

8. domácí úloha ze semináře z matematiky I, 13. 11. 2018

odevzdat do 12 hodin dne 20. 11. 2018.

Jediná verze

A. (3 body) Najděte všechna reálná řešení rovnice

$$\cos^3 x \sin x - \sin^3 x \cos x = \frac{\sqrt{2}}{8}.$$

B. (4 body) Nechť U je vektorový prostor všech funkcí $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$. Zjistěte a zdůvodněte (body pouze za zdůvodnění), které z následujících podmnožin jsou jeho vektorové podprostory:

- (1) $A = \{f \in U; \text{existuje } s \in \mathbb{R}, f(x) = 0 \text{ na } (s, \infty)\}$,
- (2) $B = \{f \in U; \text{existuje } s \in (0, \infty), \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x} < s\}$,
- (3) $C = \{f \in U; \text{existuje } y \in (0, \infty), f(y)f(-y) = 0\}$,
- (4) $D = \{f \in U; \text{existuje } s \in (0, \infty), f(x) = x \text{ na } (s, \infty)\}$.

C. (3 body) Dokažte, že

$$\arcsin x + \arccos x = \frac{\pi}{2}.$$