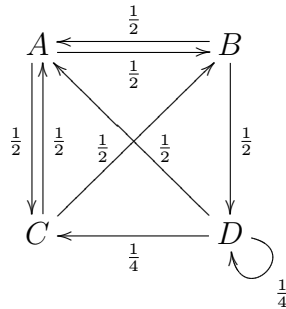
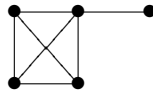


## Teorie grafů – podzim 2012 – 2. termín

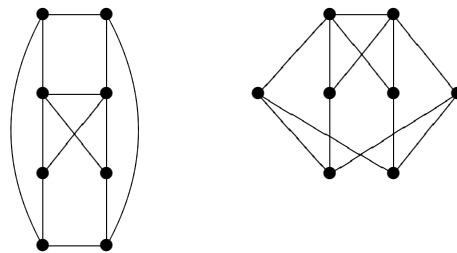
1. (10 bodů) Následující graf vyjadřuje pravděpodobnost přechodu systému mezi stavy  $A$ ,  $B$ ,  $C$  a  $D$  během jednoho kroku. Určete, s jakou pravděpodobností bude systém začínající ve stavu  $A$  ve kterém stavu po čtyřech krocích.



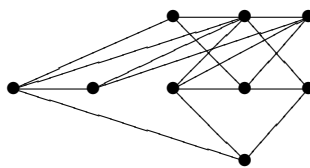
2. (10 bodů) Určete chromatický polynom grafu



3. (5 bodů) Dejte příklad regulárního grafu, který má pět vrcholů, je eulerovský, ale není hamiltonovský. Pokud takový graf neexistuje, zdůvodněte proč.
4. (5 bodů) Dejte příklad souvislého grafu s pěti vrcholy, který má až na izomorfismus právě čtyři indukované podgrafy se třemi vrcholy. Pokud takový graf neexistuje, zdůvodněte proč.
5. (5 bodů) Dejte příklad hranově 2-souvislého grafu, který má sedm vrcholů a nemá kostru, která je cesta. Pokud takový graf neexistuje, zdůvodněte proč.
6. (10 bodů) Určete, pro která přirozená čísla  $x$  a  $y$  je posloupnost  $(1, 1, 1, 2, x, 4, y)$  skórem nějakého grafu, a svoje rozhodnutí zdůvodněte. Pro všechny takové hodnoty  $x$  a  $y$  dejte příklad grafu s tímto skóre.
7. (10 bodů) Najděte všechny vzájemně neizomorfní souvislé grafy  $G$  se šesti vrcholy, které mají právě tolik mostů, kolik je hodnota  $\chi(G)$ .
8. (8 bodů) Rozhodněte, zda jsou následující dva grafy izomorfní. Svoje rozhodnutí zdůvodněte.



9. (7 bodů) Rozhodněte, zda následující graf je rovinný. Pokud rovinný je, doplňte jej na maximální rovinný graf. Pokud rovinný není, svoje rozhodnutí zdůvodněte.



10. (10 bodů) Necht  $n \geq 2$  je přirozené číslo a  $G$  je obyčejný graf tvořený třemi disjunktními cestami délky  $n-1$  s vrcholy  $u_1, \dots, u_n$ , respektive  $v_1, \dots, v_n$ , respektive  $w_1, \dots, w_n$  (vrcholy leží na cestách v uvedeném pořadí), přičemž tyto cesty jsou spojeny hranami  $u_i v_i$ ,  $u_i w_i$  a  $v_i w_i$  pro  $i \in \{1, \dots, n\}$ . Určete hranovou a vrcholovou souvislost  $G$ , jeho hranové a vrcholové chromatické číslo a zda je  $G$  eulerovský či hamiltonovský.
11. (5 bodů) Definujte rezervní polocestu a její rezervu.
12. (5 bodů) Formulujte větu o struktuře 2-souvislých grafů.
13. (10 bodů) Dokažte, že je-li  $G$  souvislý graf, který obsahuje bod artikulace stupně 3, potom  $\kappa'(G) = 1$ .