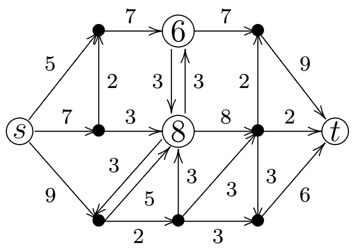
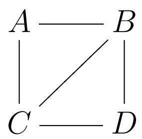
Teorie grafů – podzim 2015 – 3. termín

1. **(10 bodů)** Určete největší velikost toku v následující síti s danými kapacitami hran a dvou vrcholů a svoje rozhodnutí zdůvodněte.



2. **(10 bodů)** Určete počet sledů délky 6 v grafu



3. **(5 bodů)** Dejte příklad ohodnoceného grafu a jeho vrcholu v takového, že po spuštění Dijkstrova algoritmu pro vrchol v bude výsledek výpočtu chybný pro právě polovinu vrcholů grafu. Pokud takový graf neexistuje, zdůvodněte proč.

4. **(5 bodů)** Dejte příklad 2-souvislého grafu s osmi vrcholy, který není hamiltonovský a obsahuje dva vrcholy, jejichž vzdálenost je 4. Pokud takový graf neexistuje, zdůvodněte proč.

5. **(5 bodů)** Dejte příklad grafu G se šesti vrcholy takového, že $\chi(G) = 3$ a žádné dvě kostry G nejsou izomorfní. Pokud takový graf neexistuje, zdůvodněte proč.

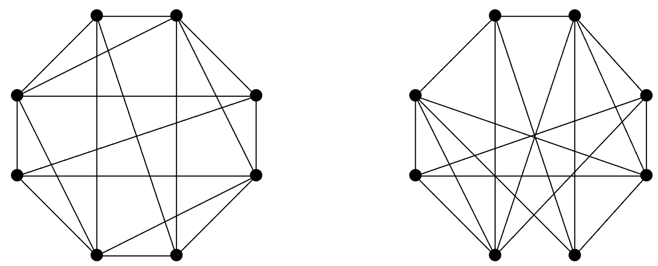
6. **(10 bodů)** Určete, pro která přirozená čísla x a y je posloupnost

$$(1, 1, 1, 1, 2, x, 4, y, x + 3)$$

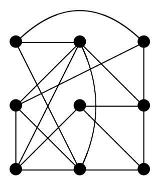
skórem nějakého grafu, a svoje rozhodnutí zdůvodněte. Pro všechny takové hodnoty x a y dejte příklad grafu s tímto skóre.

7. **(10 bodů)** Najděte všechny vzájemně neizomorfní grafy G se sedmi vrcholy, které jsou hranově 2-souvislé, nejsou 2-souvislé, jsou hranově 4-obarvitelné a každý jejich blok je hranově 3-obarvitelný.

8. **(8 bodů)** Rozhodněte, zda jsou následující dva grafy izomorfní. Svoje rozhodnutí zdůvodněte.



9. **(7 bodů)** Rozhodněte, zda následující graf je rovinný. Pokud rovinný je, doplňte jej na maximální rovinný graf. Pokud rovinný není, svoje rozhodnutí zdůvodněte.



10. **(10 bodů)** Nechť $n \geq 4$ a nechť G je obyčejný graf vzniklý odebráním dvou hran, které nemají společný vrchol, z grafu K_n. Určete hranovou a vrcholovou souvislost G, jeho hranové a vrcholové chromatické číslo a zda je G eulerovský či hamiltonovský.

11. **(5 bodů)** Definujte střed grafu.

12. **(5 bodů)** Formulujte Ramseyho větu pro k barev.

13. **(10 bodů)** Dokažte, že pro libovolný graf $G = (V, E)$ platí $2\kappa'(G) \leq \kappa(G) + |V| - 1$.