

Množení králíků

$x(t)$... počet juvenilních párů králíků v měsíci t

$y(t)$... počet plodných párů králíků v měsíci t

$z(t)$... počet všech párů králíků v měsíci t

$$x(t + 1) = y(t)$$

$$y(t + 1) = x(t) + y(t)$$

$$z(t) = x(t) + y(t)$$

$$\begin{aligned} z(t + 2) &= x(t + 2) + y(t + 2) = y(t + 1) + (x(t + 1) + y(t + 1)) = \\ &= (x(t + 1) + y(t + 1)) + y(t + 1) = \\ &= (x(t + 1) + y(t + 1)) + (x(t) + y(t)) = z(t + 1) + z(t) \end{aligned}$$

Množení králíků

$x(t)$... počet juvenilních párů králíků v měsíci t

$y(t)$... počet plodných párů králíků v měsíci t

$z(t)$... počet všech párů králíků v měsíci t

$$x(t + 1) = y(t)$$

$$y(t + 1) = x(t) + y(t)$$

$$z(t + 2) = z(t + 1) + z(t)$$