

Jméno:

| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | Celkem |
|---|---|---|---|---|--------|
| | | | | | |

B. Písemka ze semináře z matematiky I

Max. počet bodů 20

Příklad 1. (4 body) Necht' V je vektorový prostor všech zobrazení $g : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{R}$. Necht' její podmnožina S je definována takto:

$$S = \{g \in V; \forall L > 0 \exists n \in \mathbb{N}, n > L \text{ a } g(n) = 0\}.$$

Rozhodněte a zdůvodněte, zda je S vektorový podprostor ve V .

Příklad 2. (4 body) Řešte v \mathbb{R} nerovnici

$$\log_{x^2}(2x + 3) < 1.$$

Příklad 3. (4 body) Pro přirozená čísla n je součet

$$\sum_{i=0}^{n-1} (2i + 1)^2$$

roven polynomu třetího stupně v proměnné n . Najděte tento polynom a rovnost dokažte indukcí.

Příklad 4. (8 bodů) Uvažujme funkci

$$f(x) = \arcsin \frac{1-x}{1-2x}.$$

Najděte její definiční obor, asymptoty, derivaci ve všech bodech definičního oboru, intervaly, na kterých je rostoucí nebo klesající, lokální i globální maxima a minima, intervaly, na kterých je konvexní nebo konkávní a inflexní body. Nakreslete její graf.