

3. domácí úloha ze semináře z matematiky I, 9. 10. 2018

odevzdat do 12 hodin dne 16. 10. 2018.

Základní verze

A. (3 body) Najděte všechny hodnoty parametru $a \in \mathbb{R}$, aby nerovnost

$$(a + 4)x^2 + 2ax + 2a - 6 < 0$$

platila pro všechna $x \in \mathbb{R}$.

B. (4 body) Funkce $\arcsin : [-1, 1] \rightarrow [-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$ je inverzní funkce k funkci \sin na intervalu $[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$.

(1) Nechť f je inverzní funkce k funkci \sin na intervalu $[2k\pi - \frac{\pi}{2}, 2k\pi + \frac{\pi}{2}]$ Vyjádřete $f(x)$ pomocí složení funkcí, z nichž jedna je \arcsin .

(2) Nechť g je inverzní funkce k funkci \sin na intervalu $[\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}]$ Vyjádřete $g(x)$ pomocí složení funkcí, z nichž jedna je \arcsin .

C. (3 body) Napište pomocí kvantifikátorů definici, že limita posloupnosti $\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$ je $-\infty$, tj.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = -\infty.$$

Dále pomocí kvantifikátorů napište negaci tohoto definičního výroku a podle této negace ukažte, že posloupnost

$$1, -2, 1 - 3, 1, -4, \dots, 1, -n, \dots$$

nemá limitu $-\infty$.

Obtížnější verze

X. (10 bodů) Zformulujte nějakou správnou a netriviální větu o limitě složené funkce a dokažte ji.