

2. domácí úloha ze semináře z matematiky I, 2. 10. 2018

odevzdat do 12 hodin dne 9. 10. 2018.

Základní verze

A. (3 body) Uvažujte funkci $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ zadanou předpisem

$$f(x) = |x - 2| + |3x + 4| - 2.$$

Nakreslete graf této funkce na intervalu $[-5, 5]$. Zvolte vhodně měřítko na ose y . Svůj obrázek odůvodněte výpočtem.

B. (4 body) Zobrazení $g : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{Z}$ je dáno předpisem

$$g(n) = -2n^2 + 6n + 2.$$

(1) Je toto zobrazení prosté?

(2) Nabývá toto zobrazení svého minima nebo maxima? Pokud ano, v kterých přirozených číslech?

Své odpovědi zdůvodněte. Můžete si pomoci tím, že nakreslíte graf reálné funkce $h : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $h(x) = -2x^2 + 6x + 2$.

C. (3 body) Reálnou funkci

$$F(x) = \cos\left(3x - \frac{\pi}{2}\right) + \sin\left(3x - \frac{\pi}{2}\right)$$

nejprve vhodně upravte pomocí součtového vzorce pro sinus a pak nakreslete její graf na intervalu $[0, 2\pi]$. Jaká je perioda této funkce?

Obtížnější verze

X. (10 bodů) Najděte příklad spojitě surjektivní funkce $f : (0, 1) \rightarrow [0, 1]$. Nejdřív namalujte její graf (3 body), pak zkuste najít její předpis (3 body). Dokažte, že žádná taková funkce není bijektivní. (4 body)