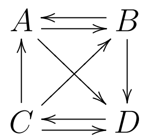
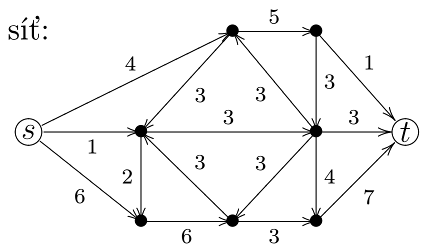
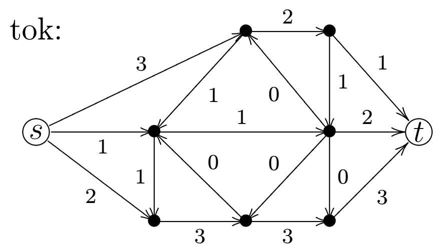
Teorie grafů – podzim 2014 – 3. termín

1. (10 bodů) Určete počet sledů v následujícím orientovaném grafu, které končí ve vrcholu D a mají délku osm.



2. (10 bodů) Pomocí algoritmu Edmondse a Karpa upravte následující tok na tok největší velikosti.





3. (5 bodů) Dejte příklad regulárního grafu, který má právě devět vrcholů a jeden most. Pokud takový graf neexistuje, zdůvodněte proč.

4. (5 bodů) Dejte příklad grafu se sedmi vrcholy, který má právě osm koster. Pokud takový graf neexistuje, zdůvodněte proč.

5. (5 bodů) Dejte příklad grafu G se šesti vrcholy, pro který platí $\chi(G) = 3$ a $\kappa(G) = 4$. Pokud takový graf neexistuje, zdůvodněte proč.

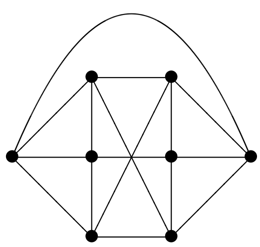
6. (10 bodů) Určete, pro která přirozená čísla x a y je posloupnost

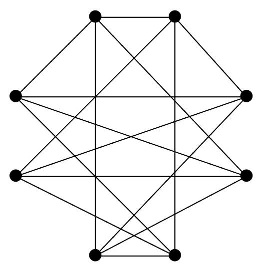
$$(x, x, 3, 5, 5, 6, 7, y, y)$$

skórem nějakého grafu, a svoje rozhodnutí zdůvodněte. Pro všechny takové hodnoty x a y dejte příklad grafu s tímto skóre.

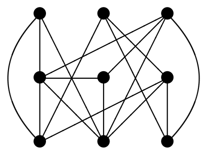
7. (10 bodů) Najděte všechny vzájemně neizomorfní grafy G se šesti vrcholy, které splňují $\chi'(G) = \kappa'(G) \geq 1$.

8. (8 bodů) Rozhodněte, zda jsou následující dva grafy izomorfní. Svoje rozhodnutí zdůvodněte.





9. (7 bodů) Rozhodněte, zda následující graf je rovinný. Pokud rovinný je, doplňte jej na maximální rovinný graf. Pokud rovinný není, svoje rozhodnutí zdůvodněte.



10. (10 bodů) Nechť $n \geq 2$ je celé číslo a G je obyčejný graf tvořený dvěma disjunktními kružnicemi délky $2n$ s vrcholy $u_1, \ldots, u_{2n}$ a $v_1, \ldots, v_{2n}$ (v tomto pořadí) se spojenými protilehlými vrcholy, tj. s hranami $u_k u_{k+n}$ a $v_k v_{k+n}$ pro $k \in \{1, \ldots, n\}$, přičemž tyto kružnice jsou spojeny právě hranami $u_k v_k$ pro všechna $k \in \{1, \ldots, 2n\}$. Určete hranovou a vrcholovou souvislost G, jeho hranové a vrcholové chromatické číslo a zda je G eulerovský či hamiltonovský.

11. (5 bodů) Definujte pojem vrcholové souvislosti grafu a vysvětlete v definici použité pojmy.

12. (5 bodů) Formulujte Ramseyho větu pro k barev.

13. (10 bodů) Dokažte, že každé rovinné nakreslení regulárního 3-souvislého grafu s lichým počtem vrcholů má lichý počet stěn.