

10. domácí úloha ze semináře z matematiky I, 27. 11. 2018
odevzdat do 12 hodin dne 4. 12. 2018.

Základní verze

A. (3 body) Řešte na intervalu $[0, 2\pi]$ nerovnici

$$1 - \cos x < \operatorname{tg} x - \sin x.$$

B. (4 body) Pomocí určitého integrálu odhadněte shora i zdola součet

$$\sum_{i=1}^n i^4.$$

C. (3 body) Pro všechna reálná x a y dokažte

$$|\operatorname{arctg} x - \operatorname{arctg} y| \leq |x - y|.$$

Obtížnější verze

X. (10 bodů) Dokažte: Necht' funkce $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ má vlastní derivaci v každém bodě intervalu $[a, b]$, v krajních bodech jsou derivace jednostranné. Necht'

$$f'_-(a) < c < f'_+(b).$$

Pak existuje $x \in (a, b)$ tak, že

$$f'(x) = c.$$