

Písenná práce za 1. čtvrtletí - varianta A

Čas na vypracování: 45 minut

1. Nepřístupný bod C v rovině byl zaměřen ze dvou stanovišť A , B , jejichž vzdálenost je 56 m, pod úhly $|\sphericalangle BAC| = 49^\circ 57'$ a $|\sphericalangle ABC| = 68^\circ 20'$. Jaká je vzdálenost bodu C od obou pozorovatelů? Vzdálenosti vypočítejte v metrech s přesností právě na dvě desetinná místa. Výpočty provádějte pomocí kalkulačky bez zbytečného zaokrouhlování a přenášení takto vzniklé chyby do dalších výpočtů. (4 body)

2. V \mathbb{R} vyřešte rovnici

$$9^x - 3^{x+2} = 3^x - 9.$$

(4 body)

3. Graficky v \mathbb{R} vyřešte nerovnici

$$6^{|x|} > 3^{-x}.$$

(3 body)

4. Uvažujme funkci

$$f : y = \log_3(x + 9) - 1.$$

Do jednoho obrázku věrně načrtněte graf funkce f a funkce f^{-1} , která je inverzní k funkci f . Grafy obou funkcí od sebe přitom zřetelně (nejlépe barevně) odlište a v obrázku vyznačte rovněž prvek symetrie mezi nimi. V grafech také vyznačte asymptoty a průsečíky se souřadnicovými osami (určete přesné polohy všech těchto bodů) každé z uvažovaných funkcí. Dále vyšetřete definiční obor a obor hodnot funkce f i f^{-1} a najděte předpis funkce f^{-1} . (6 bodů)

5. **Nepovinná bonusová úloha.** V \mathbb{R} vyřešte rovnici

$$5^x + 12^x = 13^x.$$

Písenná práce za 1. čtvrtletí - varianta B

Čas na vypracování: 45 minut

1. Ze dvou míst A , B na moři, jejichž vzdálenost je 3 740 m, byla pozorována loď L pod úhly $|\sphericalangle BAL| = 72^\circ 35'$ a $|\sphericalangle ABL| = 81^\circ 41'$. Jaká je vzdálenost lodi L od obou pozorovatelů? Vzdálenosti vypočítejte v metrech s přesností právě na jedno desetinné místo. Výpočty provádějte pomocí kalkulačky bez zbytečného zaokrouhlování a přenášení takto vzniklé chyby do dalších výpočtů. (4 body)

2. V \mathbb{R} vyřešte rovnici

$$4^x - 2^{x+3} = 2^x - 8.$$

(4 body)

3. Graficky v \mathbb{R} vyřešte nerovnici

$$\left(\frac{1}{8}\right)^{|x|} \geq 4^x.$$

(3 body)

4. Uvažujme funkci

$$f : y = \log_2(x + 8) - 2.$$

Do jednoho obrázku věrně načrtněte graf funkce f a funkce f^{-1} , která je inverzní k funkci f . Grafy obou funkcí od sebe přitom zřetelně (nejlépe barevně) odlište a v obrázku vyznačte rovněž prvek symetrie mezi nimi. V grafech také vyznačte asymptoty a průsečíky se souřadnicovými osami (určete přesné polohy všech těchto bodů) každé z uvažovaných funkcí. Dále vyšetřete definiční obor a obor hodnot funkce f i f^{-1} a najděte předpis funkce f^{-1} . (6 bodů)

5. **Nepovinná bonusová úloha.** V \mathbb{R} vyřešte rovnici

$$8^x + 6^x = 10^x.$$

Písemná práce za 1. čtvrtletí - varianta C

Čas na vypracování: 45 minut

1. Síla \vec{F} je výslednicí sil \vec{F}_1 a \vec{F}_2 . Zmíněné síly mají velikosti $F = 8$ N, $F_1 = 6$ N a $F_2 = 4$ N. Jaké úhly svírá síla \vec{F} se svými složkami \vec{F}_1 a \vec{F}_2 ? Velikosti požadovaných úhlů vypočítejte s přesností právě na jednotky minut. Výpočty provádějte pomocí kalkulačky bez zbytečného zaokrouhlování a přenášení takto vzniklé chyby do dalších výpočtů. (4 body)

2. V \mathbb{R} vyřešte rovnici

$$30 \cdot 2^{2x-1} - 3 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{-2x} = -4^{x+1} + 16.$$

(4 body)

3. Graficky v \mathbb{R} vyřešte nerovnici

$$|\log_3 x| > \log_5 |x|.$$

(3 body)

4. Uvažujme funkce

$$f_1 : y = \log_{\frac{1}{2}}(x+4) + 1, \quad f_2 : y = \left| \log_{\frac{1}{2}}(x+4) + 1 \right|, \quad f_3 : y = \log_{\frac{1}{2}}(|x|+4) + 1 \quad \text{a} \quad f_4 : y = \log_{\frac{1}{2}}|x+4| + 1.$$

Do jednoho obrázku věrně načrtněte grafy funkcí f_1 , f_2 , f_3 a f_4 . Grafy všech těchto funkcí od sebe přitom zřetelně (nejlépe barevně) odlište. V grafech také vyznačte asymptoty a průsečíky se souřadnicovými osami (určete přesné polohy všech těchto bodů) každé z uvažovaných funkcí. Dále vyšetřete definiční obor a obor hodnot funkce f_1 a paritu funkce f_3 . (6 bodů)

Písemná práce za 1. čtvrtletí - varianta A

Čas na vypracování: 45 minut

1. Nepřístupný bod C v rovině byl zaměřen ze dvou stanovišť A , B , jejichž vzdálenost je 56 m, pod úhly $|\sphericalangle BAC| = 49^{\circ}57'$ a $|\sphericalangle ABC| = 68^{\circ}20'$. Jaká je vzdálenost bodu C od obou pozorovatelů? Vzdálenosti vypočítejte v metrech s přesností právě na dvě desetinná místa. Výpočty provádějte pomocí kalkulačky bez zbytečného zaokrouhlování a přenášení takto vzniklé chyby do dalších výpočtů. (4 body)

2. V \mathbb{R} vyřešte rovnici

$$9^x - 3^{x+2} = 3^x - 9.$$

(4 body)

3. Graficky v \mathbb{R} vyřešte nerovnici

$$6^{|x|} > 3^{-x}.$$

(3 body)

4. Uvažujme funkci

$$f : y = \log_3(x + 9) - 1.$$

Do jednoho obrázku věrně načrtněte graf funkce f a funkce f^{-1} , která je inverzní k funkci f . Grafy obou funkcí od sebe přitom zřetelně (nejlépe barevně) odlište a v obrázku vyznačte rovněž prvek symetrie mezi nimi. V grafech také vyznačte asymptoty a průsečíky se souřadnicovými osami (určete přesné polohy všech těchto bodů) každé z uvažovaných funkcí. Dále vyšetřete definiční obor a obor hodnot funkce f i f^{-1} a najděte předpis funkce f^{-1} . (6 bodů)

5. **Nepovinná bonusová úloha.** V \mathbb{R} vyřešte rovnici

$$5^x + 12^x = 13^x.$$

Písenná práce za 1. čtvrtletí - varianta B

Čas na vypracování: 45 minut

1. Ze dvou míst A, B na moři, jejichž vzdálenost je 3 740 m, byla pozorována loď L pod úhly $|\sphericalangle BAL| = 72^\circ 35'$ a $|\sphericalangle ABL| = 81^\circ 41'$. Jaká je vzdálenost lodi L od obou pozorovatelů? Vzdálenosti vypočtete v metrech s přesností právě na jedno desetinné místo. Výpočty provádějte pomocí kalkulačky bez zbytečného zaokrouhlování a přenášení takto vzniklé chyby do dalších výpočtů. (4 body)

2. V \mathbb{R} vyřešte rovnici

$$4^x - 2^{x+3} = 2^x - 8.$$

(4 body)

3. Graficky v \mathbb{R} vyřešte nerovnici

$$\left(\frac{1}{8}\right)^{|x|} \geq 4^x.$$

(3 body)

4. Uvažujme funkci

$$f : y = \log_2(x + 8) - 2.$$

Do jednoho obrázku věrně načrtněte graf funkce f a funkce f^{-1} , která je inverzní k funkci f . Grafy obou funkcí od sebe přitom zřetelně (nejlépe barevně) odlište a v obrázku vyznačte rovněž prvek symetrie mezi nimi. V grafech také vyznačte asymptoty a průsečíky se souřadnicovými osami (určete přesné polohy všech těchto bodů) každé z uvažovaných funkcí. Dále vyšetřete definiční obor a obor hodnot funkce f i f^{-1} a najděte předpis funkce f^{-1} . (6 bodů)

5. **Nepovinná bonusová úloha.** V \mathbb{R} vyřešte rovnici

$$8^x + 6^x = 10^x.$$