

Jméno:

1	2	3	4	5	Celkem

A. Písemka ze semináře z matematiky I

Max. počet bodů 20

Příklad 1. (4 body) Řešte v \mathbb{R} nerovnici

$$\log_{x^2}(2+x) < 1.$$

Příklad 2. (8 bodů) Uvažujme funkci

$$f(x) = \arccos \frac{1-x}{1-2x}.$$

Najděte její definiční obor, asymptoty, derivaci ve všech bodech definičního oboru, intervaly, na kterých je rostoucí nebo klesající, lokální i globální maxima a minima, intervaly, na kterých je konvexní nebo konkávní a inflexní body. Nakreslete její graf.

Příklad 3. (4 body) Nechť U je vektorový prostor všech funkcí $f : (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$. Nechť její podmnožina M je definována takto:

$$M = \{f \in U; \forall K > 0 \exists x > K : f(x) = 0\}.$$

Rozhodněte a zdůvodněte, zda je M vektorový podprostor v U .

Příklad 4. (4 body) Pro přirozená čísla n je součet

$$\sum_{i=1}^n (2i-1)^2$$

roven polynomu třetího stupně v proměnné n . Najděte tento polynom a rovnost dokažte indukcí.